DM5
Mardi 6 janvier 2026

Problème 1 : Pression de radiation.

On considère une onde plane progressive monochromatique de fréquence ν se propageant dans le vide à la célérité c selon la direction Ox. L'onde est polarisée rectilignement, le champ électrique, d'amplitude E_0 étant dirigé selon Oy : $\underline{\overrightarrow{E_i}} = E_0 \exp\left(i\left(\omega t - kx\right)\right)\overrightarrow{u_y}$ représente l'expression du champ électrique.

1- Rappeler la relation qui relie le champ magnétique $\underline{\overrightarrow{B_i}}$ au champ électrique $\underline{\overrightarrow{E_i}}$. En déduire l'expression de $\underline{\overrightarrow{B_i}}$

2- Cette onde rencontre, sous incidente normale, en x = 0, un miroir plan de surface S, parfaitement réfléchissant (on verra plus tard que cela signifie que les champs électriques et magnétiques sont nuls à l'intérieur du miroir).

2a- Quelles sont les conditions aux limites que doivent satisfaire le champ électrique et le champ magnétique à la surface du miroir ? En déduire l'existence nécessaire d'une onde réfléchie et justifier soigneusement que ce champ réfléchi vaut $\underline{\overrightarrow{E_r}} = -E_0 \exp\left(i\left(\omega t + kx\right)\right)\overrightarrow{u_y}$.

2b- En déduire l'expression du champ magnétique réfléchi : $\underline{\overrightarrow{B_r}}$

2c- Déterminer les champs résultants réels $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

2d- Déterminer la densité moyenne d'énergie u de l'onde résultante en fonction de E_0. En déduire le nombre moyen n de photons par unité de volume. Comment ce nombre est-il relié au nombre n0 de photon que transporte l'onde incidente par unité de volume ?

3- Combien y a-t-il de photons qui frappent S pendant dt ? En déduire la quantité de mouvement transférée au miroir pendant dt (on rappelle qu'un photon de fréquence ν se déplaçant selon Ox a pour quantité de mouvement $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\overrightarrow{u_x}$).

Déterminer alors la pression (pression de radiation) exercée par l'onde sur le miroir ; on exprimera cette pression en fonction de la densité volumique u d'énergie électromagnétique de l'onde résultante puis en fonction de ε_0 et E_0.

4- On veut retrouver ce résultat par un raisonnement purement électromagnétique. Pour cela le miroir est assimilé à un métal de conductivité électrique γ. On rappelle que le métal de conductivité γ est considéré comme un milieu de constantes ε_0 et μ_0, sans charge (ρ = 0) mais avec une densité volumique de courant vérifiant : $\vec{j} = \gamma\vec{E}$

4a- Ecrire les équations de Maxwell dans le métal. Montrer que le champ électrique $\vec{E}$ vérifie une équation de propagation de la forme $\Delta\vec{E} = A\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} + B\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ où A et B sont deux constantes que l'on exprimera en fonction de ε_0, μ_0 et γ.

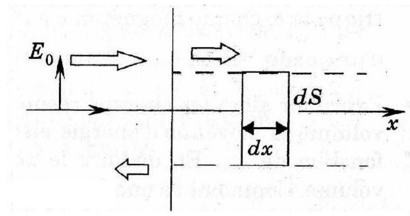
Dans toute la suite de cette partie on supposera que $\gamma \gg \varepsilon_0\omega$ et on fera les approximations qui en découlent. On cherche une solution à ces équations correspondant à une propagation vers les x positifs, où le champ $\vec{E}$ s'écrit : $\underline{\vec{E}} = \underline{E_2}\, e^{i(\omega t - Kx)}\overrightarrow{u_y}$.

4b- Montrer que ceci n'est possible que si K est un complexe que l'on écrira $K = \alpha\left(1 - i\right)$ et dont on explicitera α. Déterminer alors l'expression du champ magnétique $\underline{\vec{B}}$ en fonction de K, $\underline{E_2}$ et ω.

4c- Lorsque l'onde plane incidente rencontre le miroir métallique elle donne naissance à une onde réfléchie dont le champ électrique est d'amplitude $\underline{E_1}$ et à une onde transmise du type précédent. On admettra que les composantes tangentielles des champs, tant électrique que magnétique, sont continues à la traversée d'une telle interface. Déterminer alors $\underline{E_2}$ en fonction de E_0 dans l'approximation suggérée. Expliciter les champs réels transmis $\underline{E_t}$ et $\underline{B_t}$ en fonction de E_0, ω, α et c.

En déduire la densité volumique de courant $\underline{\vec{j}}$ existant dans le métal.

4d- On considère, à l'intérieur du métal, un petit parallélépipède de longueur dx et de base de surface dS parallèle à l'interface. Déterminer la force moyenne qui s'exerce dessus. En déduire la force totale s'exerçant sur tout le métal s'appuyant sur dS. Montrer que l'on retrouve alors la pression de radiation calculée au 3- même si γ devient infini (cas du miroir parfaitement réfléchissant)



Problème 2 : optique géométrique

Partie 1

On considère un système centré (S), d'axe Ox, constitué de deux lentilles minces (L_1) et (L_2), de distances focales images respectives f'_1 et f'_2, dont les centres optiques O_1 et O_2 sont distants de $e = \overline{O_1O_2}$. La lentille (L_1) reçoit la première la lumière incidente.
On désigne respectivement par F_1 et F'_1 les foyers objet et image de (L_1) et par F_2 et F'_2 ceux de (L_2) et on pose $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$ (Δ est appelé intervalle optique de (S)).
La position d'un point A sur l'axe optique est repérée par $x = \overline{F_1A}$, celle de son image par (S), A' sur l'axe, est repérée par $x' = \overline{F'_2 A'}$.

1-a- Montrer que la relation donnant x' en fonction de x est : $\dfrac{f'^2_2}{x'} - \dfrac{f'^2_1}{x} = \Delta$

1-b- Interpréter le cas x = 0.

1-c- On considère un objet AB perpendiculaire à l'axe optique, A appartenant à l'axe optique. Son image par (S) est A'B', exprimer le grandissement transversal $\gamma_T = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ de (S) en fonction de x, x' ,f'_1 et f'_2 .

2-a- On définit les points principaux H et H ' de (S) qui sont les points conjugués pour lesquels le grandissement $\gamma_T = 1$.
Calculer $x_H = \overline{F_1H}$ et $x'_{H'} = \overline{F'_2 H'}$ pour le couple (H,H') en fonction de f'_1, f'_2 et Δ.

2-b- Application : les lentilles L_1 et L_2 ont pour distances focales respectives $f'_1 = -f'_2 =$ 4 cm (Δ est a priori quelconque)

2-b-i- Déterminer graphiquement (sans utiliser le calcul précédent) la position des points principaux H et H' pour lesquels le grandissement de (S) est égal à 1 (on pourra par exemple commencer par tracer la marche d'un rayon incident sur L_1 parallèlement à l'axe optique).

2-b-ii- Vérifier, dans ce cas particulier, la cohérence avec l'expression déterminée en 2-a-.

3- On désigne par F et F' les foyers objet et image du système (S).

3-a- Calculer $x_F = \overline{F_1F}$ et $x'_{F'} = \overline{F'_2 F'}$ en fonction de f'_1, f'_2 et Δ.

3-b- Les distances focales objet et image de (S) sont définies par : $f = \overline{HF}$ et $f' = \overline{H'F'}$.
Donner, en fonction de f'_1, f'_2 et Δ, les expressions de f et f '. Que constate-t-on ?

3-c- Exprimer la vergence de (S) définie par $C = \dfrac{1}{f'}$ en fonction des vergences C_1 de (L_1) , C_2 de (L_2) et de e. Interpréter le cas où e = 0.

Partie 2 - Lunette astronomique - Longue vue

I- Une lunette astronomique est constituée d'un objectif (L_1) et d'un oculaire (L_2) qui sont deux lentilles minces convergentes, de même axe optique, de distances focales images respectives $f'_1 = 120$ cm et $f'_2 = 3$ cm.
On veut, avec cette lunette, observer la Lune, objet étendu à l'infini, qui est vue directement de la Terre sous le diamètre angulaire $\alpha = 31'$.

1- La lunette est afocale, c'est-à-dire réglée en vision à l'infini (œil "normal")
1-a- Quelle valeur prend l'intervalle optique Δ ?
1-b- Que devient la relation entre x et x', déterminée dans la partie I,-1-a-?
1-c- Calculer le grandissement transversal γ_T . Conclusion ? Retrouver cette propriété grâce à un schéma simple (qui ne fera apparaître qu'un seul rayon lumineux bien choisi)
1-d- Un pinceau incident de rayons parallèles fait l'angle θ avec l'axe optique de la lunette, les émergents de la lunette font l'angle θ' avec l'axe optique.
1-d-i- Faire la construction du pinceau émergent. (pour plus de clarté, on ne respectera pas l'échelle et on prendra $f'_1 = 2.f'_2$)
1-d-ii- Déterminer le grossissement angulaire $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$.
Quelle relation relie G et γ_T ?
1-d-iii- En déduire l'angle sous lequel on voit la Lune à travers la lunette.

II- On transforme la lunette en longue vue qui donne d'objets très éloignés des images droites. Pour cela, on interpose entre l'objectif L_1 et l'oculaire L_2 une lentille mince L_v, appelée véhicule, de distance focale $f'_v = 18$ mm.

1- Le véhicule L_v est placé à la distance $d = \overline{F'_1 O_v} = \dfrac{3}{2}.f'_v = 27$ mm au-delà du plan focal image de l'objectif L_1.
Déterminer la nouvelle position de l'oculaire L_2 qui permettra toujours d'observer sans fatigue pour un œil "normal" l'image d'un objet à l'infini.

2- Un rayon incident fait l'angle θ avec l'axe optique, le rayon émergent de la longue vue, toujours réglée en vision à l'infini) fait l'angle θ'' avec l'axe optique.
2-a- Faire la construction géométrique du rayon émergent (les échelles ne seront toujours pas respectées). On positionnera, lors de cette construction le foyer objet de la lentille L_2.
2-b- Montrer que le grossissement angulaire de la longue vue est $G' = \dfrac{\theta''}{\theta} = G.\gamma_v$, G désignant celui de la lunette étudiée en I et γ_v le grandissement par la lentille L_v de l'image de l'objet AB à l'infini par L_1. Conclusion ?
2-c- L'encombrement du système est la distance entre l'objectif et l'oculaire : $\overline{O_1O_2}$.
Déterminer l'augmentation d'encombrement de la longue vue par rapport à la lunette.

Problème 3 : chimie

Métallurgie du lithium

Des données utiles pour la résolution du problème sont fournies à la fin de l'énoncé.

Le sujet vise à commenter et approfondir le contenu d'un article scientifique concernant le lithium et sa métallurgie.
Référence de l'article : BLAZY Pierre, JDID El-Aïd, « Métallurgie du lithium », Techniques de l'ingénieur, 2011
Dans un souci de simplification, certaines parties de l'article ont été éludées et certains termes modifiés pour rendre les raccords intelligibles, sans que le contenu scientifique ne soit changé.

A) Généralités

Document 1 : Extrait de l'article

« Le lithium a été découvert en 1817 par Johann August Arfvedson dans un silicate d'aluminium naturel : la pétalite. Jöns Jacob Berzelius donna au nouvel élément le nom de lithium (du grec lithos = pierre) pour rappeler son origine minérale.[…] Le développement de nouvelles applications du lithium dans les années 1970 à 1975 a relancé les exploitations minières en Australie, au Canada, au Zimbabwe et en Chine. […].

Les propriétés atomiques du lithium sont les suivantes :
- rayon métallique, 155 pm ;
- rayon ionique de Li^+, 60 pm.

L'énergie d'ionisation du lithium (5,39 eV) est plus élevée que celles des autres métaux de sa colonne et son potentiel d'électrode est relativement bas (− 3,02 V) […].

Les propriétés physiques du métal sont les suivantes :
- masse atomique, 6,951 $g.mol^{-1}$;
- masse volumique, 0,53 $g.cm^{-3}$;
- température de fusion, 180°C ;
- température d'ébullition, 1336°C.

Il existe deux isotopes stables du lithium, ${}^6_3Li$ et ${}^7_3Li$. […].

Le lithium métallique réagit peu avec l'eau ».

1- Où se trouve lithium dans la classification périodique des éléments ? A quelle famille chimique appartient-il ?

2- Justifier que « l'énergie d'ionisation du lithium (5,39 eV) est plus élevée que celles des autres métaux de sa colonne ».

3- « son potentiel d'électrode est relativement bas ». Quelle application du lithium tire profit de cette propriété ?

4- Déterminer l'abondance relative des deux isotopes du lithium (on négligera la présence d'autres isotopes).

Le lithium métallique cristallise dans une maille cubique centrée (les atomes de lithium occupent les sommets d'un cube et son centre).

5- Représenter la maille du lithium, déterminer le nombre d'atomes par maille ainsi que la coordinence du lithium dans la maille, après avoir défini cette notion.

6- Déterminer la valeur du paramètre de la maille.

Le lithium réagit avec l'eau en milieu acide pour donner des ions lithium.

7- Ecrire l'équation **(1)** de la réaction du lithium avec l'eau en milieu acide en prenant un coefficient stœchiométrique de 1 pour le lithium.

8- Evaluer la constante d'équilibre de la réaction **(1)**. La réaction est-elle attendue totale ?

9- Proposer une interprétation de l'assertion « Le lithium réagit peu avec l'eau ».

10- Donner l'allure des courbes courant-potentiel permettant de décrire les caractéristiques de la réaction **(1)**.

B) Elaboration du lithium à partir du minerai : passage par des composés intermédiaires.

Document 2 : Extrait des « Techniques de l'ingénieur »

« Le lithium est présent dans la lithosphère à une concentration de l'ordre de 60 ppm. Il existe plus d'une centaine d'espèces minérales contenant Li, dont environ 25 titrent plus de 2% en Li_2O.

Les trois principaux minéraux du lithium sont des aluminosilicates (exemple : le spodumène de formule $\{4SiO_2.Al_2O_3.Li_2O\}$).[…].

Le spodumène est broyé dans un broyeur à boulets dans lequel est ajouté de l'acide sulfurique H_2SO_4 à 93% en excès par rapport à la stœchiométrie de la réaction ci-dessous.[…]. Cette lixiviation avec de l'eau met en solution le lithium.

$$\{4SiO_2.Al_2O_3.Li_2O\} + 8\ H^+ = 2\ Li^+ + 2\ Al^{3+} + 4\ SiO_2 + 4\ H_2O \quad \textbf{(2)}$$

Les impuretés Mg, Ca, Al et Fe sont précipitées par neutralisation à la chaux, puis le lithium est précipité par du carbonate de sodium Na_2CO_3 à l'état de carbonate de lithium. […].
Le carbonate de lithium purifié est transformé en chlorure par réaction avec l'acide chlorhydrique.

11- En considérant la réaction **(2)** comme totale, quel est le volume minimal d'acide sulfurique à 93% nécessaire pour dissoudre 1 mole de spodumène ? Pour simplifier on considérera que les 2 acidités sont fortes.

12- Sous quelle forme les impuretés précipitent-elles lors de la neutralisation à la chaux ? Pourquoi le lithium ne précipite-t-il pas lors de cette étape ?

13- Lors de l'étape de précipitation des impuretés, que l'on assimilera aux seuls ions aluminium, calculer le pH à atteindre pour commencer à précipiter les ions aluminium ainsi que le pH à atteindre pour précipiter 99,9 % des ions aluminium initialement présents (on considérera une solution initiale contenant des ions Li^+ à 0,1 mol.L^{-1} et l'impureté Al^{3+} à hauteur de 1% en quantité de matière ; on négligera la dilution).

Le carbonate de lithium est un composé peu soluble dans l'eau. Sa solubilité est de l'ordre de 0,2 mol.L^{-1} à 20°C et de 0,1 mol.L^{-1} à 100°C.

14- Le carbonate de lithium est-il plus ou moins soluble que le carbonate de sodium ? Justifier.

15- Ecrire l'équation de la réaction **(3)** de dissolution du carbonate de lithium.

Données :

Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}0.10^{23}$ mol^{-1}.
Constante des gaz parfaits : R= 8,3 J.K^{-1}.mol^{-1}
Constante de Faraday : F= 96500 C.mol^{-1}
Constante de Nernst à 298 K : $\frac{RT}{F}\ln 10 = 0{,}06V$

Masses molaires : H : 1,0 g.mol^{-1} ; C : 12,0 g.mol^{-1} ; O : 16,0 g.mol^{-1} ; Cl : 35,5 g.mol^{-1}
H_2SO_4 : 98 g.mol^{-1}
Densité d'une solution d'acide sulfurique à 93% en masse : ≈ 2

Produit de solubilité à 25°C : $Al(OH)_{3(s)}$: $K_s \approx 10^{-33}$

Potentiels standard à 25°C et pH = 0 :
$Li^+_{(aq)}/Li_{(s)}$: - 3,0 V $H^+_{(aq)}/H_{2(g)}$: 0,0 V $Cl_{2(g)}/Cl^-_{(aq)}$: 1,4 V
Dans un souci de simplification, on utilisera ces valeurs de potentiel sur l'ensemble du sujet quelles que soient les phases des espèces et la température.