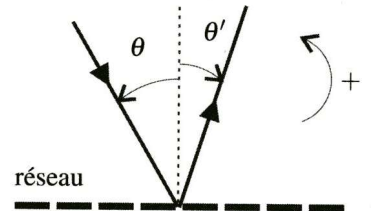


Interférences à ondes multiples - réseaux

Exercice 1 : Réseau par réflexion

Dans un réseau par réflexion, les fentes transparentes sont remplacées par des bandes rectangulaires réfléchissantes, séparées par des traits pratiquement non réfléchissants. On s'intéresse à un tel réseau comportant 600 traits par mm, ces traits étant supposés parfaitement verticaux. Un faisceau lumineux cylindrique de 3 mm de diamètre et monochromatique de longueur d'onde 589 nm éclaire le réseau : les rayons lumineux sont horizontaux, parallèles entre eux, et font un angle algébrique θ avec la normale au réseau (vue en coupe ci-contre). On observe l'intensité diffractée à l'infini.

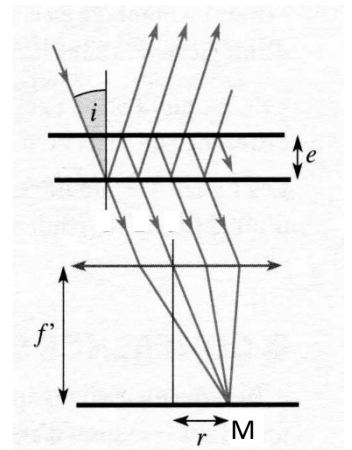


- 1- Exprimer les directions θ' des pics d'intensité diffractés par le réseau.
- 2- Sachant que le réseau est éclairé sous un angle de 30° , déterminer le nombre de pics d'intensité visibles ainsi que leurs ordres.
- 3- Dans le cas où on éclaire le réseau avec un doublet spectral, quelle est la limite de résolution en longueur d'onde de ce réseau si on travaille dans l'ordre 1 ? Commenter.

Exercice 2 : interférences à ondes multiples par division d'amplitude

Une source ponctuelle monochromatique S de longueur d'onde λ éclaire un dispositif constitué de deux lames de verre d'épaisseur négligeable, parallèles l'une à l'autre et espacées de e .

Chaque lame a subi un traitement spécial et, lors de son passage à travers une lame, un rayon lumineux est partiellement transmis et réfléchi uniquement sur une des faces ; nous admettrons que l'on alors peut raisonner à partir du schéma ci-contre où sont représentés les rayons obtenus en sortie du dispositif à partir d'un unique rayon incident issu de S, d'incidence i sur le dispositif.



Les coefficients de réflexion et transmission en amplitude du signal lumineux, à travers une lame, sont respectivement notés ρ et τ ; on pose : $R = \rho^2$. On observe les interférences en transmission dans le plan focal image d'une lentille de focale f' .

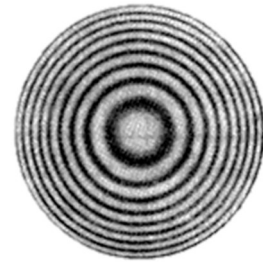
- 1- Pour un rayon issu de S d'incidence i sur le dispositif, déterminer l'amplitude complexe \underline{a}_n observée au point M et associée au n -ème rayon lumineux émergent ; on exprimera \underline{a}_n en fonction de l'amplitude \underline{a}_0 associée au rayon arrivant en M sans avoir subi aucune réflexion, et de R , e , λ et i .
- 2- Pour le calcul de l'intensité en M, peut-on se limiter à la contribution des deux premiers rayons émergents ou faut-il considérer des interférences à ondes multiples ? En pratique, les lames de verre sont traitées de façon à obtenir un coefficient R très proche de 1 : combien de rayons faut-il alors prendre en compte ?

- 3- Quel dispositif interférométrique à ondes multiples connaissez-vous ? En vous en inspirant, déterminer la condition sur l'angle i pour obtenir un maximum d'éclairement sur l'écran.
- 4- Justifier que l'on observe des anneaux sur l'écran. Quels sont les points communs et les différences entre ce dispositif et l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air ? On donne ci-dessous deux figures d'interférence, l'une obtenue à partir de l'interféromètre de Michelson, l'autre obtenue à partir de ce dispositif : en vous justifiant, attribuer chaque figure à l'interféromètre qui lui correspond.

Figure 1



Figure 2



- 5- Définir l'ordre d'interférence p en un point de l'écran. Que vaut l'ordre d'interférence p_0 au centre de la figure ? Quel est l'ordre d'interférence du 3^{ème} anneau brillant ? Sachant que dans une expérience on a $p_0 = 2560,4$ et $f' = 1,000$ m, déterminer le rayon du 3^{ème} anneau brillant.
- 6- Lors d'une autre expérience avec ce dispositif, on obtient la figure 3 ci-contre. Proposer une explication à cette observation.
- 7- *Question subsidiaire* : Exprimer l'éclairement en un point quelconque de l'écran en fonction des données.

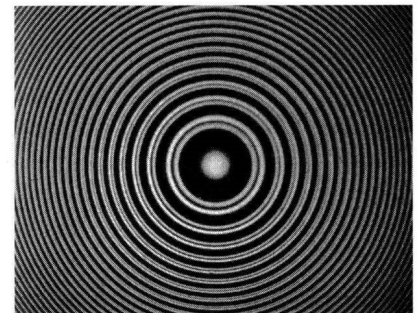


Figure 3

Exercice 3 : Couche anti reflet

Les question 1 et 2 peuvent être omises.

Les panneaux solaires photovoltaïques permettent de convertir l'énergie lumineuse provenant du Soleil en énergie électrique. Le rendement énergétique d'un panneau solaire va typiquement de 10 à 25 % suivant la technologie utilisée et peut être optimisé en utilisant une couche anti-reflet.

On considère une toiture équipée de panneaux solaires ayant un rendement de 20% sur une surface totale $S = 30 \text{ m}^2$. On estime que la puissance solaire surfacique maximale reçue dans cette région vaut 600 W.m^{-2}

- 1- Evaluer la puissance électrique maximale produite par cette installation. Comment faudrait-il orienter les panneaux solaires pour optimiser cette production ?
- 2- Estimer l'énergie électrique produite en un an. Avec un taux de rachat de l'électricité de 0,30 €/kWh, en déduire le montant de la facture annuelle de rachat.

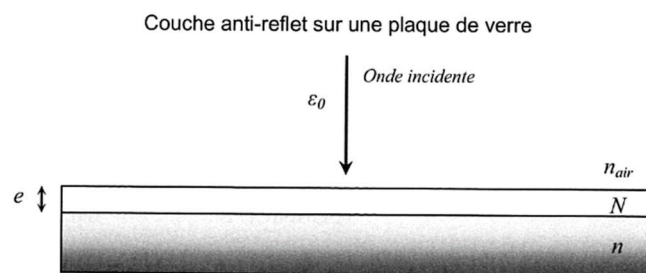
Les cellules photovoltaïques sont en réalité protégées par une plaque de verre d'indice de réfraction $n = 1,50$. On donne les coefficients de réflexion R et de transmission T en puissance à l'interface entre

deux milieux transparents d'indices respectifs n_1 et n_2 en incidence normale : $R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$ et

$$T = \frac{4n_1 n_2}{(n_2 + n_1)^2}$$

- 3- Déterminer les pertes par réflexion à l'interface entre l'air (assimilé au vide) d'indice $n_{\text{air}} = 1,00$ et le verre. Commenter.

On réalise une couche anti-reflet sur la plaque de verre précédente en déposant une mince couche d'épaisseur e d'un matériau diélectrique transparent d'indice de réfraction N compris entre n_{air} et n . Une onde incidente monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ arrive en incidence normale avec un éclairement ε_0 .



- 4- Faire un schéma faisant apparaître les ondes (1) et (2) issues de la première réflexion à chaque interface air-milieu diélectrique et milieu diélectrique-verre. On négligera l'effet des autres réflexions sur l'onde totale.
- 5- Déterminer la différence de marche δ entre ces ondes.
- 6- Exprimer l'éclairement ε_1 et ε_2 des ondes (1) et (2) en fonction de l'éclairement ε_0 de l'onde incidence et des indices n_{air} , N et n .
- 7- Etablir *deux* conditions permettant d'annuler l'onde totale réfléchie à la longueur d'onde λ_0 . En déduire l'expression de l'indice N et de l'épaisseur e la plus faible permettant de réaliser cette couche anti-reflet. Calculer numériquement N et e . Commenter.
- 8- Expliquer ce qu'il se passe si l'onde incidente n'arrive plus normalement sur les panneaux solaires.

En réalité, il faut tenir compte de toutes les longueurs d'ondes contenues dans la lumière blanche

incidente. Le spectre de la lumière blanche s'étant, en pulsation, entre $\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}$ et $\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$, où

$\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$ et $\Delta\omega$ est la largeur spectrale du domaine visible. L'éclairement de l'onde totale réfléchie à

la pulsation ω dans la fenêtre spectrale de largeur $d\omega$ peut alors s'écrire : $d\varepsilon = 2\varepsilon_{0\omega} \left(1 + \cos\left(\frac{\omega\delta}{c}\right) \right) d\omega$

où δ est la différence de marche et $\varepsilon_{0\omega} d\omega$ l'éclairement de chaque onde réfléchie dans la bande spectrale de largeur $d\omega$.

- 9- Quelle serait la couleur de la lumière réfléchie en incidence normale avec l'épaisseur e trouvée précédemment ?
- 10- En intégrant sur tout le domaine visible, déterminer l'éclairement total ε_r de l'onde réfléchie. On supposera $\varepsilon_{0\omega}$ indépendant de la pulsation.

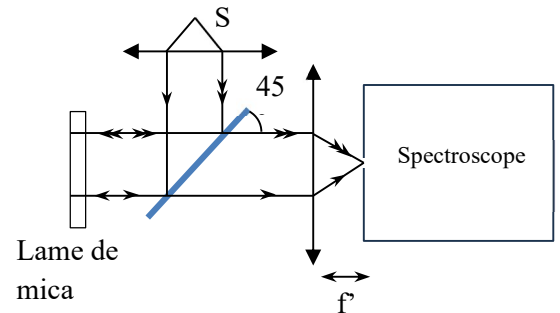
- 11- Tracer l'allure de cet éclairement en fonction de l'épaisseur e de la couche diélectrique.
Comment faut-il choisir l'épaisseur e pour réaliser la couche anti-reflet la plus efficace ?
- 12- En déduire la valeur du coefficient de réflexion minimal $R' = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_0}$ qu'il est possible d'obtenir avec ce traitement anti-reflet. Commenter.

Exercice 4 : Détermination de l'épaisseur d'une lame de mica par spectroscopie.

On étudie une fine lame de mica, dont on cherche à mesurer l'épaisseur e . Pour cela on éclaire la lame en lumière parallèle et en incidence normale avec une source de lumière blanche, comme indiqué sur le schéma ci-dessous ; on analyse alors le spectre de la lumière réfléchie grâce à un spectroscopie dont l'entrée est placée au foyer d'une lentille convergente de focale f' .

On néglige la variation de l'indice n du mica avec la longueur d'onde et on adopte la valeur : $n = 1,57$.

- 1- Comment réaliser un spectroscopie ? Quel type de spectre obtiendrait-on en envoyant directement la lumière blanche à l'entrée du spectroscopie ?
- 2- Expliquer que le spectre soit cannelé, c'est-à-dire qu'il comporte des bandes sombres pour certaines longueurs d'onde. Déterminer la relation liant les longueurs d'ondes correspondant aux bandes sombres aux caractéristiques de la lame.
- 3- Sachant qu'entre les longueurs d'onde $\lambda_1 = 491 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 659 \text{ nm}$ on observe 40 bandes sombres, dont une à λ_1 et une à λ_2 , déterminer l'épaisseur e de la lame (réponse : $23,9 \mu\text{m}$).

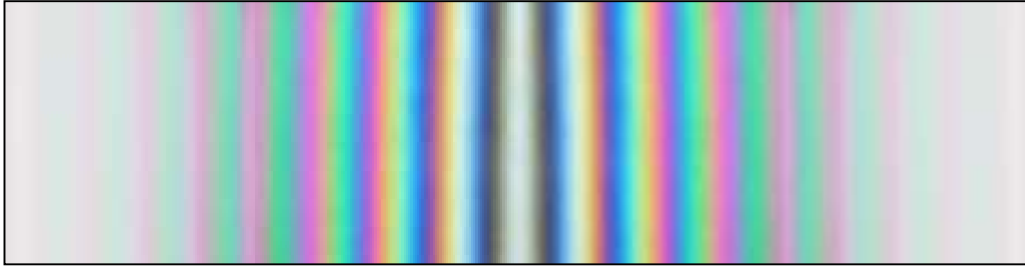


Exercices supplémentaires

Exercice A : Fentes d'Young ; détermination d'indices optiques ; frange achromatique.

- 1- On considère un dispositif de fentes d'Young éclairé par une onde plane en incidence normale, avec les caractéristiques suivantes : distance a entre les fentes : $3,3 \text{ mm}$; distance D entre les fentes et l'écran : $3,0 \text{ m}$; longueur d'onde λ de la source : $0,55 \mu\text{m}$.
 - a- Exprimer puis calculer l'interfrange caractéristique de la figure observée sur l'écran.
 - b- On place devant la fente du haut une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur $e = 0,10 \text{ mm}$. Justifier que l'interfrange reste la même mais que l'on observe un déplacement global de la figure d'interférence. Dans quel sens le déplacement se fait-il ? Justifier qualitativement.
 - c- Le déplacement mesuré étant de $47,3 \text{ mm}$, quel est l'indice du verre pour la longueur d'onde considérée ? Ce déplacement est-il facilement mesurable en lumière monochromatique ?

- 2- On éclaire maintenant le dispositif avec une source de lumière blanche, tout d'abord en l'absence de la lame de verre. On observe le système de franges ci-dessous :



Proposer une explication qualitative à cette observation et justifier en particulier l'existence d'une frange parfaitement blanche au centre de la figure. On pourra s'appuyer sur un schéma de l'intensité lumineuse en fonction de la position.

- 3- Dans la configuration précédente, on replace devant la fente du haut la lame de verre à faces parallèles, dont on suppose que l'indice varie avec la longueur d'onde suivant la loi :

$$n = n_0 + \frac{\beta}{\lambda^2} \quad \text{où } n_0 = 1,500.$$

- a- Comment s'appelle cette formule ? Déterminer le coefficient β .
 b- En utilisant les résultats établis précédemment, expliquer l'effet de cette lame sur chacune des longueurs d'onde composant le spectre de la source et expliquer pourquoi on n'observe plus la frange blanche. Calculer, pour une longueur d'onde λ quelconque, la position $x_p(\lambda)$ sur l'écran de la frange brillante d'ordre p pour cette longueur d'onde.
 c- *Difficile*. On désire montrer qu'il existe néanmoins une frange « achromatique », c'est-à-dire apparaissant approximativement blanche. Pour cela, on cherche l'ordre d'interférence p

entier qui réalise le mieux la condition suivante : $\frac{dx_p}{d\lambda}(\lambda = 0,55\mu\text{m}) = 0$

Justifier cette démarche et déterminer l'ordre d'interférence p en question. Tracer l'allure de la courbe $x_p(\lambda)$ dans le domaine visible pour l'ordre d'interférence p et pour un ordre différent (l'ordre 0 par exemple) et conclure, en utilisant la valeur numérique de l'interfrange $i(\lambda = 0,55\mu\text{m})$ calculée précédemment.

Exercice B : Réseau de Bragg (difficile)

Le paon est un oiseau de la famille des *phasianidés*, très connu pour son plumage caractéristique. Lorsque le paon fait la roue, il dévoile en effet de nombreuses structures ovales colorées qui constituent des ocelles, à la base du camouflage passif chez les animaux. D'un point de vue physique, un ocelle de paon est remarquable par le fait que les couleurs réfléchies dépendent de l'angle d'observation et passent du vert au bleu, voire au violet selon les espèces. Cette propriété est en fait la conséquence d'interférences lumineuses en lumière blanche entre les ondes réfléchies sur la structure microscopique des plumes à différentes incidences : une plume de paon est en effet constituée de fines lamelles empilées les unes sur les autres formant un réseau tridimensionnel appelé *réseau de Bragg*.

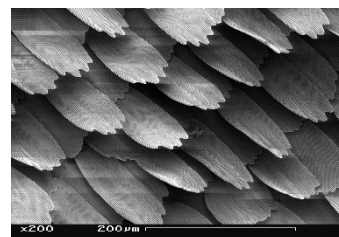
Paon qui fait la roue



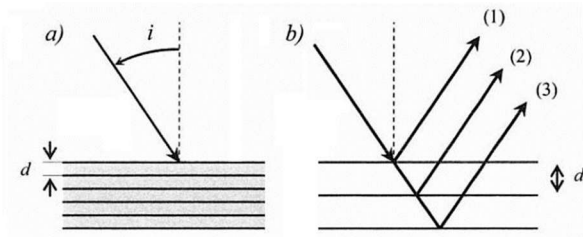
Ocelles de paon



Plume de paon vue au microscope électronique à balayage

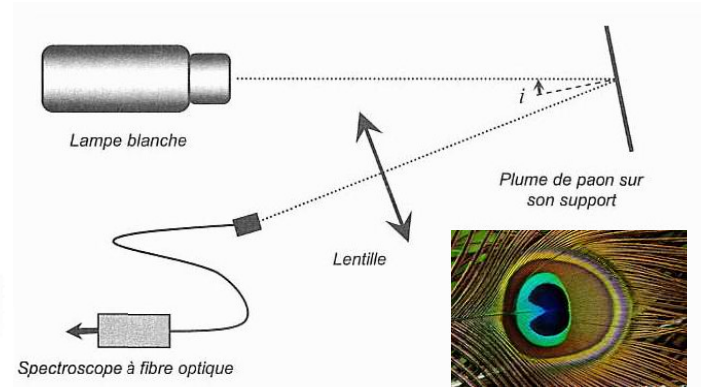


Principe du réseau de Bragg



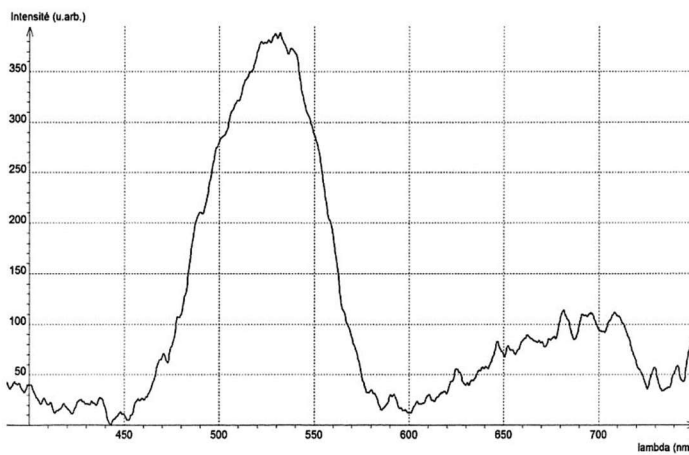
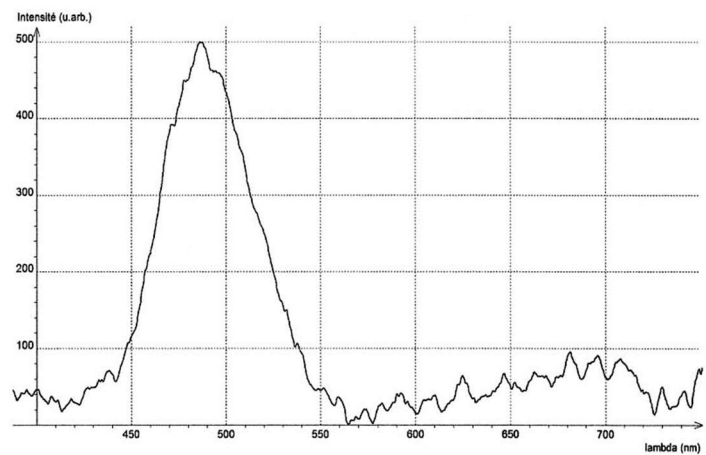
a) La plume de paon constitue un réseau de Bragg
b) Réflexions de la lumière sur les couches successives espacées de d

Montage



On place une plume de paon sur un support optique et on l'éclaire par un faisceau de lumière blanche parallèle sous l'angle d'incidence i en réalisant le montage ci-dessus. Le plan du capteur est le plan focal image de la lentille.

Un spectroscopie à fibre optique permet d'obtenir directement le spectre de la lumière réfléchie. On a reporté ci-dessous les spectres enregistrés pour $i = 5^\circ$ (incidence quasi-normale) et $i = 30^\circ$.

Spectre de la lumière réfléchie avec un angle d'incidence de 5° Spectre de la lumière réfléchie avec un angle d'incidence de 30° 

Montrer que ces spectres rendent compte des propriétés optiques des ocelles de paon. Interpréter ensuite ces spectres puis les exploiter afin de déterminer la distance d entre les couches et le nombre typique de couches mises en jeu ; on évaluera l'incertitude sur la détermination de d .

b. On appelle interfrange i la distance entre deux franges brillantes successives lorsque $z' \gg |\gamma|d$. Évaluer numériquement i . Quel est, en interfrange, la déviation maximale des franges parallèlement à \vec{u}_x ?

c. Représenter les franges observées :

- en début d'expérience, lorsque $d \ll c$;
- en milieu d'expérience, lorsque $d \simeq c$;
- en fin d'expérience, lorsque $d \gg c$.