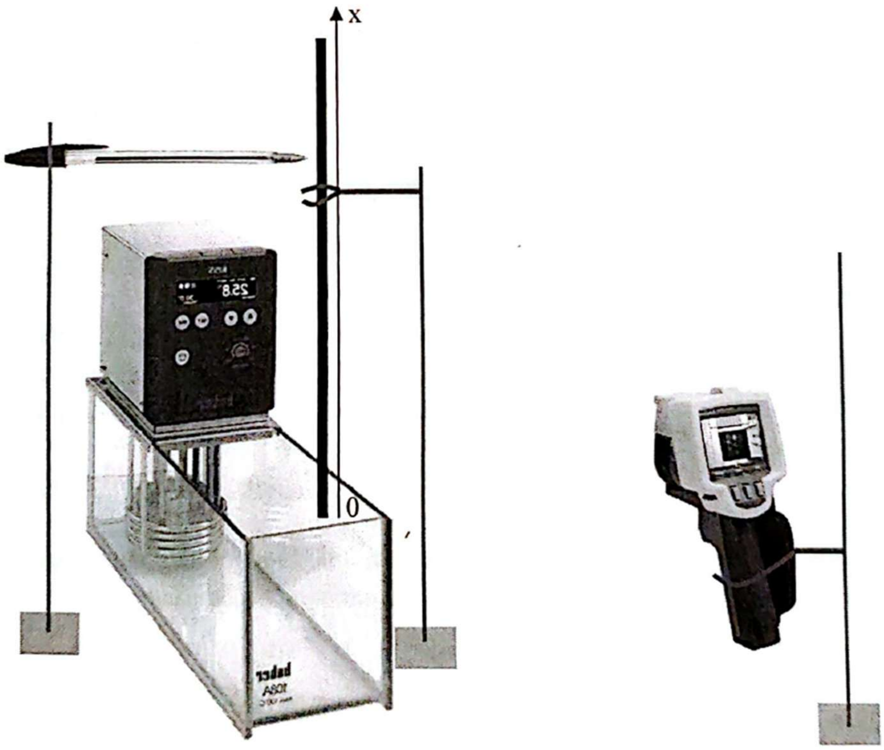
Diffusion thermique dans une barre

I- Dispositif expérimental

A- Le dispositif

On étudie la diffusion thermique dans une tige d'aluminium de longueur $L = 1\,\text{m}$ et de rayon $R = 6\,\text{mm}$ peinte en noir, graduée en cm.
L'extrémité inférieure en $x = 0$ de la tige est au contact d'un bain thermostaté de température $T_{bain} = 60°C$.
Le reste de la tige est au contact de l'air ambiant de température T_0.
La température T(x,t) de la tige à un abscisse x et un instant t est mesurée avec une caméra thermique.
Les graduations de la tige, non visibles à la caméra thermique, seront pointées avec un stylo fixé sur une tige support.



B- Modélisation

On note λ la conductivité thermique de la tige, c sa capacité thermique massique et μ sa masse volumique.

- A l'intérieur de la barre, sous l'effet des différences locales de températures s'établit un transfert thermique dit de conduction :
  Le transfert thermique à travers une section S de la barre entre t et t + dt s'exprimera sous la forme

$$\delta Q_{conduction} = \left(\iint_{P \in S} \overrightarrow{j_Q}(P).dS_P \overrightarrow{n(P)} \right) dt$$

où $\overrightarrow{j_Q}(P)$ est le vecteur densité de flux thermique (analogue au vecteur densité de courant électrique $\overrightarrow{j_{électrique}}$ ou au vecteur de Poynting)

et δQ est orienté par le sens de $\vec{n}$

La loi de Fourier indique :

$$\boxed{\overrightarrow{j_Q} = -\lambda.\overrightarrow{\text{grad}}(T)}$$

- Latéralement, il y a également un transfert thermique entre la barre et l'air par conducto-convection. La loi de Newton donne le transfert thermique échangé entre les instants t et t + dt à travers une surface dS de l'interface barre/air :

$$\delta Q_{\substack{\text{conducto-convection}\\ \text{air}\rightarrow\text{barre}}} = -h\left(T(x,t) - T_0\right)dSdt$$

➢ Par un bilan local d'énergie interne pour l'élément de tige compris entre x et x + dx, montrer que :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x,t) = \frac{\lambda}{\mu c}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,t) - \frac{2h}{\mu c R}\left(T(x,t) - T_0\right)$$

➢ Déterminer la solution T(x) de cette équation différentielle en régime stationnaire et montrer que la distance caractéristique de variation de T(x) est $\delta = \sqrt{\frac{\lambda R}{2h}}$

II- Partie expérimentale :

A- Réglages préliminaires

- Avant de faire chauffer l'eau du bain, placer la tige au contact de l'eau (partie non noircie immergée)
- Pointer l'abscisse $x = 10\,\text{cm}$ avec le stylo.
- Régler la hauteur de la caméra thermique pour qu'elle mesure la température à cette abscisse de 10 cm.
- Faire chauffer l'eau jusqu'à 60°C

B- Première expérience

- Remettre la tige dans la position qu'elle avait lors du réglage préliminaire.
- Déclencher le chronomètre, mesurer la température de la tige à l'abscisse $x = 10\,\text{cm}$ à cet instant initial puis toutes les 30 secondes pendant 15 min.

C- Deuxième expérience

- En supposant qu'un régime quasi-stationnaire a été atteint au bout de 15 min, déplacer la pointe du stylo pour mesurer la température de la tige depuis l'abscisse $x = 0\,\text{cm}$ jusqu'à l'abscisse $x = 60\,\text{cm}$

D- Représentations des mesures

- Tracer la courbe $T(x = 10\,\text{cm}, t)$ en fonction du temps.

  Tracer la courbe $T(x)$ en régime stationnaire
- Tracer une courbe mettant clairement en évidence l'évolution exponentielle de $T(x)$ et préciser sa distance caractéristique δ.