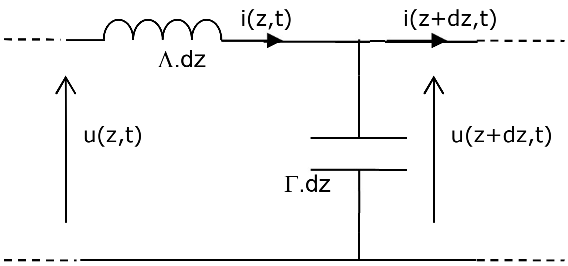
Ligne coaxiale : introduction à la propagation d'une onde

Présentation d'une ligne coaxiale

Un câble coaxial est constitué de deux conducteurs cylindriques. On peut la modéliser par une infinité de cellules L-C de longueur infinitésimale dz (on notera Γ et Λ respectivement la capacité linéique et l'inductance linéique du cable).



On considère les équations couplées régissant les évolutions de tension et intensité :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = -\Lambda \dfrac{\partial i}{\partial t} \\ \dfrac{\partial i}{\partial x} = -\Gamma \dfrac{\partial u}{\partial t} \end{cases}$$

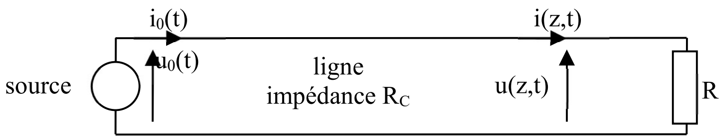
Soit une onde progressive monochromatique se propageant dans le sens des x croissants de tension $\underline{u} = \underline{U_0} \exp\left(j\left(\omega t - kx\right)\right)$ et d'intensité $\underline{i} = \underline{I_0} \exp\left(j\left(\omega t - kx\right)\right)$

1- En utilisant les équations couplées, relier $\underline{U_0}$ et $\underline{I_0}$ par deux relations faisant intervenir k, ω et les grandeurs linéiques Γ et Λ

2- Exprimer alors la célérité $v_\varphi = \dfrac{\omega}{k}$ de cette onde progressive en fonction de Γ et Λ. Le support de propagation est-il dispersif pour ce type d'onde ?

3- En déduire la résistance caractéristique R_c de la ligne définie par le rapport $\dfrac{\underline{U_0}}{\underline{I_0}}$ en fonction de Γ et Λ

Si à l'extrémité de la ligne opposée au générateur, on branche une résistance R.



- Si $R = R_c$ les expressions de $\underline{u}$ et $\underline{i}$ précédemment étudiées vérifient la condition aux limites $\underline{u} = R_c \underline{i}$
- Si $R \neq R_c$, elles ne vérifient plus la condition aux limites. On envisagera alors l'existence d'une onde réfléchie : $\underline{u_r} = \underline{U_{r0}} \exp\left(j\left(\omega t + kx\right)\right)$ et $\underline{i_r} = \underline{I_{r0}} \exp\left(j\left(\omega t + kx\right)\right)$; la superposition des deux ondes : $\underline{u_{tot}} = \underline{u} + \underline{u_r}$ et $\underline{i_{tot}} = \underline{i} + \underline{i_r}$ vérifiant cette condition aux limites.

On peut montrer que le coefficient de réflexion en tension vaut : $\rho=\frac{U_{0r}}{U_0}=\frac{R-R_c}{R+R_c}$

Que vaut ce coeffcient si $R \gg R_c$, $R=R_c$ et $R \ll R_c$?

I- Ligne réelle

A- Impédance adaptée

On dispose d'une ligne de 100 mètres de résistance caractéristique R_c=75 W.

Brancher en entrée le GBF et à l'extrémité une résistance R=R_C=75 W à l'aide des résistances 100 W et 330 W. Envoyer un ***train d'impulsions****. Visualiser sur l'oscilloscope les tensions en entrée et en sortie de la ligne (utiliser un Té).*

- Observe-t-on une onde réfléchie ?
- Déterminer la vitesse de propagation c des ondes sur la ligne.

B- Réflexion en bout de ligne

Débrancher la résistance R terminale (circuit ouvert) et reprendre les observations des deux tensions. Régler le train d'impulsions (fréquence et rapport cyclique) de manière à rendre commodes les observations (pas de superposition entre l'impulsion qui entre dans la ligne et celle qui y retourne après avoir effectué un aller-retour).

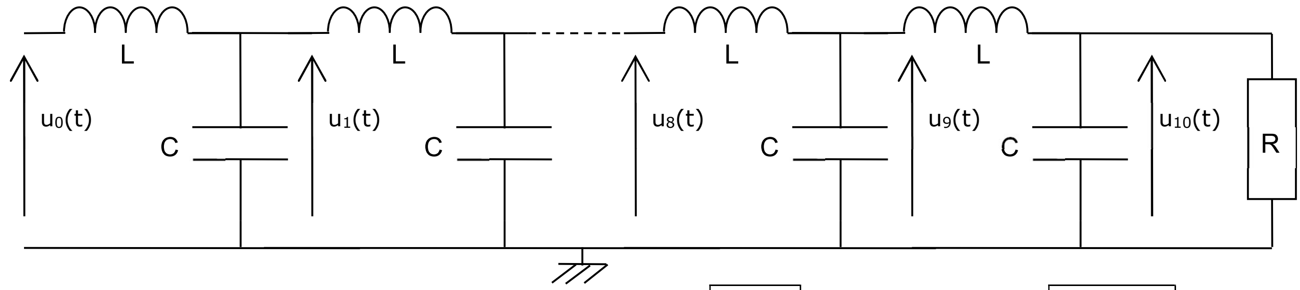
- Décrire et interpréter les formes des deux tensions : signes, amplitude des pulses. On s'aidera de la formule du coefficient de réflexion r_U donnée.
- Calculer de deux façons le taux d'amortissement en % de la tension sur 100 m.

Mettre à présent un court-circuit à l'extrémité et continuer les observations.

- Décrire et interpréter les formes des deux tensions.

II- Ligne simulée par des cellules L-C en cascade

Réaliser le dispositif de la figure ci-dessous, dans le cas d'une cascade de 10 cellules L-C, d'inductance L=1 mH, de capacité C=100 nF. En entrée, le GBF délivre une tension sinusoïdale à la fréquence de 10 kHz.



Pour une telle ligne de pas spatial a, la célérité vaut $\boxed{c=\frac{a}{\sqrt{LC}}}$ et la célérité réduite $\boxed{c_r=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{LC}}}$.

La tension fournie en entrée s'écrit $u_0(t)=U_0.\cos(wt)$, et celle en sortie de la cellule i s'écrit $u_i(t)=U_i.\cos(wt-k.x_i)$ avec $x_i=i.a$, l'abscisse correspondante.

A- Impédance adaptée

Placer une résistance de valeur $R=\sqrt{\frac{L}{C}}$ *à l'extrémité de la dernière cellule, de manière à retrouver l'analogue d'une onde progressive sur la ligne réelle (condition d'adaptation).*

Sur la voie X de l'oscilloscope, visualiser la tension $u_0(t)=U_0.cos(wt)$ délivrée par le GBF. Sur la voie Y, visualiser successivement les tensions $u_i(t)=U_i.cos(wt+j_i)$. Relever leur amplitude U_i et le déphasage j_i par rapport à $u_0(t)$ dans un tableur.

- Afficher les courbes de U_i et j_i en fonction du numéro i de la cellule. Interpréter les résultats.
- Exprimer le déphasage j_i en fonction du nombre i et de la longueur d'onde réduite $l_r=\frac{l}{a}$.
- A l'aide des valeurs des déphasages, mesurer la longueur d'onde réduite $l_r=\frac{l}{a}$.
- Comparer avec la valeur théorique calculée avec L, C et f.

B- Réflexion en bout de ligne

Retirer la résistance R terminale afin de mettre la ligne en court-circuit. Reprendre les mesures d'amplitudes des U_i.

- Afficher les courbes de U_i en fonction de i.
- Effectuer une nouvelle mesure de l_r. Commenter.

Ligne coaxiale : matériel

- Oscilloscope
- 1 GBF
- 1 câble coaxial de 100m +1 Tè BNC
- 1 résistance enfichable sur le câble coaxial de 330 Ω
- 1 résistance enfichable sur le câble coaxial de 100 Ω
- 1 câble coaxial de 1m BNC BNC
- 1 multimètre
- 8 bobines de 1mH
- 8 condensateurs de 100nF
- 1 résistance de 100Ω
- 2 câbles coaxiaux BNC-bananes