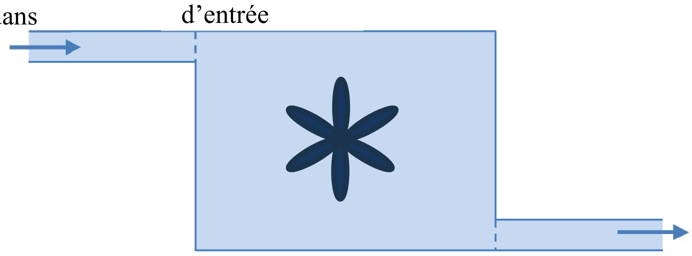
Les principes de la thermodynamique en écoulement stationnaire

On étudie un fluide en écoulement stationnaire[1] ou permanent au sein d'un dispositif ayant les caractéristiques suivantes :

- Le fluide circule dans une canalisation « amont » où ses paramètres intensifs sont uniformes et définis : P_e, T_e, v_e (volume massique), u_e, h_e (énergie interne et enthalpie massiques), c_e (célérité ou vitesse du fluide) …
- Il entre dans une partie active avec laquelle il échange du travail (s'il y a des éléments mobiles comme des pales à l'intérieur) et des transferts thermiques) et où il subit des modifications de ses paramètres d'état.
- Il ressort de la partie active par une canalisation « avale » où ses paramètres intensifs sont uniformes et définis : P_s, T_s, v_s, u_s, h_s, c_s



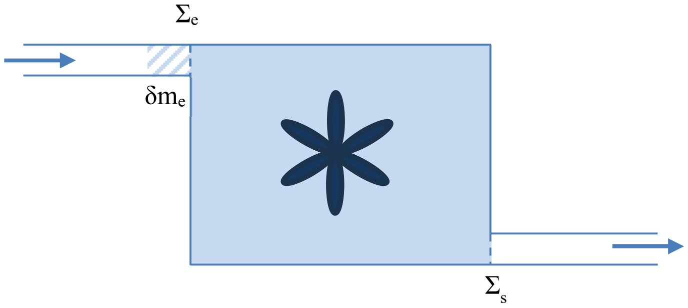
I- Définition du système d'étude

Le système le plus simple à envisager est la portion de fluide comprise entre les deux sections fixes Σ_e et Σ_s. Notons S ce système.

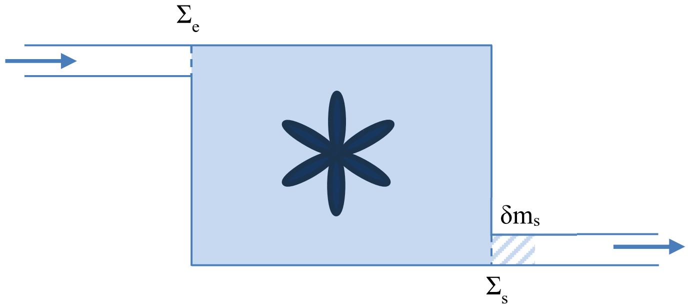
- AVANTAGE : en régime stationnaire toutes les grandeurs extensives associées à S sont indépendantes du temps : sa masse $m(\cancel{t})$, son énergie totale $E(\cancel{t})$, son énergie interne $U(\cancel{t})$, son enthalpie $H(\cancel{t})$, son entropie $S(\cancel{t})$…
- INCONVENIENT : ce système est **ouvert** : entre t et t + dt une masse δm_e entre dans S par Σ_e et une masse δm_s sort dans S par Σ_s. **On ne peut donc pas appliquer les principes de la thermodynamique à S**.

Nous allons effectuer des bilans entre les instants t et t + dt et allons associer au système ouvert S le système fermé S^* constitué du fluide contenu dans S et de la masse δm_e de fluide qui va entrer dans S entre les instants t et t+dt. A l'instant t+dt, ce système fermé S^* sera constitué du fluide contenu dans S et de la masse δm_s de fluide qui sort de S entre les instants t et t+dt.
Nous noterons $m^*(t)$, $E^*(t)$, $U^*(t)$, $H^*(t)$, $S^*(t)$ … les grandeurs associées à S^*.

[1] Cela signifie que les grandeurs extensives associées à toute portion de ce fluide comprise dans un volume fixe sont constantes.



Système fermé S^* à l'instant t



Système fermé S^* à l'instant t + dt

II- Bilan de masse

La masse du système fermé S^* est constante : $m^*(t+dt) = m^*(t)$

Or par définition du système S^* : $\begin{cases} m^*(t+dt) = m(t+dt) + \delta m_s \\ m^*(t) = m(t) + \delta m_e \end{cases}$

$\cancel{m} + \delta m_s = \cancel{m} + \delta m_e$ par stationnarité

Ainsi $\boxed{\delta m_s = \delta m_e}$ que l'on notera δm

On introduira également le **débit massique D_m** tel que $\boxed{\delta m = D_m dt}$

III- Bilan d'énergie : application du premier principe à S^*

Le système S* étant fermé, on peut lui appliquer le premier principe de la thermodynamique entre les instants t et t + dt.

$$E^*_{tot}(t+dt) - E^*_{tot}(t) = \delta W + \delta Q$$

$$\left[E^*_{c\,macro}(t+dt) + E^*_{pext}(t+dt) + U^*(t+dt)\right] - \left[E^*_{c\,macro}(t) + E^*_{pext}(t) + U^*(t)\right] = \delta W + \delta Q$$

Expression des différents termes :

- $$E^*_{c\,macro}(t+dt) = \underbrace{E_{c\,macro}(t+dt)}_{\text{asssocié à S}} + \underbrace{\delta E_{c\,macros}}_{\substack{\text{associé à } \delta m_s \\ \text{infiniment petite } (\delta) \\ \text{car associée au système} \\ \text{infinitésimal}}} = \underbrace{E_{c\,macro}}_{\text{stationnaire}} + \delta m_s . \frac{1}{2} c_s^2 = E_{c\,macro} + D_m dt . \frac{1}{2} c_s^2$$

  $$E^*_{c\,macro}(t) = E_{c\,macro} + D_m dt . \frac{1}{2} c_e^2$$

Ainsi $dE^*_{c\,macro} = D_m dt.\left(\frac{1}{2}c_s^2 - \frac{1}{2}c_e^2\right)$

On procèdera de façon identique pour toutes les autres fonctions d'état extensives en faisant apparaitre les termes stationnaires associés à S ouvert et les termes infinitésimaux ajoutés pour définir S* fermé à t + dt ou t (on exprimera ces termes infinitésimaux à l'aide de la masse $\delta m = D_m dt$ et les grandeurs énergétiques massiques, notées avec des minuscules)

- $$dE^*_{p\,ext} = \left(E_{p\,ext}\left(\cancel{t+dt}\right) + \delta m.\underbrace{e_{p\,ext\,s}}_{\substack{\text{énergie potentielle}\\ \text{massique dans l'état}\\ \text{de sortie "s"}}}\right) - \left(E_{p\,ext}\left(\cancel{t}\right) + \delta m.e_{p\,ext\,e}\right) = D_m dt.\left(e_{p\,ext\,s} - e_{p\,ext\,e}\right)$$

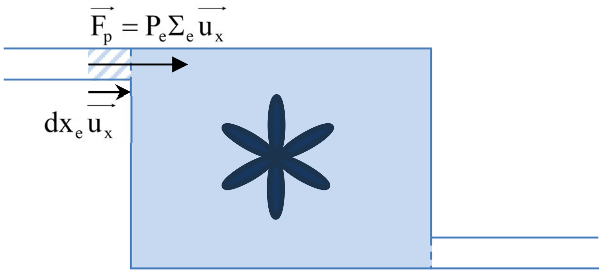
Le plus souvent il s'agira de l'énergie potentielle de pesanteur (avec axe Oz ascendant) :
$dE^*_{p\,ext} = D_m dt.g\left(z_s - z_e\right)$

- $$dU^* = \left(U\left(\cancel{t+dt}\right) + \delta m.\underbrace{u_s}_{\substack{\text{énergie interne}\\ \text{massique dans l'état}\\ \text{de sortie "s"}}}\right) - \left(U\left(\cancel{t}\right) + \delta m.u_e\right) = D_m dt.\left(u_s - u_e\right)$$

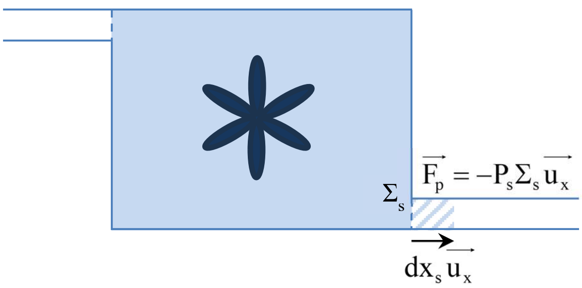
Le terme de droite se simplifie donc en :

$$E^*_{tot}\left(t+dt\right) - E^*_{tot}\left(t\right) = D_m dt\left[\left(\frac{1}{2}c_s^2 - \frac{1}{2}c_s^2\right) + \left(e_{p\,s} - e_{p\,e}\right) + \left(u_s - u_e\right)\right]$$

- Pour le travail reçu par S* entre t et t + dt, on distinguera le travail reçu (algébriquement) par les parties mobiles dans le dispositif (travail récupérable ou à fournir par un système mécanique extérieur) du travail des forces pressantes que le fluide amont et aval exerce sur S*.



A l'entrée, au niveau de Σ_e :
Le travail de cette force pressante sera :
$\delta W_e = \overrightarrow{F_p}.\overrightarrow{dl_e} = P_e\Sigma_e dx_e = P_e\delta V_e$
où δV_e est le volume occupé par la masse δm_e entrant dans S entre t et t + dt
$\delta V_e = \delta m.v_e = D_m dt.v_e$ où v_e est le volume massique dans l'état « e »
$\delta W_e = \overrightarrow{F_p}.\overrightarrow{dl_e} = P_e\Sigma_e dx_e = D_m dt.P_e v_e$



A la sortie, au niveau de Σ_s, le calcul est le même, mais force pressante et déplacement ne sont plus dans le même sens $\delta W_s = -D_m dt.P_s v_s$

Ainsi $\delta W = -D_m dt.P_s v_s + D_m dt.P_e v_e + \delta W_{"utile"}$

Au final, le premier principe s'écrit :

$$D_m dt\left[\left(\frac{1}{2}c_s^2 - \frac{1}{2}c_s^2\right) + \left(e_{p\,s} - e_{p\,e}\right) + \left(u_s - u_e\right)\right] = -D_m dt.\left(P_s v_s - P_e v_e\right) + \delta W_{"utile"} + \delta Q$$

$$\text{Soit } D_m dt\left[\left(\frac{1}{2}c_s^2-\frac{1}{2}c_s^2\right)+\left(e_{p\,s}-e_{p\,e}\right)+\left(\underbrace{u_s+P_s v_s}_{\substack{h_s\\ \text{entahlpie massique}\\ \text{dans l'état de sortie}}}\quad\underbrace{-u_e-P_e v_e}_{\substack{-h_e\\ \text{entahlpie massique}\\ \text{dans l'état d'entrée}}}\right)\right]=\delta W_{\text{"utile"}}+\delta Q$$

On introduira les puissances mécaniques utiles P_u et thermique P_{th} telles que $\delta W_{\text{"utile"}}=P_u dt$ et $\delta Q = P_{th} dt$

Le premier principe en écoulement stationnaire (ou premier principe industriel) s'écrira donc :

$$\boxed{D_m\left[\left(\frac{1}{2}c_s^2-\frac{1}{2}c_s^2\right)+\left(e_{p\,s}-e_{p\,e}\right)+\left(h_s-h_e\right)\right]=P_u+P_{th}}$$

Simplification :

- Dans l'immense majorité des cas (cad toujours pour nous), l'énergie potentielle sera l'énergie potentielle de pesanteur et soit on précisera clairement que l'écoulement est horizontale soit de façon implicite, **on négligera ce terme**.
  Calcul d'ordre de grandeur : $h_s-h_e=c\left(T_s-T_e\right)$ si on considère une élévation de 1K ce terme vaut, pour de l'eau liquide, $h_s-h_e=4\,\text{kJ.kg}^{-1}$
  Pour avoir une variation comparable d'énergie potentielle de pesanteur massique, il faudrait une élévation de $\Delta z=\dfrac{h_s-h_e}{g}=\dfrac{4.10^3}{10}=400\,\text{m}$
  Les variations de température seront plus élevées (il y aura parfois des changements d'état qui sont associé à des variations d'enthalpie massique encore plus élevées) et les variations d'altitude ne dépasseront pas les dizaines de mètres).
- La variation d'énergie cinétique macroscopique massique sera de même souvent négligeable. On parlera parfois d'écoulement « lent » pour insister.
  Les seuls cas où il faudra tenir compte de ce terme sera dans l'étude de propulseur (hélices de bateau, lance à incendie …). Ces problèmes relèvent plus de la mécanique des fluides qui n'est pas au programme de MP et ne seront « pas » rencontrés

Le premier principe en écoulement stationnaire (ou premier principe industriel) s'utilisera donc sous la forme

$$\boxed{D_m\left(h_s-h_e\right)=P_u+P_{th}}$$

On introduira parfois les travaux utiles et transferts thermiques associés à l'unité de masse :

$w_u=\dfrac{P_u}{D_m}=\dfrac{\delta W_u}{\delta m}$ (noté le w minuscule, grandeur massique) et $q=\dfrac{P_{th}}{D_m}=\dfrac{\delta Q}{\delta m}$

$$\boxed{h_s-h_e=w_u+q}$$

IV- Second principe en écoulement

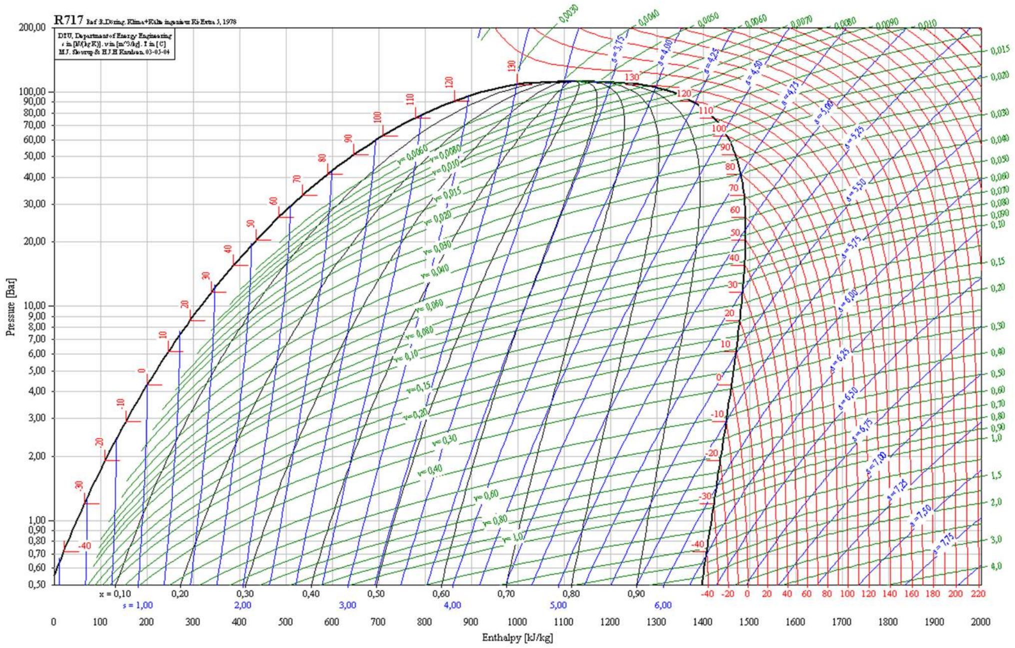
Un raisonnement identique au précédent permet d'énoncé le second principe en écoulement stationnaire :

$$\boxed{D_m\left(s_s-s_e\right)=\frac{\delta S_{\text{échangé}}}{dt}+\frac{\delta S_{\text{créé}}}{dt}}$$

V- Utilisation des diagrammes enthalpiques

On utilisera souvent des diagrammes (P, h) appelés diagrammes enthalpiques (parfois diagrammes des « frigoristes ») sur lesquels on représentera les évolutions thermodynamiques du fluide. Des courbes représentant les principales transformations seront toujours tracées sur le graphique pour guider la représentation des transformations (seront tracées des courbes isothermes, isochore, isentropiques ; les courbes isobares étant des horizontales). Regardez à ce sujet les documents distribués « diagramme enthalpique de l'eau » et « diagramme enthalpique détaillé ».

Par exemple considérons le fluide caractérisé par le diagramme ci-dessous :

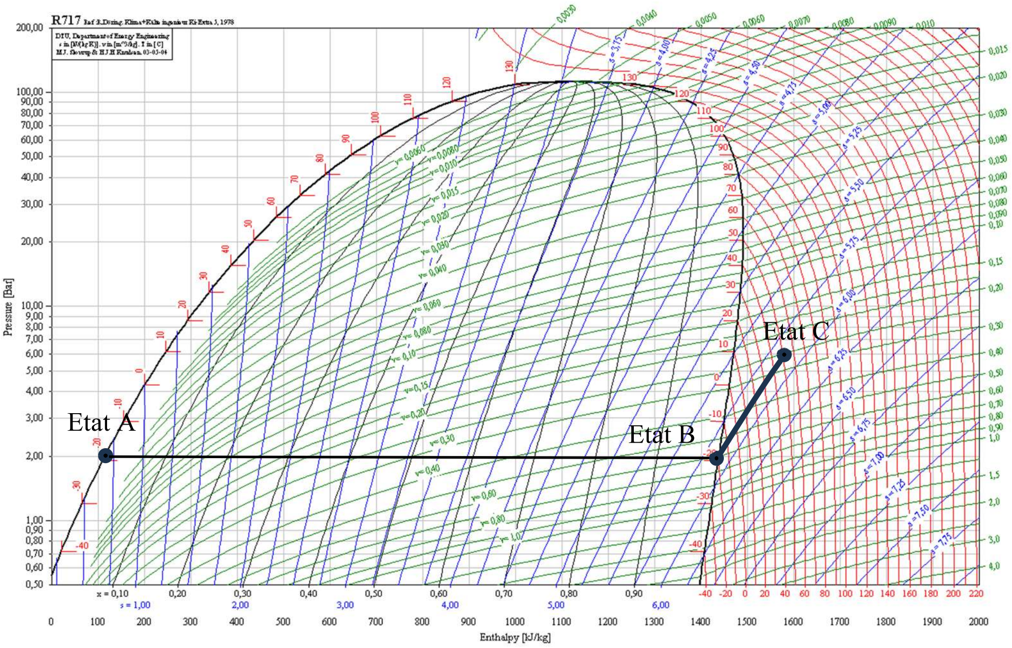


Considérons la succession de transformations suivantes :

- Dans l'état A le fluide est à l'état de liquide saturant à la pression de 2 bar.
- Le fluide passe ensuite dans un échangeur thermique (sans pièce mobile) où il subit une vaporisation totale isobare qui l'amène à l'état B de gaz saturant
- Le fluide subit ensuite une compression adiabatique réversible qui l'amène dans l'état C à la pression de 6 bars.

1- Représenter les transformations sur le diagramme ci-dessus
2- Déterminer la température de l'état C
3- Evaluer les travaux utiles ou transferts thermiques reçus par l'unité de masse subissant ces transformations
4- La puissance mécanique nécessaire pour réaliser la compression BC est de 10 kW, déterminer le débit massique du fluide.

Réponses :



1- L'état A est placé sur la courbe de saturation (côté liquide = côté des basses enthalpie). L'état B sera l'état de gaz saturant à la même pression de 2 bar
Pour tracer la transformation BC adiabatique réversible donc isentropique, on suit les courbes isentropiques entourant le point B. On suit cette courbe « interpolée » jusqu'à la pression finale de 6 bars. On obtient l'état C

2- On cherche la température de la courbe isotherme passant par C. **On trouve 50°C**

3- On utilise le premier principe industriel (sous sa forme simplifiée)

$$h_B - h_A = w_{A\to B} + q_{A\to B}$$

Avec $h_B = 1400\,\text{kJ.kg}^{-1}$, $h_A = 120\,\text{kJ.kg}^{-1}$ et $w_{A\to B} = 0$ (pas de pièce mobile dans l'échangeur thermique)

On en déduit $\boxed{q_{A\to B} = 1280\,\text{kJ.kg}^{-1}}$

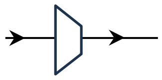
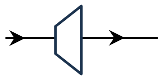
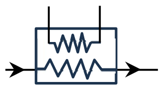
Ensuite $h_C - h_B = w_{B\to C} + 0$ (évolution adiabatique) et donc

$$\boxed{w_{B\to C} = 1590 - 1400 = 190\ \text{kJ.kg}^{-1}}$$

4- La puissance mécanique vérifie : $\delta m w_{B\to C} = P_{meca} dt$

Soit $D_m = \dfrac{\delta m}{dt} = \dfrac{P_{meca}}{w_{B\to C}} = \dfrac{10}{190} = 53.10^{-3}\ \text{kg.s}^{-1} = 53\,\text{g.s}^{-1}$

VI- Principales parties actives rencontrées

Partie active	w (ou P_u)	Q (ou P_{th})	objectif
Compresseur 	> 0 C'est ce travail qui est utile	< 0 : pertes thermiques Souvent négligées (on parle de compresseur adiabatique)	Elévation de pression
Turbine 	< 0 via une hélice mobile par exemple. Ce travail est utile	< 0 : pertes thermiques Souvent négligées (on parle de turbine adiabatique)	Récupération d'un travail (on récupère -w >0)
Détendeur 	= 0 Pas de pièce mécanique mobile, écoulement avec chute de pression	< 0 : pertes thermiques Souvent négligées (on parle de détendeur adiabatique)	Chute de pression (et régulation de débit)
Echangeur 	= 0 Pas de pièce mécanique	> 0 ou < 0 selon que l'on veut chauffer ou refroidir.	Elévation ou chute de température.
• L'échange thermique se fait avec un autre fluide, chaud ou froid, via une paroi. • L'évolution dans l'échangeur est en générale isobare. • On parle d'évaporateur si q > 0 et que le fluide d'étude est partiellement ou totalement vaporisé dans l'échangeur • On parle de condenseur si q < 0 et que le fluide d'étude est partiellement ou totalement liquéfié dans l'échangeur			
Chambre de combustion (ou chaudière)	= 0	> 0 : l'apport d'énergie se par échange avec un gaz chauffé via une réaction de combustion	Elévation de température

Remarque cas particulier de l'échangeur thermique