

**DEVOIR SURVEILLÉ n°5**  
**Samedi 17 janvier 2026 – Durée 4h**

*L'épreuve contient 2 parties totalement indépendantes.*

**Problème 1 : Téléobjectif**

On utilise un objectif standard assimilable à une lentille mince de centre  $O_1$ , de distance focale  $f_1' = \overline{O_1F_1'} = 50$  mm.

Le capteur est de format 24 mm x 36 mm et dispose de 10 MPixels de formes carrées.

On désire photographier la tour Montparnasse AB haute de  $h = 200$  m et distante de  $D = 2$  km. Le point A se trouve sur l'axe optique de la lentille, l'objet AB est perpendiculaire à cet axe.

**1.a-** Calculer le côté  $a$  d'un pixel.

**1.b-** Quelle est la valeur numérique de l'encombrement  $E_1$  de l'objectif, c'est-à-dire de la distance entre l'objectif et le capteur ?

**1.c-** Quelle est la taille algébrique  $h'$  de l'image  $A'B'$  de la tour sur le capteur ?

**1.d-** Quelle sera la taille de la tour sur la photo papier de format 10 cm x 15 cm ?

**1.e-** Sera-t-on capable de voir sur le cliché s'il y a des laves de carreaux?

**2.** Pour obtenir une image plus grande, on utilise le système formé par une lentille convergente  $L_1$  de distance focale  $f_1' = \overline{O_1F_1'} = 50$  mm suivie d'une lentille divergente  $L_2$  de distance focale  $f_2' = \overline{O_2F_2'} = -25$  mm (téléobjectif). La distance entre les centres des deux lentilles est  $\overline{O_1O_2} = 31,2$  mm.

**2.a-** Soit  $A'B'$  l'image de AB par  $L_1$  : préciser la position de  $A'B'$  par rapport à  $O_2$  et indiquer la nature de  $A'B'$  pour la lentille  $L_2$ . Faire la construction géométrique à l'échelle 1:1 donnant l'image  $A''B''$  de la tour à travers le système des deux lentilles.

**2.b-** Déterminer la position de  $A''B''$  par rapport à  $O_2$ , puis la taille algébrique de cette image. Quel zoom sera alors inscrit sur le téléobjectif ?

**2.c-** Représenter les photos prises avec l'objectif standard du 1. et au téléobjectif. On respectera l'échelle.

**2.d-** Évaluer l'encombrement  $E_2$  du téléobjectif.

**3.** Quelle serait la distance focale  $f_3'$  d'une lentille convergente unique  $L_3$  qui donnerait de la tour la même taille d'image  $A''B''$  que le téléobjectif ? Comparer son encombrement  $E_3$  à  $E_2$  et conclure.

## Problème 2 : Contrôle non destructif (CCS MP)

Le but des essais non destructifs est de détecter dans une pièce métallique, et en respectant son intégrité, toute particularité de sa structure. On souhaite ici contrôler la qualité d'une plaque d'aluminium, de faible épaisseur par rapport à ses autres dimensions, en utilisant une technique de contrôle non destructif par courants de Foucault.

Le dispositif utilisé comprend :

- une bobine alimentée par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence  $f$ . Cette bobine est déplacée à la surface de la plaque à tester, sans contact électrique ;
- un système de mesure d'impédance par détection synchrone afin de mesurer en direct l'impédance de la bobine. En effet, la bobine joue à la fois le rôle d'émetteur et de récepteur : lorsque l'opérateur passe la bobine au dessus d'un défaut interne à la plaque, son impédance interne est légèrement modifiée.

La figure 1 présente le système de détection, le dispositif de mesure d'impédance n'est pas représenté.

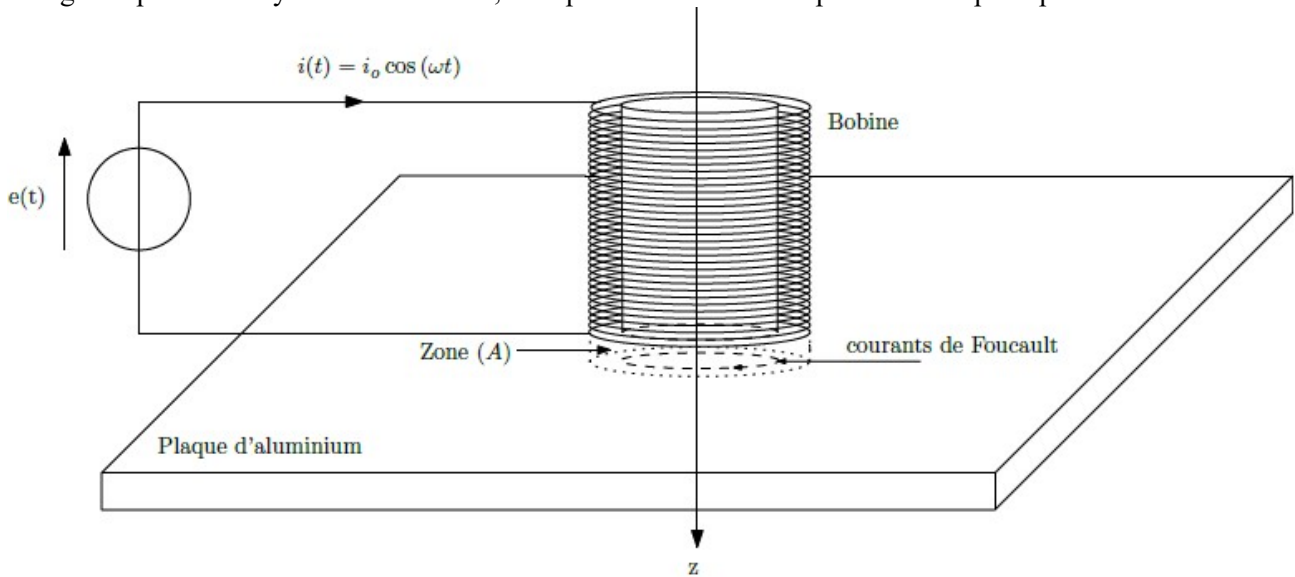


Figure 1 – Principe du CND

Données :

fréquence du générateur :  $f=50 \text{ Hz}$

épaisseur de la plaque :  $d=3,0 \text{ mm}$

longueur de la bobine  $\ell_b=12 \text{ cm}$

nombre de spires de la bobine :  $N=1,0 \times 10^3$

rayon moyen du bobinage :  $R_b=2,5 \text{ cm}$

masse molaire de l'aluminium :  $M=27 \text{ g.mol}^{-1}$

masse volumique de l'aluminium :  $\mu=2,7 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

conductivité électrique de l'aluminium :  $g_0=3,8 \times 10^7 \text{ S.m}^{-1}$

perméabilité magnétique du vide :  $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

## A – Expression approchée du champ magnétique créé par la bobine excitatrice dans la plaque

À l'aide d'un logiciel de simulation, on visualise les cartes du champ magnétique créé par la bobine dans différentes situations et ce afin d'établir son expression approchée. Les figures 3, 4 et 5 représentent les cartes du champ créé par la bobine ainsi que les profils axiaux et radiaux de ce champ dans 3 cas, avec une même amplitude de courant  $i_0$  :

- la bobine seule pour  $f = 50 \text{ Hz}$  (carte 1) ;
- la bobine en présence de la plaque pour  $f = 50 \text{ Hz}$  (carte 2) ;
- la bobine en présence de la plaque pour  $f = 200 \text{ Hz}$  (carte 3).

Le profil axial représente l'amplitude du champ magnétique en un point M appartenant à l'axe (Oz) en fonction de sa coordonnée  $z$ , l'origine de cet axe étant choisie au centre de la bobine (voir figure 2). Le profil radial représente l'amplitude du champ magnétique en un point M appartenant au plan  $z = \frac{l_b}{2}$  en fonction de son abscisse  $x_r$  sur l'axe  $(M, \vec{e}_r)$  l'origine de cet axe étant choisie sur un des côtés de la bobine (voir figure 2).

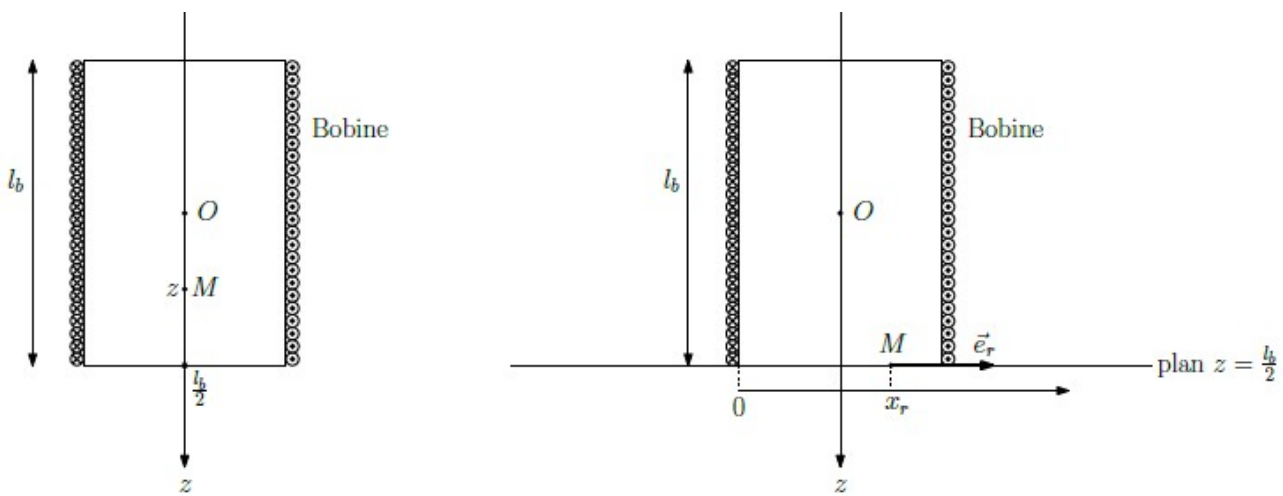


Figure 2 – Conventions pour les profils axial et radial

A.1) Justifier que le champ créé en un point de l'espace est de la forme :

$$\vec{B}(M) = B_r(r, z, t) \vec{e}_r + B_z(r, z, t) \vec{e}_z$$

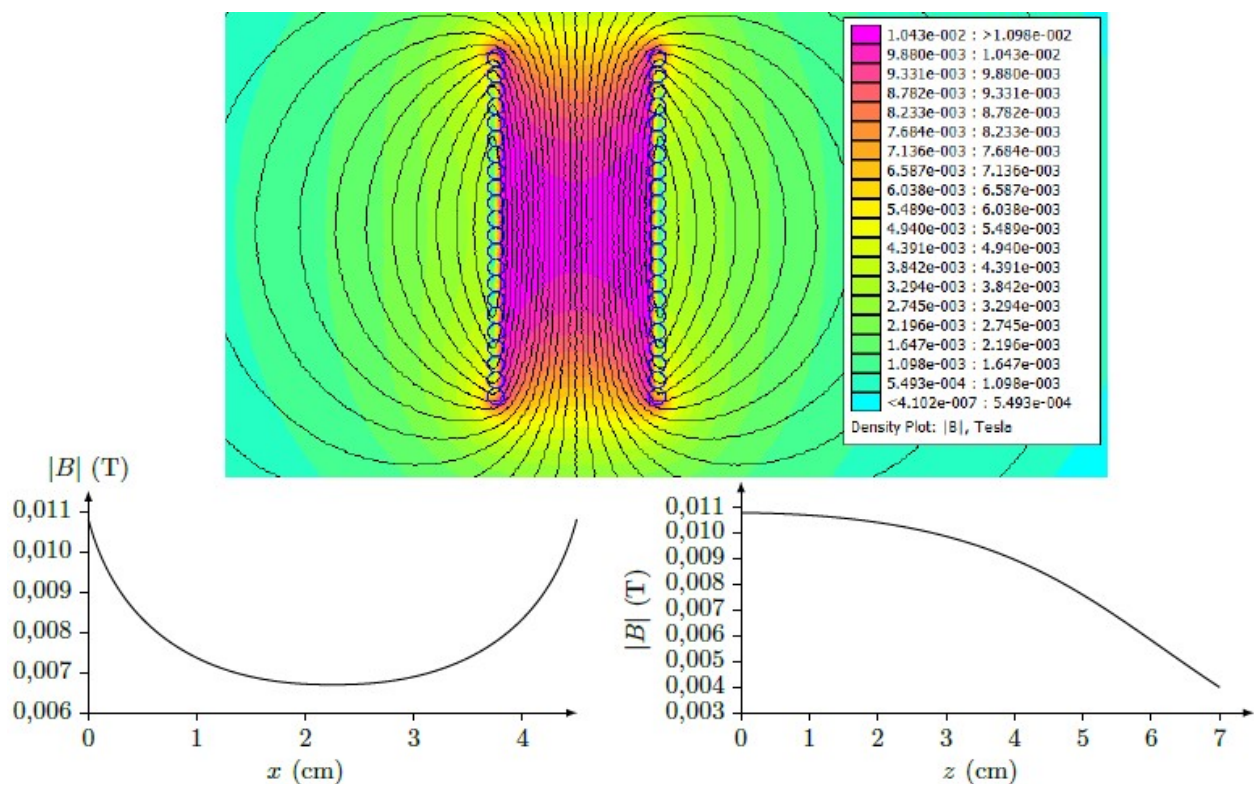


Figure 3 – Carte 1

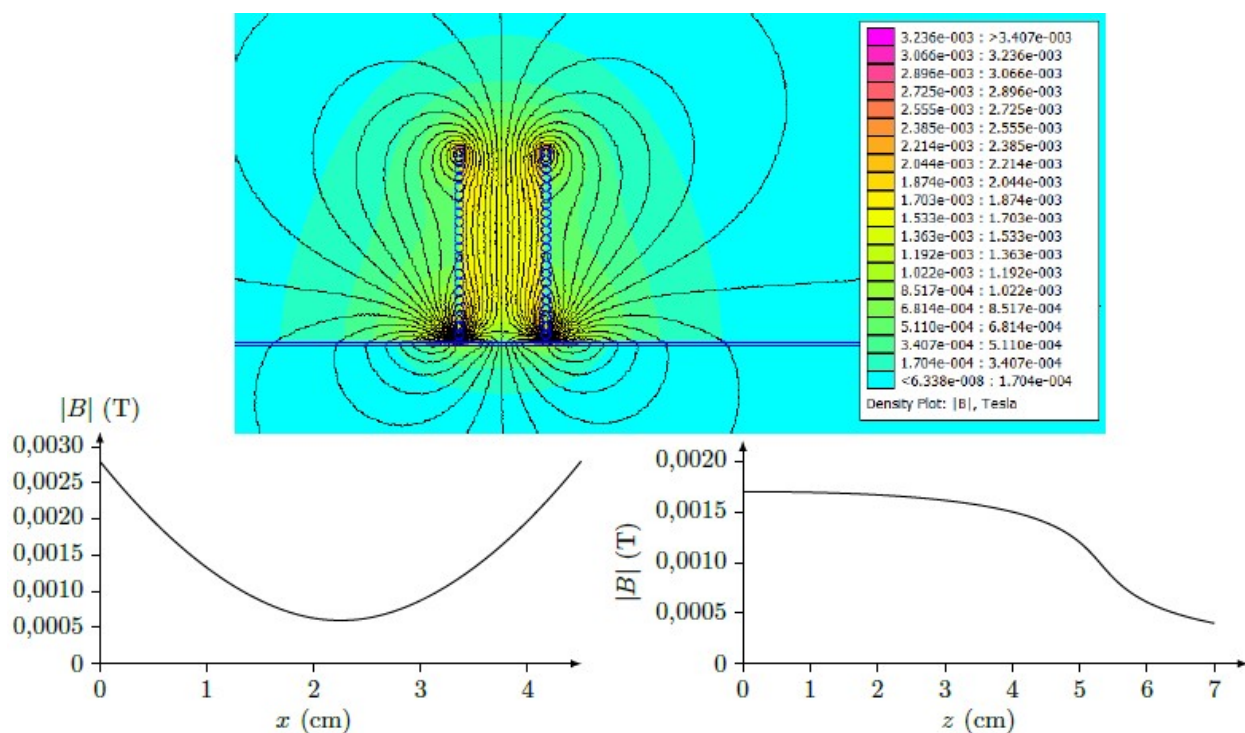


Figure 4 – Carte 2

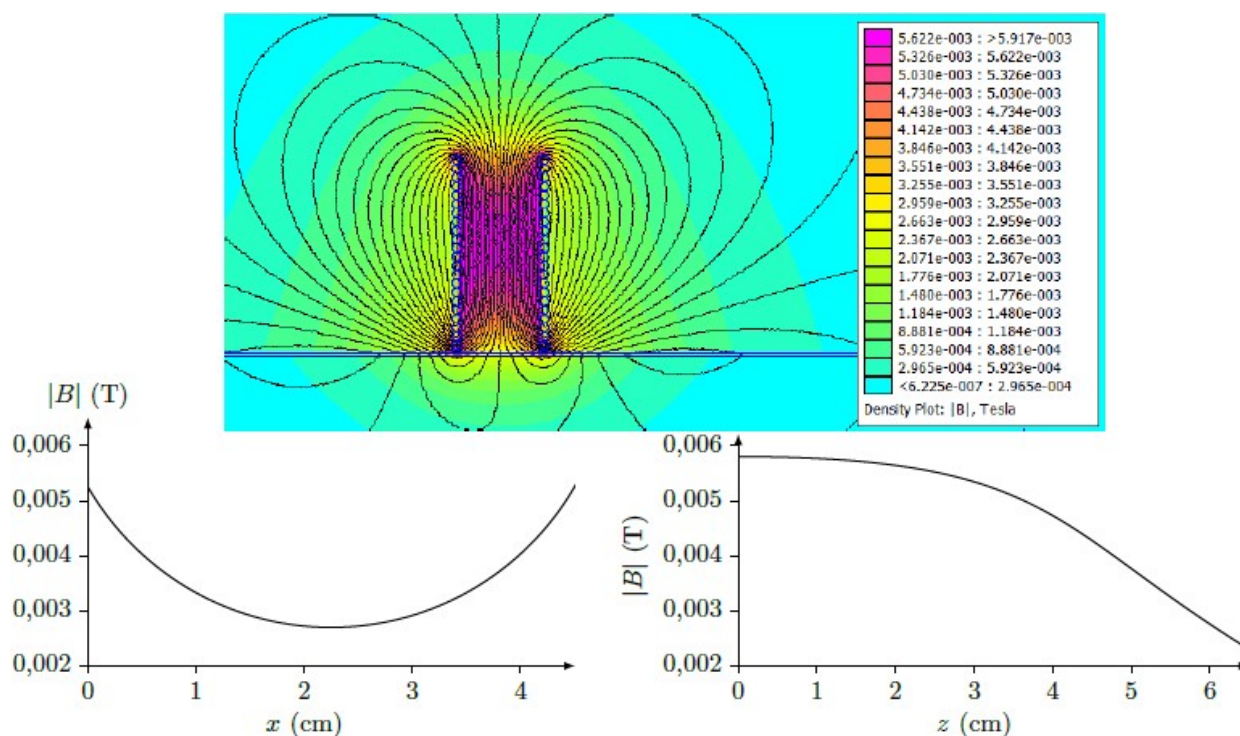


Figure 5 – Carte 3

**A.2)** Comparer l'amplitude du champ magnétique avec et sans plaque et expliquer ces différences.

**A.3)** On s'intéresse au champ magnétique créé dans la partie de la plaque directement au contact avec la bobine (zone (A) sur la figure 1). Dans une première approximation, on suppose que le champ dans cette zone est de la forme  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$  où  $B_0$  est l'amplitude du champ magnétique supposée uniforme.

**a)** En vous aidant des profils de la carte 2, proposer une valeur numérique pour  $B_0$ .

**b)** En vous aidant de la carte 2, justifier que  $B_0$  peut s'écrire :  $B_0 = \alpha \frac{\mu_0 N i_0}{\ell_b}$  (I.1)

où  $\alpha$  est un coefficient dont on précisera la valeur numérique.

## B – Courants de Foucault

On se place toujours dans l'hypothèse où le champ magnétique dans la zone (A) est de la forme

$\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ . Ce champ magnétique étant variable, il apparaît dans la plaque, un champ électrique orthoradial, lui-même à l'origine de courants induits.

**B.1)** Déterminer dans la zone (A) l'expression du champ électrique induit  $\vec{E}$  par les variations temporelles de  $\vec{B}$ .

**B.2)** Établir que l'expression du vecteur densité volumique  $\vec{j}$  de courant est donnée par la relation

$$\vec{j} = \frac{\gamma_0 \omega B_0}{2} r \sin(\omega t) \vec{e}_\theta \quad \text{où } \vec{e}_\theta \text{ est le vecteur unitaire orthoradial des coordonnées cylindriques.}$$

### C – Modification de l'impédance de la bobine excitatrice

L'impédance de la bobine en l'absence de la plaque est  $\underline{Z} = R + jL\omega$ . En présence de la plaque, cette impédance est modifiée. Le but de cette sous-partie est de déterminer cette nouvelle impédance.

On modélise les variations de l'impédance  $\underline{Z}$  de la bobine en présence de la plaque de la manière suivante :

$$\underline{Z} = (R + \delta R) + j\omega(L - \delta L) \quad \text{où} \quad \delta R \langle i^2 \rangle = \langle P_J \rangle \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \delta L \langle i^2 \rangle = \langle E_m \rangle$$

avec

- $P_J$  la puissance dissipée par effet Joule par les courants de Foucault dans la plaque ;
- $E_m$  l'énergie magnétique stockée dans la plaque ;
- $\langle X \rangle$  désignant la valeur moyenne temporelle de la grandeur  $X(t)$ .

**C.1)** En exploitant soigneusement l'annexe, déterminer les valeurs numériques de  $R$  et de  $L$  qui caractérisent l'impédance de la bobine en l'absence de la plaque.

**C.2)** Justifier à l'aide d'un argument énergétique simple, que la partie réelle de l'impédance de la bobine augmente.

**C.3)** Justifier, en utilisant les cartes données par les figures 3, 4 et 5, que la partie imaginaire de l'impédance de la bobine diminue.

**C.4)** Exprimer  $P_J(t)$  en supposant que la plaque d'aluminium est de faible épaisseur par rapport à ses autres dimensions et que le champ magnétique vaut  $\vec{B} = B_0 \cdot \cos(\omega t) \vec{e}_z$  dans la zone (A) et est nul ailleurs.

Déduire, en utilisant la relation (I.1), l'expression de  $\delta R$  en fonction de  $\alpha$ ,  $N$ ,  $d$ ,  $R_b$ ,  $\gamma_0$ ,  $\omega$  et  $\ell_b$ .

**C.5)** L'énergie électromagnétique  $E_m$  est due au champ magnétique  $\vec{B}'$  créé par les courants de Foucault dans la plaque. Pour simplifier, on suppose que ce champ  $\vec{B}'$  est nul en dehors de la zone (A) et que, dans la zone (A), il est de la forme  $\vec{B}' = B'(r, z, t) \vec{e}_z$ .

a) En utilisant la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Ampère, déterminer le champ magnétique  $\vec{B}'$  créé dans la zone (A). On supposera ce champ nul pour  $r = R_b$ .

b) En déduire l'expression de  $E_m$ .

c) En utilisant la relation (I.1), exprimer  $\delta L$  en fonction de  $\alpha$ ,  $N$ ,  $d$ ,  $R_b$ ,  $\gamma_0$ ,  $\omega$  et  $\ell_b$ .

**C.6)** Déterminer un ordre de grandeur de  $\delta R$  et  $\delta L$ . Conclure.

**C.7)** Discuter des avantages et inconvénients à travailler à fréquence plus élevée.



### Problème 3 : La spectrométrie ICP-AES

Ce sujet s'intéresse à quelques aspects de la spectrométrie ICP-AES, acronyme de Inductively Coupled Plasma - Atomic Emission Spectrometry (plasma à couplage inductif - spectrométrie d'émission atomique). Il s'agit d'une technique d'analyse de grande précision permettant la mesure de la nature et de la concentration des éléments qui se trouvent dans les matières solides, les liquides ou les gaz. On peut notamment déterminer grâce à celle-ci l'abondance des métaux lourds dans l'eau du circuit primaire d'une centrale nucléaire ou encore contrôler l'efficacité des résines échangeuses d'ions.

Un spectromètre ICP-AES utilise une torche à plasma (figure 7). À la base de la torche sont introduits de l'argon, ainsi que l'échantillon à analyser à l'état d'aérosol (microgouttelettes d'un diamètre maximum de l'ordre de  $100\text{ }\mu\text{m}$ ). Le plasma est initié par l'envoi d'une décharge électrique et doit ensuite être entretenu à l'aide d'un bobinage qui crée un champ magnétique variable à haute fréquence.

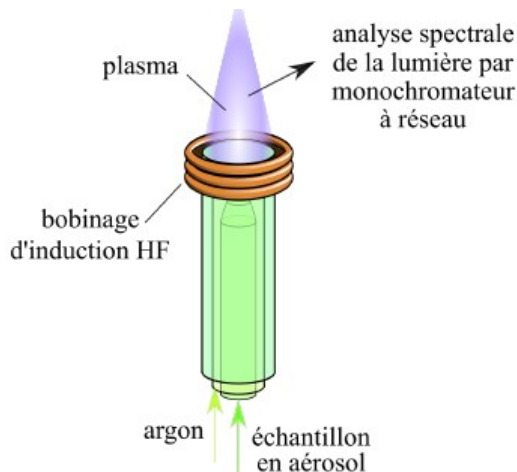
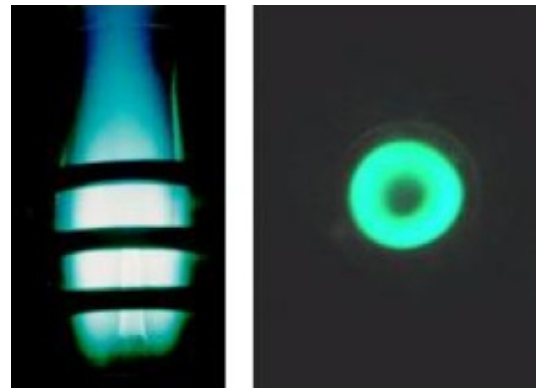


Schéma d'une torche à plasma



Photographies du plasma d'une torche  
Vue latérale à gauche et vue axiale à droite

Figure 7

Dans le plasma, à plusieurs milliers de kelvins, l'échantillon est vaporisé, désolvaté, atomisé voire ionisé. Les atomes sont ionisés si leur énergie d'ionisation est inférieure à celle de l'argon, ce qui est le cas de la plupart des éléments chimiques.

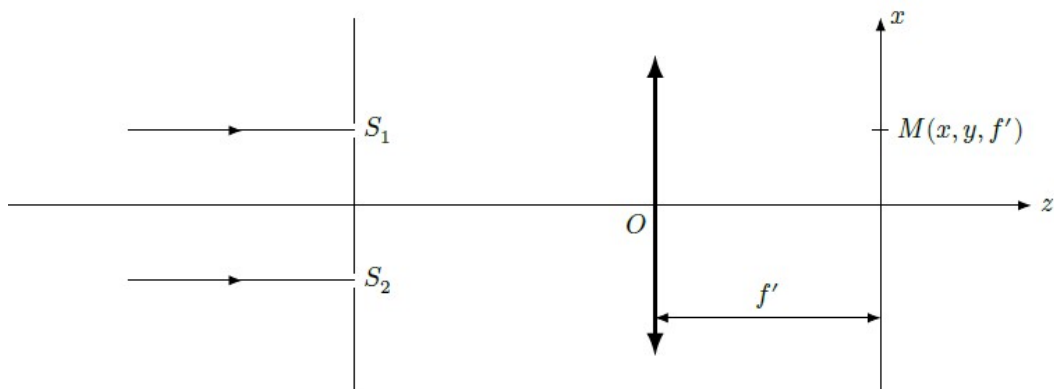
Chaque atome ou ion excité émet plusieurs photons (rayonnement lumineux) à des longueurs d'onde qui lui sont propres lors de son retour à l'état fondamental. La lumière est envoyée vers un monochromateur à réseau dont la résolution spectrale en longueur d'onde est très élevée, voisine de  $20\text{ pm}$ . Les signaux lumineux sont mesurés par un capteur qui permet l'analyse de longueurs d'onde allant de  $166$  à  $847\text{ nm}$ , l'intensité des pics émis étant fonction de la concentration de l'échantillon initial.

Nous allons dans un premier temps étudier un modèle simple de la partie optique du dispositif. Ensuite, nous nous intéresserons aux effets du champ magnétique variable sur le plasma.

## A – Spectroscopie et résolution

### A.1) Interférences à deux ondes

On considère le dispositif de la figure 8. Une pupille dans le plan perpendiculaire à l'axe (Oz) est percée de deux trous d'Young identiques espacés de la distance  $a$ . Une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  (dans l'air, assimilé au vide) éclaire cette pupille en incidence normale. On observe la figure obtenue dans le plan focal image d'une lentille de centre optique O et d'axe optique (Oz). On repère un point M de l'écran recevant les ondes issues des deux trous par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, f)$ .

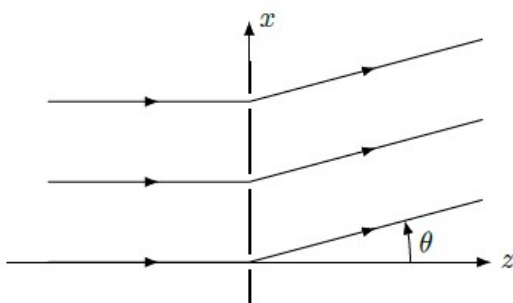


**Figure 8**

- Q18.** Établir l'expression de la différence de marche  $\delta(M)$  en fonction de  $a$ ,  $x$  et  $f'$ , en faisant les approximations jugées utiles.
- Q19.** Établir l'expression de l'intensité lumineuse  $I(M)$ . Décrire la figure que l'on observe sur l'écran.
- Q20.** Calculer numériquement l'interfrange pour  $a = 100 \mu\text{m}$ ,  $f' = 20 \text{ cm}$  et  $\lambda = 499,3 \text{ nm}$  (longueur d'onde associée à une raie du nickel présent dans un échantillon).
- Q21.** La résolution d'un spectromètre est le plus petit écart entre deux longueurs d'onde que l'on peut séparer. Expliquer pourquoi le dispositif précédent à deux trous d'Young ne peut permettre d'atteindre la résolution voisine de  $20 \text{ pm}$  d'un spectromètre ICP-AES.

#### A.2) Interférences à $N$ ondes

On considère à présent un réseau constitué de  $N$  ouvertures identiques ( $N > 2$ ), distantes de  $a$  suivant l'axe parallèle à  $(Oz)$ . Ces  $N$  ouvertures sont éclairées par une onde plane progressive monochromatique en incidence normale de longueur d'onde  $\lambda$ . Sur la figure 9, l'angle  $\theta$ , orienté selon le sens trigonométrique, indique une direction des interférences à l'infini à  $N$  ondes.



**Figure 9**

- Q22.** Expliciter le déphasage  $\varphi$  entre deux ondes issues de trous successifs en fonction de  $\lambda$ ,  $a$  et  $\theta$ .
- Q23.** Justifier que l'amplitude de l'onde totale transmise dans la direction  $\theta$  par le réseau peut se mettre sous la forme  $\underline{s}(M, t) = s_0 e^{j(-\omega t + \varphi_0)} \sum_{m=0}^{N-1} s_0 e^{jm\varphi}$ . Déterminer l'éclairement associé et montrer qu'on observe un maximum d'éclairement si on a  $\varphi = 2p\pi$  avec  $p$  un entier relatif accessible, appeler ordre du « pic de lumière »  
Exprimer l'angle  $\theta_1$  correspondant au pic  $p = 1$ .
- Q24.** Le réseau utilisé dans certains spectromètres ICP-AES comporte 1800 ouvertures par millimètre. Calculer numériquement  $\theta_1$  pour  $\lambda = 499,3 \text{ nm}$ . Pourquoi n'est-il plus envisageable d'utiliser le dispositif de projection (lentille et écran) décrit en A.1 ?
- Q25.** Établir que la demi-largeur d'un pic d'intensité lumineuse est donnée par  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$  et en déduire la demi-largeur angulaire  $\Delta\theta$  du pic observé dans la direction  $\theta_1$ . Évaluer numériquement  $\Delta\theta$ , sachant que les  $N$  ouvertures éclairées du réseau occupent une largeur  $\ell = 5 \text{ cm}$ .
- Q26.** On considère que la source émet une deuxième longueur d'onde  $\lambda'$  très proche de  $\lambda$ . On note  $\theta'_1$  l'angle d'observation du premier pic ( $p=1$ ) correspondant à la longueur d'onde  $\lambda'$ . On admet que l'on peut séparer



les deux pics seulement si  $|\theta'_1 - \theta_1| \geq \Delta\theta$ . Obtenir l'expression de la résolution du dispositif en fonction des grandeurs utiles parmi  $\lambda$ ,  $N$  et  $a$ .

**Q27.** Évaluer numériquement la résolution du réseau utilisé. Proposer des raisons visant à expliquer la différence entre cette valeur et celle, voisine de 20 pm, d'un spectromètre ICP-AES.

## B – Interaction champs – plasma dans la torche

L'étude analytique du plasma de la torche de la figure 7 est complexe en raison notamment de la géométrie cylindrique du dispositif, de la forme du bobinage d'induction haute fréquence, de l'écoulement du gaz, des effets thermiques... On va néanmoins chercher à dégager quelques aspects physiques à l'aide d'une approche simplifiée en géométrie unidimensionnelle cartésienne.

On repère un point de l'espace par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  dans une base orthonormée directe  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . Le plasma est un gaz composé d'ions supposés fixes et d'électrons mobiles. Il est localement neutre dans tout le domaine  $-a < x < a$  qu'il occupe et où sa densité électronique  $n$  est uniforme et constante.

Le domaine du plasma est délimité par deux lames planes identiques (épaisseur  $b$ ) qui modélisent le bobinage inducteur haute fréquence. La lame de droite est parcourue par un vecteur densité de courant électrique uniforme  $J(t)\vec{e}_y$  et celle de gauche par le vecteur opposé  $-J(t)\vec{e}_y$  (figure 10). On néglige les effets de bords selon les directions  $y$  et  $z$ .

**Q28.** On admet dans toute la suite que les fréquences de travail sont suffisamment faibles pour se placer dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétiques. Ecrire les quatre équations de Maxwell selon cette approximation. Donner, sans démonstration, l'expression, sous forme intégrale, des quatre équations de Maxwell.

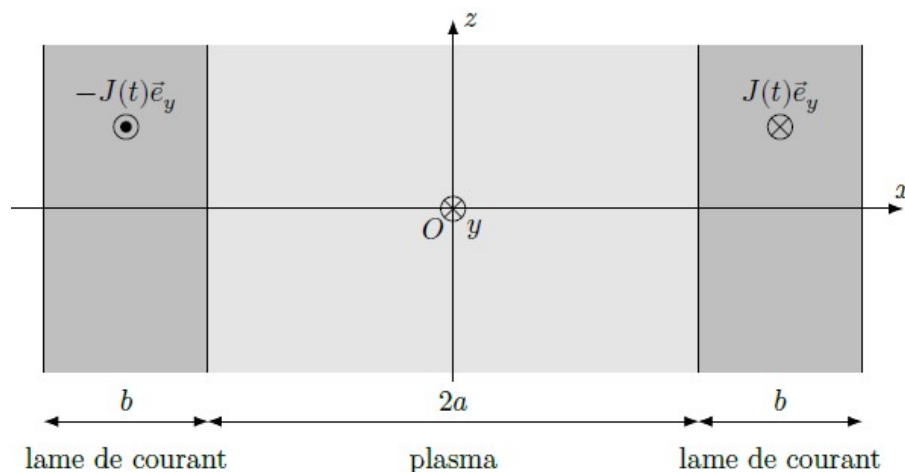


Figure 10

### B.1) Champ magnétique produit par les lames

**Q29.** Déterminer, en explicitant soigneusement l'argumentation, le champ magnétique produit dans tout l'espace uniquement par la lame de gauche. On ne tiendra donc pas compte de l'autre lame et du plasma. On effectuera un changement de coordonnées : on utilisera le repère  $(O'x'yz)$  où  $O'$  a pour coordonnées

$$\left(-a - \frac{b}{2}, 0, 0\right) \text{ et l'axe } (O'x') \text{ est parallèle à l'axe } (Ox).$$

**Q30.** En déduire le champ magnétique produit dans tout l'espace par l'ensemble des deux lames, sans tenir compte du plasma. Représenter en fonction de  $x$ , pour une valeur donnée de  $J(t)$  non nulle, le profil de ce champ magnétique.

### B.2) Propriétés dans le plasma

**Q31.** Expliquer qualitativement pourquoi il peut exister dans le plasma un champ électrique dû aux courants dans les lames. Montrer qu'il s'écrit sous la forme  $\vec{E}(x, t) = E(x, t)\vec{e}_y$  et justifier que  $E(x, t)$  est une fonction impaire de la variable  $x$ .

**Q32.** Le champ magnétique qui règne dans le plasma ne correspond pas à celui produit par les lames calculé précédemment. Expliquer qualitativement pourquoi. Montrer qu'il s'écrit sous la forme  $\vec{B} = B(x, t)\vec{e}_z$  et justifier que  $B(x, t)$  est une fonction paire de la variable  $x$ .

**Q33.** Le vecteur densité de courant électrique dans le plasma s'écrit  $\vec{j}(x, t) = j(x, t)\vec{e}_y$ . Expliciter, d'une part, l'équation aux dérivées partielles reliant  $E(x, t)$  et  $B(x, t)$  et, d'autre part, celle reliant  $B(x, t)$  et  $j(x, t)$ .

À ce stade, il manque une loi de réponse du plasma (c'est-à-dire une relation liant  $\vec{j}(x, t)$  et  $\vec{E}(x, t)$ ) afin d'accéder aux profils des divers champs en son sein. On souhaite répondre à ce manque en utilisant tour à tour deux modèles très différents. Il s'agit de voir lequel des deux est le plus acceptable pour comprendre ce qu'il se passe dans une torche à plasma dans notre approche simplifiée.

### B.3) Modèle non collisionnel

Dans ce premier modèle, on néglige les collisions dans le plasma ainsi que la force magnétique. Les électrons, de densité volumique  $n$  uniforme et constante, de masse  $m$  et de charge  $-e$ , sont non relativistes et la seule force qui agit sur eux est d'origine électrique. Le vecteur densité de courant électrique  $\vec{j}(x, t)$  et le champ électrique  $\vec{E}(x, t)$

sont alors liés par la relation différentielle suivante :  $\frac{\partial \vec{j}(x, t)}{\partial t} = \frac{n \cdot e^2}{m} \vec{E}(x, t)$

**Q34.** Montrer que  $E(x, t)$  est solution de  $\frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\lambda^2} E(x, t) = 0$  où  $\lambda$  est une grandeur à déterminer en fonction des données.

**Q35.** Obtenir la forme générale de  $E(x, t)$ . En déduire que  $B(x, t) = \frac{\cosh\left(\frac{x}{\lambda}\right)}{\cosh\left(\frac{a}{\lambda}\right)} B_0(t)$  en posant  $B_0(t) = B(a, t)$ .

On ne tiendra pas compte de tout champ magnétique statique.

**Q36.** Déterminer  $E(x, t)$  et  $j(x, t)$  en fonction de  $x$ ,  $a$ ,  $\mu_0$ ,  $\lambda$ ,  $B_0(t)$  et  $\frac{dB_0(t)}{dt}$ .

**Q37.** Rappeler l'expression de la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux électrons et l'exprimer en fonction des données du problème. Que vaut-elle en moyenne sachant que l'excitation par le bobinage d'induction haute fréquence est périodique ? Pourquoi ce modèle n'est-il pas acceptable pour décrire l'entretien du plasma de la torche du spectromètre ICP-AES ?

### B.4) Modèle collisionnel

Dans ce second modèle, on considère que la densité du plasma est telle qu'il n'est plus possible de négliger les collisions en son sein. On admet qu'il se comporte alors comme un milieu ohmique, c'est-à-dire que  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  où  $\sigma$  est la conductivité électrique du plasma est une grandeur réelle, supposée uniforme et constante.

**Q38.** Établir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par  $B(x, t)$ .

On se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation  $\omega$ . Le champ magnétique dans le plasma est associé au champ complexe  $\underline{\vec{B}}(x, t) = \underline{f}(x) \cdot \exp(i\omega t) \cdot \vec{e}_z$ . Le champ électrique est associé au champ complexe  $\underline{\vec{E}}(x, t) = \underline{g}(x) \cdot \exp(i\omega t) \cdot \vec{e}_y$ .

Les fonctions  $\underline{f}(x)$  et  $\underline{g}(x)$  sont a priori à valeurs complexes. On pose la constante réelle  $f_0 = f(a) = f(-a)$ .

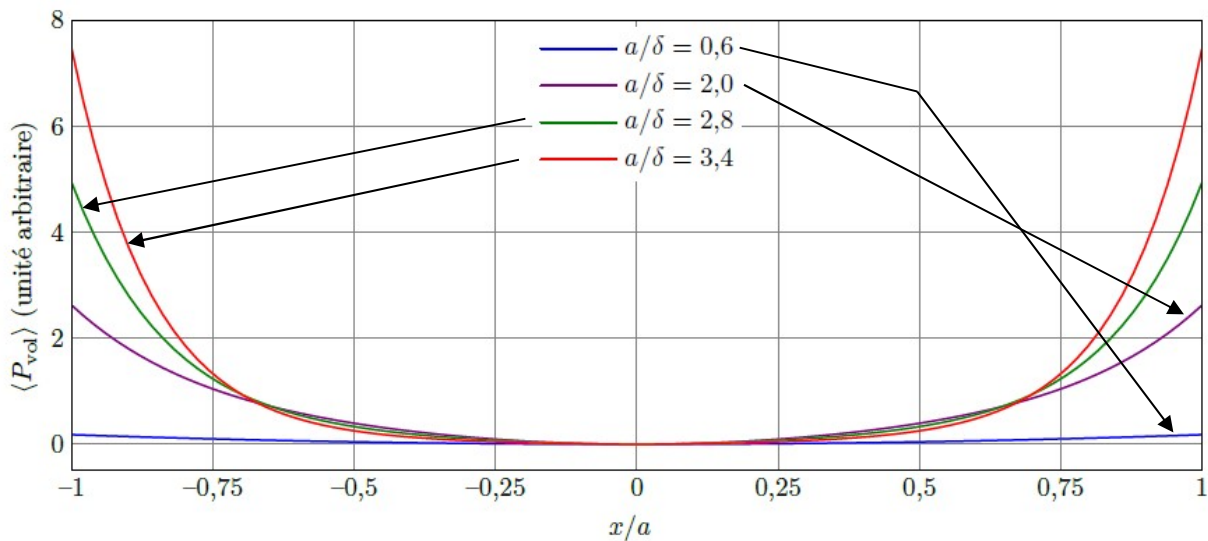
**Q39.** On note  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$ . Quelle est la dimension de  $\delta$  ? Justifier.

**Q40.** Déterminer le champ magnétique complexe  $\vec{B}(x, t)$  en fonction de  $x, t, a, \omega, \delta$  et  $f_0$ . On fera intervenir les fonctions cosinus et sinus hyperbolique à variable complexe définies avec la variable  $z$  complexe de la façon suivante :

$$\cosh(z) = \frac{\exp(z) + \exp(-z)}{2} \quad \text{et} \quad \sinh(z) = \frac{\exp(z) - \exp(-z)}{2}.$$

Une fois le champ magnétique déterminé, il est possible d'en déduire l'expression du champ électrique complexe  $\vec{E}(x, t)$  dans le plasma, puis la puissance volumique moyenne cédée au plasma.

On choisit les valeurs numériques suivantes proches des conditions de la torche à plasma d'un spectromètre ICPAES :  $a = 1,0 \text{ cm}$  et  $\sigma = 1 \times 10^3 \text{ S.m}^{-1}$ . Le profil en fonction de  $x$  de la puissance volumique moyenne  $\langle P_{\text{vol}} \rangle$ , que l'on peut calculer à partir de l'expression du champ électrique dans le plasma, a été représenté sur la figure 11 pour diverses pulsations  $\omega$ , donc divers rapports  $\frac{a}{\delta}$ .



**Figure 11**

**Q41.** Commenter l'évolution observée du profil de  $\langle P_{\text{vol}} \rangle$  avec la pulsation en liaison avec les phénomènes physiques sous-jacents. En quoi ce modèle collisionnel est-il davantage acceptable que le modèle non collisionnel pour décrire la torche à plasma ? On pourra discuter la photographie de la vue axiale fournie sur la figure 7 sachant que le rayon externe de l'anneau lumineux est de l'ordre du centimètre et que la fréquence d'alimentation du bobinage d'induction haute fréquence de la torche est de l'ordre de 10 MHz.

#### Constantes physiques :

Perméabilité magnétique du vide  $\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ H.m}^{-1}$

Permittivité diélectrique du vide  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$

Charge élémentaire  $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Masse de l'électron  $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Constante d'Avogadro  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante de Boltzmann  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$

Constante des gaz parfaits  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Constante de Planck  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Vitesse de la lumière dans le vide  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

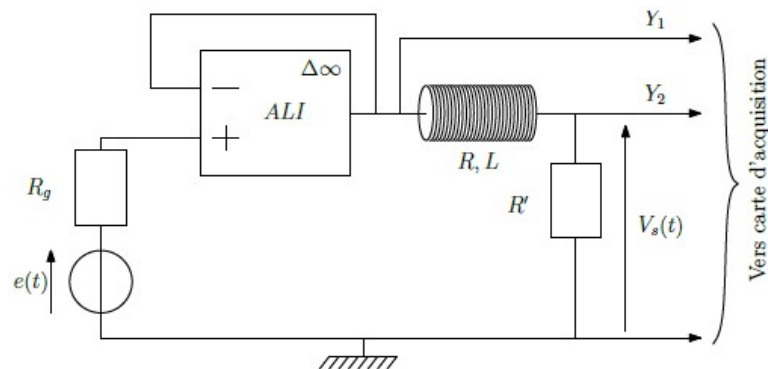
## Annexe : Mesure de l'impédance de la bobine émettrice

Pour mesurer l'impédance de la bobine, on réalise le montage donné ci-dessous où :

- $R' = 500 \, \Omega$  ;
- l'amplificateur linéaire intégré, supposé idéal, fonctionne en régime linéaire ;
- le générateur basse fréquence est réglé en générateur de créniaux de fréquence  $f = \frac{1}{T} = 1 \text{ kHz}$  :

pour  $0 < t \leq T/2$  :  $e(t) = E = 5,00 \text{ V}$  et pour  $\frac{T}{2} < t \leq T$  :  $e(t) = 0$  ;

- la tension  $Y_1(t)$  est utilisée pour déclencher la carte d'acquisition. La fréquence d'échantillonnage étant  $f_e = 50 \text{ kHz}$  et la durée d'acquisition est de 20 ms.



On donne le chronogramme de la tension  $Y_2(t)$  :

