DEVOIR SURVEILLÉ n°6
Samedi 7 février 2026 – Durée 4h

SUJET 2

Ce sujet contient deux problèmes : un problème de polytechnique et un problème de Centrale

Problème 1 : Mesure de l'activité sismique d'une étoile par interférométrie

Le dispositif étudié constitue un interféromètre compact dédié à l'étude sismique de sources stellaires. Le principe proposé, un peu moins efficace qu'un spectromètre à réseau, conduit à un instrument bien moins encombrant et bien moins coûteux. Le principe de l'interféromètre est analysé, ainsi que son installation au foyer d'un télescope et son fonctionnement dans des conditions d'observation réalistes.

On suppose, dans tout le problème, les optiques idéales : lentilles parfaitement transparentes, miroirs totalement réfléchissants, lames semi- réfléchissantes divisant le faisceau incident en deux faisceaux d'intensités lumineuses égales.

Un soin tout particulier devra être apporté aux applications numériques.

Grandeurs physiques

Vitesse de la lumière	$c = 3{,}00 . 10^8$ m.s^{-1}
Constante de Boltzmann	$k_B = 1, 38 \times 10^{-23}$ J K^{-1}
Constante des gaz parfaits	$R = 8, 31$ J K^{-1} mol^{-1}
Masse de l'atome d'hydrogène	$m_H = 1, 67 \times 10^{-27}$ kg
Masse molaire de l'hydrogène atomique	$M_H = 1$ **g.mol^{-1}**

I - Interférométrie

Dans tout ce qui suivra on notera $\sigma = \dfrac{1}{\lambda}$ le nombre d'onde, à savoir l'inverse de la longueur d'onde λ. On exprimera ce nombre en m^{-1}

1. La figure 1 correspond au montage de principe d'un interféromètre de Michelson. Les miroirs sont réglés de telle façon que l'on observe (les anneaux d'interférence circulaires sur l'écran E placé dans le plan focal de la lentille L, de distance focale image f'.

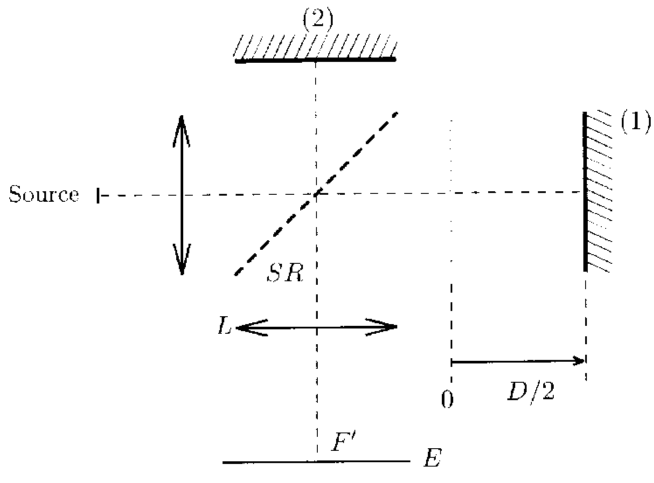


Figure 1

a) Quel est le rôle de la lame L semi-réfléchissante SR ? Quel est celui de la lentille L ?

b) Montrer qu'avec ce montage la moitié du flux incident est irrémédiablement perdue.

2. La différence de marche, différence entre les deux chemins optiques pour un rayon entrant perpendiculairement au miroir (1), est notée D; pour un rayon entrant avec une inclinaison i on rappelle que la différence de marche est alors donnée par $\delta = D\cos i$.

a) L'interféromètre est éclairé par une source étendue, supposée strictement monochromatique de nombre d'onde σ_0. On suppose la tache centrale en F' brillante. Exprimer le rayon r_1 du premier anneau sombre, en fonction de σ_0, D et f'. Faire un schéma de ce que l'on observe sur l'écran.

b) La source est l'image d'une étoile, telle celle fournie par un télescope. Cette image est étalée par la diffraction mais surtout par la turbulence atmosphérique, ce qui donne des rayons entrant dans l'interféromètre d'inclinaisons diverses mais faibles. Quelle est la figure d'interférence observée en fonction de D en présence d'un filtre interférentiel qui sélectionne une très étroite bande passante autour d'un nombre d'onde σ_0 donné.

3. On éclaire l'interféromètre par une source mono chromatique, de nombre d'onde σ_0. Un détecteur est placé au foyer F' de la lentille L. Ce détecteur délivre un signal S(D), proportionnel à l'intensité lumineuse au point F'. Ce signal sera appelé dans la suite interférogramme. Il dépend de la différence de marche D.

a) Montrer que S(D) est donné par : $S(D) = S_0\left[1 + \cos\left(2\pi\sigma_0 D\right)\right]$. Que représente S_0 ?

b) Quelle est la période de l'interférogramme ?

4. On illumine l'interféromètre par une source présentant un doublet de nombres d'onde σ_1 et σ_2 voisins. Chacune des raies est supposée monochromatique et leurs intensités sont égales.

a) Déterminer l'expression de l'interférogramme S(D) correspondant. Mettre en évidence deux périodes caractéristiques dans S(D).

b) Application numérique : Représenter l'allure de l'interférogramme pour le doublet du sodium $\lambda_1 = 589{,}0\,\text{nm}$ et $\lambda_2 = 589{,}6\,\text{nm}$.

II - Interférogramme d'une raie élargie

1. On suppose maintenant que le profil spectral de la source n'est plus monochromatique mais possède une largeur $\Delta\sigma$. On désigne par I_σ l'intensité spectrale : dans l'intervalle $[\sigma;\sigma + d\sigma]$ l'intensité émise est $I_\sigma.d\sigma$. On admettra que les rayonnements correspondant à chaque intervalle de largeur $d\sigma$, sont incohérents. On notera I_o l'intensité lumineuse totale de la raie. I_o est donc donnée par la somme des intensités de chaque intervalle $I_0 = \int_0^\infty I_\sigma.d\sigma$

Dans la suite, on prend I_σ de la forme :

$$\begin{aligned} I_\sigma &= \frac{I_0}{\Delta\sigma} \quad \text{si } \left|\sigma - \sigma_0\right| \le \frac{\Delta\sigma}{2} \\ I_\sigma &= 0 \quad \text{si } \left|\sigma - \sigma_0\right| > \frac{\Delta\sigma}{2} \end{aligned}$$

a) Montrer alors que le, signal détecté est donné par : $S(D) = S_0\left(1 + v\cos\left(2\pi\sigma_0 D\right)\right)$ et exprimer la fonction de visibilité des franges v en fonction de D et $\Delta\sigma$. Représenter schématiquement la fonction v(D).

b) Quelle est la plus petite valeur $D_{\Delta\sigma}$ de D qui annule la fonction de visibilité ?

2. On illumine l'interféromètre avec une source stellaire via un filtre de bande passante $[\sigma_1 ; \sigma_2]$ sélectionnant une raie en absorption (figure 2). Cette raie d'absorption (« creux » autour de σ_0 sur la figure 2) est suffisamment étroite pour être considérée comme monochromatique. On note I_c l'intensité totale au travers du filtre (sans absorption) et I_a l'intensité totale absorbée.

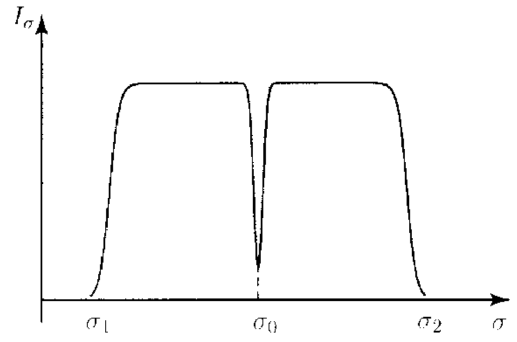


Figure 2

a) Montrer que, d'après la question précédente, on peut négliger dans le signal interférométrique tout terme interférentiel associé au spectre large délimité par le filtre si D est suffisamment grand, en supposant valables les résultats établis précédemment sur le profil de raie idéalisé.

b) En déduire que l'interférogramme s'écrit $S(D) = S_c\left(1 + C\cos\left(2\pi\sigma_0 D\right)\right)$ où S_c est proportionnel à I_C. Exprimer le contraste de franges C en fonction de I_c et I_a.

III - Élargissement et décalage possibles des raies spectrales. Évaluation de la différence de marche optimale.

Une cause possible d'élargissement ou de décalage (en nombre d'onde) d'une raie spectrale est associée au mouvement relatif de la source et de l'observateur (effet Doppler). Soit ν_0 la fréquence d'émission d'une source au repos. Dans tout ce qui suit, lorsque la source (S) se déplace à la vitesse relative $\vec{V}$ par rapport à l'observateur (O), on admettra que celui-ci reçoit un rayonnement de fréquence ν donnée (pour $V/c \ll 1$) par : $\nu - \nu_0 = \nu_0 \dfrac{V\cos\theta}{c}$ où c est la vitesse de la lumière, $V = \|\vec{V}\|$ et θ l'angle entre la direction de propagation et $\vec{V}$ (figure 3).

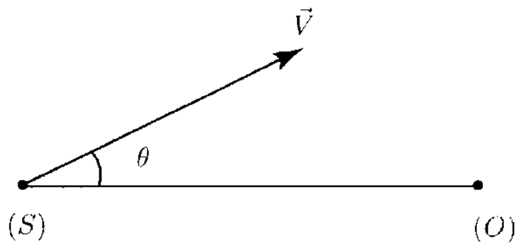


Figure 3

Nous examinons dans la suite diverses conséquences de cet effet Doppler sur l'interférogramme.

1. À la surface d'une étoile, les atomes (majoritairement de l'hydrogène) sont supposés former un gaz parfait à l'équilibre thermodynamique de température T.

a) Quelle est la vitesse quadratique moyenne V_T, d'un atome de cette étoile ?

b) La dispersion des vitesses entraîne par conséquent un élargissement $\Delta\sigma_K$ de la raie symétrique autour de la valeur σ_0. Donner l'ordre de grandeur de $\Delta\sigma_K$ en fonction de σ_0, V_T et c.

c) Application numérique : Évaluer $\Delta\sigma_K$ pour T = 6000 K et $\sigma_0 = 2.10^6\ m^{-1}$

2. La rotation de l'étoile est aussi un paramètre dont il faut tenir compte. On note Ψ l'angle entre la direction de visée et l'axe de rotation stellaire.

a) Pour quelle valeur de l'influence de la rotation sur la largeur de raie sera-t-elle nulle ? maximale ? Dans ce dernier cas, expliquer qualitativement pourquoi la rotation de l'étoile, phénomène parfaitement déterminé, conduit à un élargissement de la raie d'émission analogue à celui associé aux mouvements erratiques des atomes et analysé dans la question précédente.

b) Toujours dans le cas d'une influence maximale de la rotation, évaluer la contribution de la rotation stellaire $\Delta\sigma_{rot}$ à la largeur de raie en fonction de la vitesse équatoriale de rotation V_{rot} de la surface de l'étoile. Pour quelle vitesse équatoriale de rotation ce dernier terme est-il comparable à $\Delta\sigma_K$?

c) Application numérique : Dans ce dernier cas, calculer V_{rot} pour une étoile dont la température de surface est T_S= 6000 K.

3. On désire utiliser l'interféromètre comme sismomètre pour détecter les mouvements oscillatoires de la surface stellaire. Une oscillation sismique est assimilée à une variation $\Delta v(t)$ de la vitesse apparente vers l'observateur de l'ensemble de la couche externe de l'étoile. On suppose cette variation sinusoïdale, d'amplitude ΔV , de pulsation ω. Le spectre d'émission et d'absorption de l'étoile est celui de la question II.2. Cette utilisation ne requiert que l'enregistrement de l'interférogramme pour une valeur optimisée de la différence de marche notée D_o. En l'absence de signal sismique, l'interférogramme est S(Do) de **II.2.b).**

a) Montrer qu'à l'instant t, l'interférogramme peut être mis sous la forme $S(D_0) = S_c\left(1 + C\cos\left(2\pi\sigma_0 D_0 + \varphi\right)\right)$ où φ est le déphasage de l'interférogramme donné par l'expression : $\varphi = 2\pi\sigma_0 D_0 \dfrac{\Delta v(t)}{c}$

b) Montrer que cette relation implique, pour une détection optimale, le choix d'une différence de marche Do la plus grande possible. Comparer cette nouvelle condition à celle trouvée à la question II.1 et en déduire un ordre de grandeur de la différence de marche optimale pour une étoile de température T_o, en supposant négligeables les effets de rotation.

c) Montrer alors que le principe instrumental conduit à mesurer un déphasage φ d'amplitude de l'ordre de $\dfrac{\Delta V}{V_T}$.

4. Au décalage Doppler sismique du spectre stellaire, enregistré sur une nuit entière, se superposent diverses contributions. Estimer succinctement l'influence du mouvement de rotation de la Terre pour une observation menée dans un observatoire situé à la latitude λ. L'amplitude et la pulsation de l'oscillation sismique sont typiquement de l'ordre de 10 cm s^{-1} et 10^{-2} rad s^{-1}.

IV - Amélioration du montage interférométrique

1. Un montage plus efficace que le montage de principe de type Michelson est proposé sur la figure 4. Il reçoit un faisceau de lumière parallèle monochromatique. Il permet de récupérer le flux total incident en utilisant deux détecteurs placés aux deux sorties possibles des faisceaux qui interfèrent.

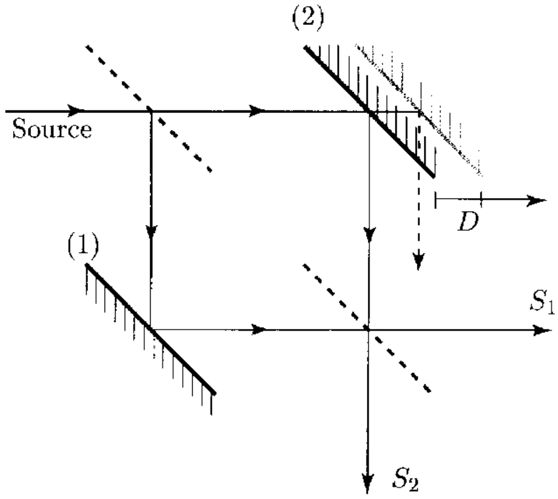


Figure 4

a) On suppose que le premier détecteur délivre un interférogramme : $S_1 = \frac{S_0}{2}(1 + C\cos\psi)$

En admettant que les pertes d'énergie lumineuse dans l'appareil sont négligeables, déduire la forme de l'interférogramme S_2 délivré par le second détecteur.

b) Montrer comment une combinaison de S_1 et de S2 permet d'avoir directement accès au terme de modulation interférométrique $C\cos\psi$

c) Montrer que la recombinaison géométrique des faisceaux sur la deuxième lame semi-- réfléchissante suppose la symétrie du montage, et donc une observation à différence de marche nulle. Cela est-il intéressant pour l'observation sismique stellaire discutée plus haut ?

2. On interpose, contre l'un des miroirs, une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur uniforme e et d'indice n (figure 5).

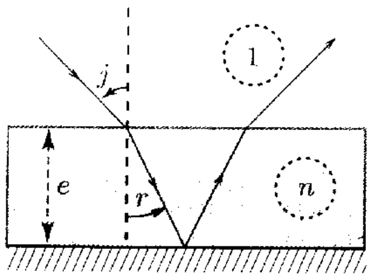


Figure 5

a) Montrer que, pour une incidence j correspondant à un rayon réfracté repéré par l'angle r , la lame introduit une différence de marche qui s'exprime par $D = \frac{2e}{\cos r}\left(n - \frac{1}{n}\right)$

b) Application numérique : On cherche à, imposer une différence de marche de 0,8 cm. Calculer l'épaisseur e de la laine pour un verre d'indice n = 1, 55 et un angle d'incidence j de 45°.

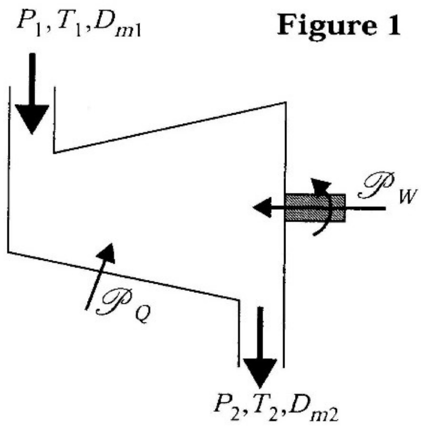
c) Par un schéma, montrer que ce montage optique permet alors la recombinaison exacte des faisceaux sur la deuxième lame réfléchissante, tout en assurant une différence de marche non nulle.

Problème 2 : Etude d'une turbine et d'un turboréacteur. (Centrale TSI 2001)

Partie I - Étude d'une turbine

I.A - Dans une turbine, un fluide passe des conditions (pression P_1, température T_1, vitesse v_1, enthalpie massique h_1) à l'entrée aux conditions (pression P_2, température T_2, vitesse v_2, enthalpie massique h_2) à la sortie (Figure 1).

Figure 1



Dans la turbine, le fluide reçoit **algébriquement** de l'extérieur une puissance mécanique $\mathscr{P}_W$ (cette puissance mécanique n'inclut pas la puissance des forces de pression au niveau des surfaces d'entrée et de sortie) et une puissance thermique $\mathscr{P}_Q$.

On néglige toute variation d'énergie potentielle gravitationnelle et on se place en régime permanent.

I.A.1) Montrer que les débits massiques entrant D_{m1} et sortant D_{m2} (masse de fluide entrant ou sortant par unité de temps) sont égaux. On pose $D_{m1} = D_{m2} = D_m$.

I.A.2) Montrer que l'application du premier principe à une quantité de fluide que l'on définira de manière précise, conduit à :

$$D_m\left(\left(h_2 + \frac{v_2^2}{2}\right) - \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2}\right)\right) = \mathscr{P}_W + \mathscr{P}_Q$$

Une très grande attention sera apportée aux explications fournies.

I.B - *Application numérique* : une **turbine à vapeur** fonctionne dans les conditions suivantes :

Entrée :

$$P_1 = 60 \text{ bar } (1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}),\ T_1 = 713 K,\ v_1 = 160 \text{ m.s}^{-1},\ h_1 = 3277,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Sortie :

$$P_2 = 0,95 \text{ bar},\ v_2 = 80 \text{ m.s}^{-1},\ h_2 = 2673,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Pour un débit massique $D_m = 20 \text{ kg.s}^{-1}$, la turbine fournit une puissance $(-\mathscr{P}_W) = 11,5 \times 10^6 W$.

I.B.1) Calculer la puissance thermique $\mathscr{P}_Q$ et préciser le sens de ce transfert thermique.

I.B.2) Calculer le rapport

$\left|\dfrac{\mathscr{P}_Q}{\mathscr{P}_W}\right|$. Commentaire.

I.B.3) Calculer le rapport

$\left|\dfrac{\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2}}{h_2 - h_1}\right|$. Commentaire.

I.B.4) Proposer une expression approchée du premier principe pour l'écoulement du fluide à travers la turbine.

Dans toute la suite de ce problème :

- *on considérera une turbine à gaz simple puis un turboréacteur dans lesquels l'air en entrée ou les gaz brûlés en sortie seront assimilés à des gaz parfaits de masse molaire M, de capacités thermiques massiques à volume constant c_v et à pression constante c_p (c_v et c_p sont supposées constantes, indépendantes de la température).*

  On donne :

  $$c_p = 1,0087 \text{ kJ. kg}^{-1}.\text{K}^{-1}, \ \gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$$

  $$r = \frac{R}{M} = 0,2882 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$ (R constante des fluides parfaits)

Partie II - Étude d'une turbine fonctionnant suivant un cycle de Joule (ou cycle Brayton)

La figure 2 schématise le fonctionnement d'une turbine à gaz : elle comprend un compresseur Co qui puise l'air dans l'atmosphère, une chambre de combustion Ch (dans laquelle l'air est brûlé par un carburant dont on négligera le débit massique) et une turbine Tu alimentée par les gaz chauds issus de la chambre de combustion ; la turbine entraîne le compresseur à l'aide d'un arbre de liaison Al.

II.A - La figure 3 (entropie massique s en abscisse, température T en ordonnée) donne les éléments du cycle qui commande un fonctionnement idéal du dispositif :

- $1 \rightarrow 2$: évolution isentropique dans le compresseur Co durant laquelle l'air reçoit, par unité de masse, le travail W_C.
- $2 \rightarrow 3$: évolution isobare à la pression constante P_2 pendant la combustion qui fournit au gaz, par unité de masse, le transfert thermique Q_E.
- $3 \rightarrow 4$: évolution isentropique dans la turbine Tu durant laquelle les gaz brûlés reçoivent **algébriquement** par unité de masse, le travail W_T. Ce travail sert en partie à faire fonctionner le compresseur et le reste est disponible pour le milieu extérieur.
- $4 \rightarrow 1$: évolution isobare à la pression constante P_1 lors de l'éjection des gaz brûlés qui reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le transfert thermique Q_S.

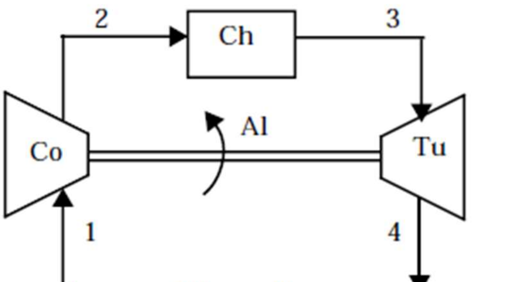


Figure 2

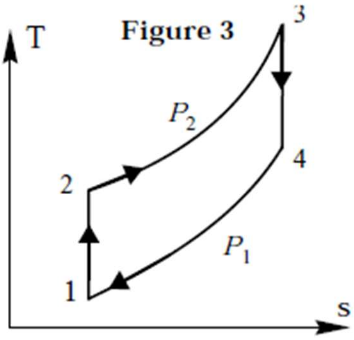


Figure 3

II.A.1) Représenter le cycle de Joule en diagramme de Clapeyron : volume massique V/m en abscisse, pression P en ordonnée.

II.A.2) En utilisant la relation obtenue à la question I.A.2 et en négligeant les variations d'énergie cinétique, exprimer les travaux W_C et W_T ainsi que les transferts thermiques Q_E et Q_S en fonction de c_p et des températures T_1, T_2, T_3, T_4 correspondant respectivement aux points (1), (2), (3), (4) de la figure 3.

II.A.3) Quel est, en fonction de W_C et W_T, le travail W_F **fourni** par unité de masse par le système au milieu extérieur au cours d'un cycle ?

II.A.4) Définir le rendement thermodynamique η de la turbine à gaz. Déterminer l'expression de η en fonction des températures T_1, T_2, T_3, T_4, puis en fonction des seules températures T_1 et T_2.

II.A.5) Déterminer l'expression de η en fonction du rapport des pressions

$\alpha = \frac{P_2}{P_1}$ et du coefficient γ.

II.A.6) Représenter graphiquement η en fonction de α, dans le domaine $\alpha \in [5,15]$.

II.A.7) *Application numérique*: on donne $P_1 = 1,03$ bar, $T_1 = 300 K$, $P_2 = 10,3$ bars, $T_3 = 1300$ K.

a) Calculer T_2 et T_4.

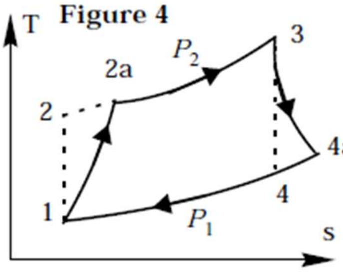
b) Calculer W_C, W_T et Q_E.

c) Calculer le rendement η

II.B - En fait, le compresseur et la turbine ont des fonctionnements irréversibles et le cycle réel des gaz dans la turbine est représenté figure 4 (états (1) et (3) inchangés) :

- $1 \to 2a$: l'évolution de l'air dans le compresseur Co n'est plus isentropique ; l'air y reçoit, par unité de masse, le travail W_{Ca}.
- $2a \to 3$: pendant la combustion, l'évolution reste isobare à la pression constante P_2 ; le gaz reçoit, par unité de masse, le transfert thermique Q_{Ea}.
- $3 \to 4a$: l'évolution des gaz dans la turbine Tu n'est plus isentropique ; les gaz brûlés reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le travail W_{Ta}.
- $4a \to 1$: lors de l'éjection des gaz brûlés, l'évolution reste isobare à la pression P_1 ; les gaz reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le transfert thermique Q_{Sa}.

Figure 4



On définit les efficacités η_C et η_T (η_C et η_T sont inférieures à l'unité) respectives du compresseur et de la turbine par :

$$\eta_C = \frac{W_C}{W_{Ca}} \text{ et } \eta_T = \frac{W_{Ta}}{W_T}.$$

(W_C et W_T ayant été définis lors de la partie II.A pour des comportements réversibles).

La relation obtenue à la question I.A.2 est toujours valable et les variations d'énergie cinétique restent négligeables.

II.B.1) Calculer les températures respectives T_{2a} et T_{4a} des points $(2a)$ et $(4a)$ en fonction des températures T_1, T_2, T_3, T_4 et des coefficients η_C et η_T.

II.B.2) Expliquer pourquoi les points $(2a)$ et $(4a)$ se situent respectivement à droite des points (2) et (4) sur la figure 4.

II.B.3) Calculer le rendement η_a de cette turbine à gaz en fonction des températures T_1, T_{2a}, T_3, T_{4a}.

II.B.4) Calculer la variation d'entropie massique Δs_{Ca} du gaz pendant l'évolution $1 \rightarrow 2a$ en fonction de T_1, T_{2a}, r, c_p et du rapport des pressions $\alpha = P_2/P_1$. Calculer de même la variation Δs_{Ta} d'entropie massique du gaz pendant l'évolution $3 \rightarrow 4a$ en fonction de T_3, T_{4a}, α, c_p et r.

II.B.5) *Application numérique* : en plus des valeurs numériques précédentes, on donne $\eta_C = 0,82$, $\eta_T = 0,85$. Calculer T_{2a}, T_{4a}, η_a, Δs_{Ca} et Δs_{Ta}.

Partie III - Étude d'un turboréacteur

La figure 5 représente la structure schématique d'un turboréacteur d'aviation, l'une des applications les plus pertinentes de la turbine à gaz.

La section centrale de l'engin comprend les trois composants déjà étudiés lors de la seconde partie (compresseur Co, chambre de combustion Ch, turbine à gaz Tu) et dans laquelle l'énergie cinétique des gaz peut être négligée. A l'entrée du turboréacteur, se trouve le diffuseur Di dont la fonction est d'accroître la pression de l'air depuis la pression d'entrée P_y jusqu'à la pression P_1 d'entrée dans le compresseur (on parle d'une compression fractionnée de P_y à P_1). Cette compression est obtenue aux dépens de l'énergie cinétique de sorte que la vitesse de l'air passe de la valeur v_y à l'entrée du diffuseur à une valeur négligeable $(v_1 \approx 0)$ en sortie du diffuseur.

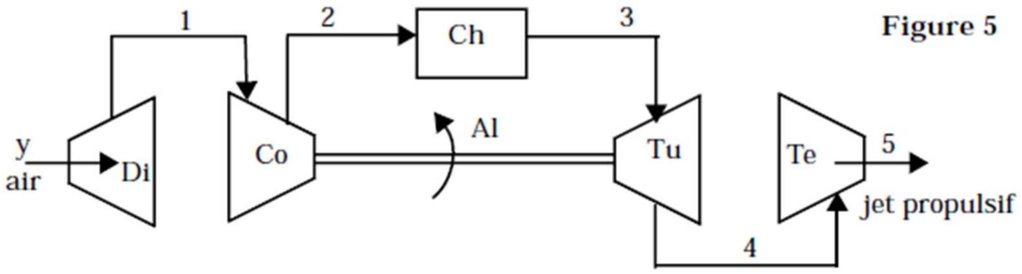
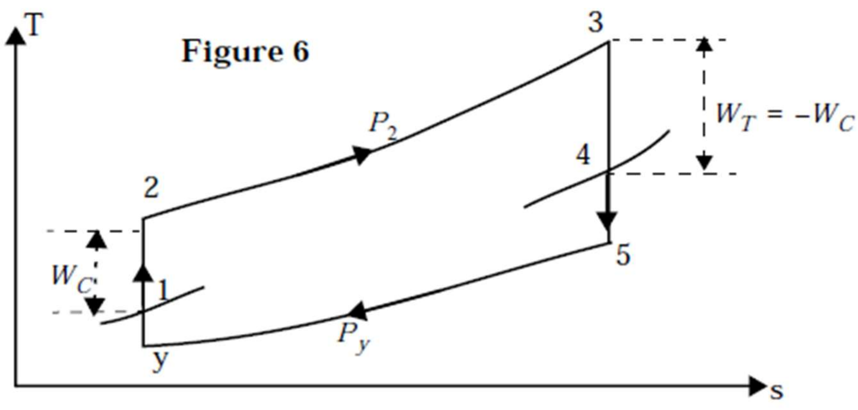


Figure 5

A la sortie de la turbine Tu, vient la tuyère Te qui accroît la vitesse des gaz brûlés d'une vitesse négligeable $(v_4 \approx 0)$ à la sortie de la turbine, à la vitesse v_5 (avec évidemment $v_5 > v_y$) à la sortie du turboréacteur.

III.A - La figure 6 représente l'évolution cyclique de l'unité de masse de gaz pour un **fonctionnement idéal** du turboréacteur (entropie massique s en abscisse et température T en ordonnée).



- $y \rightarrow 1 \rightarrow 2$: évolution isentropique dans le diffuseur Di et le compresseur Co ; l'air ne reçoit pas de travail dans le diffuseur et il reçoit, par unité de masse, le travail W_C dans le compresseur.
- $2 \rightarrow 3$: évolution isobare à la pression constante P_2 pendant la combustion qui fournit, par unité de masse de gaz, le transfert thermique Q_E.
- $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$: évolution isentropique dans la turbine Tu et la tuyère Te ; dans la turbine, les gaz brûlés reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le travail W_T. Dans un turboréacteur, la totalité de ce travail sert à faire fonctionner le compresseur de sorte que $W_T + W_C = 0$. Les gaz brûlés ne reçoivent pas de travail dans la tuyère.
- $5 \rightarrow y$: évolution isobare à la pression constante $P_y = P_5$ lors de l'éjection des gaz brûlés qui reçoivent **algébriquement**, par unité de masse, le transfert thermique Q_S.

III.A.1) Représenter l'évolution cyclique des gaz dans le turboréacteur en diagramme de Clapeyron (volume massique V/m en abscisse, pression P en ordonnée) en y indiquant clairement la position des différents points (y), (1), (2), (3), (4), (5).

III.A.2) **Évolution de l'air dans le diffuseur** Di .

a) En utilisant la relation obtenue à la question I.A.2, écrire une relation entre la température T_y et la vitesse de l'air v_y à l'entrée du diffuseur et la température T_1 à la sortie du diffuseur.

b) *Application numérique* : l'avion vole à la vitesse $v_y = 260\ \mathrm{m.s^{-1}}$ à une altitude telle que $P_y = 0,67\ \mathrm{bar}$ et $T_y = 266\ \mathrm{K}$.

Calculer T_1 et la pression P_1 en sortie du diffuseur. Vérifier que l'on peut raisonnablement identifier ces valeurs avec celles à l'entrée du compresseur étudié à la question II.A.7. **On adoptera ces dernières valeurs dans toute la suite de ce problème.**

III.A.3) **Évolution dans la section centrale** $(Co + Ch + Tu)$.

a) Exprimer le travail W_C en fonction du rapport de compression $\alpha = \dfrac{P_2}{P_1}$ dans le compresseur, de T_1 , c_p et γ.

En déduire la température T_4 en fonction de T_1 , T_3 , α et γ. Déterminer la pression P_4 .

b) *Application numérique* : en plus des valeurs précédentes, on donne $\alpha = 10$, $T_3 = 1300\ \mathrm{K}$. Calculer W_C, T_4 , P_4 . Calculer également T_2 .

III.A.4) **Évolution des gaz brûlés dans la tuyère** Te .

a) En utilisant la relation obtenue à la question I.A.2, écrire une relation entre la température T_4 des gaz à l'entrée de la tuyère et la température T_5 et la vitesse v_5 à la sortie de la tuyère.

b) *Application numérique* : calculer T_5 et v_5 . Que pensez-vous de la valeur obtenue pour la vitesse v_5 ?

III.A.5)

a) D_m désignant le débit massique d'air entrant dans le turboréacteur, la force de poussée ou « poussée » du turboréacteur est définie par $F = D_m(v_5 - v_y)$.

Proposer une justification de cette relation et vérifier son homogénéité.

b) Calculer la puissance $\mathcal{P}_F$ de la poussée correspondant à l'avion qui se déplace à la vitesse v_y.

c) Calculer la puissance $\mathcal{P}_{QE}$ absorbée par l'air, lors de sa combustion, en fonction de D_m , c_p , T_3 et T_2 .

d) En déduire l'efficacité motrice du turboréacteur η_M en fonction de v_5 , v_y, c_p , T_3 et T_2 .

e) *Application numérique* : calculer $\mathcal{P}_F$, $\mathcal{P}_{QE}$ et η_M pour un débit $D_m = 70\ \mathrm{kg.s^{-1}}$.