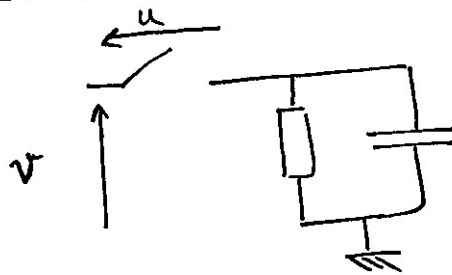


Exercice 1
1-a.

Supposons la diode bloquée à $t=0$ (et immédiatement après)

Le circuit est alors



$$u_s(t=0^+) = 0$$

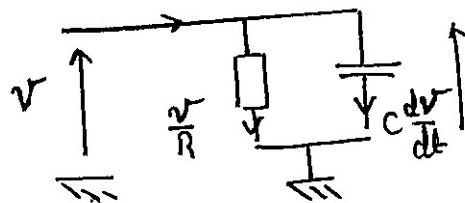
Le condensateur est initialement déchargé et u_s est continue aux bornes de C.

$$\text{Donc } u(0^+) = \underbrace{v(0^+)}_{>0} - \underbrace{u_s(0^+)}_{=0}$$

Ainsi $u(0^+) > 0$ ce qui n'est pas possible d'après la caractéristique

La diode est donc passante à partir de 0^+ .

Le circuit est donc équivalent à



$$u_s(t) = v(t).$$

$$\text{On a donc } i = \frac{v}{R} + C \frac{dv}{dt}$$

$$\underline{i(t) = \frac{v}{R} \sin(\omega t) + v\omega \cos(\omega t)}$$

Rq 1: on peut mettre ce résultat sous la forme $i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$

$$i(t) = \frac{V}{R} \sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2} \left(\underbrace{\frac{1/R}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}}_{\cos \varphi} \sin \omega t + \underbrace{\frac{C\omega}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}}_{\sin \varphi} \cos \omega t \right) \quad (2)$$

$$= \underbrace{\frac{V}{R} \sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}_{I_0} \sin(\omega t + \varphi)$$

L avec $\tan \varphi = RC\omega$
 $\varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$

Rq 2: On aurait aussi pu utiliser les complexes

$$i = \frac{v}{R} + C \frac{dv}{dt}$$

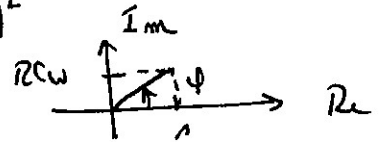
$$\underline{I_0} = \frac{V}{R} + jC\omega V = \frac{V}{R} (1 + jRC\omega)$$

$$I_0 = |\underline{I_0}| = \frac{V}{R} \sqrt{1 + (RC\omega)^2}$$

$$\varphi = \text{Arg}(\underline{I_0})$$

$$\tan \varphi = RC\omega$$

$$\varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$$



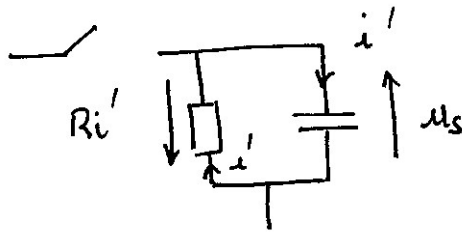
1b. La diode reste passant tant que $i(t) \geq 0$
 soit tant que $\omega t + \varphi \leq \pi$ soit $t \leq \frac{\pi - \varphi}{\omega}$

$$t_1 = \frac{\pi - \text{Arctan } RC\omega}{\omega}$$

$$\frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{2} \text{ et } 0 < \frac{\text{Arctan } RC\omega}{\omega} < \frac{\pi}{2\omega} = \frac{T}{4}$$

$$\text{On trouve bien } t_1 \in \left] \frac{T}{4}; \frac{T}{2} \right[$$

2a - Après t_1 la diode est bloquée & le circuit devient



$$\text{On a } \begin{cases} i' = C \frac{du_s}{dt} \\ u_s + R i' = 0 \end{cases}$$

$$\text{Donc } u_s + RC \frac{du_s}{dt} = 0.$$

$$u_s = A e^{-t/\tau} \quad \tau = RC.$$

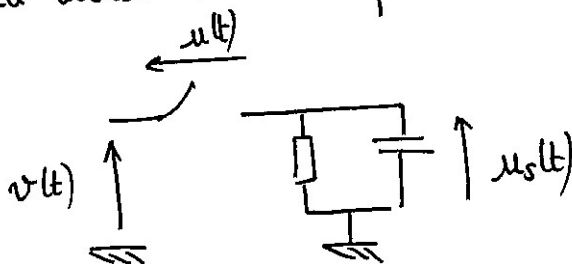
$$\text{ou } u_s = B e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$$

Continuité de la tension aux bornes de C

$$u_s(t_1^+) = u_s(t_1^-) = V \sin(\omega t_1)$$

$$\text{Donc } B = V \sin(\omega t_1) \\ \text{et } u_s(t) = V \sin(\omega t_1) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}.$$

2b. La diode reste bloquée tant que $u \leq 0$



$$\text{Soit } u(t) = v(t) - u_s(t) \leq 0.$$

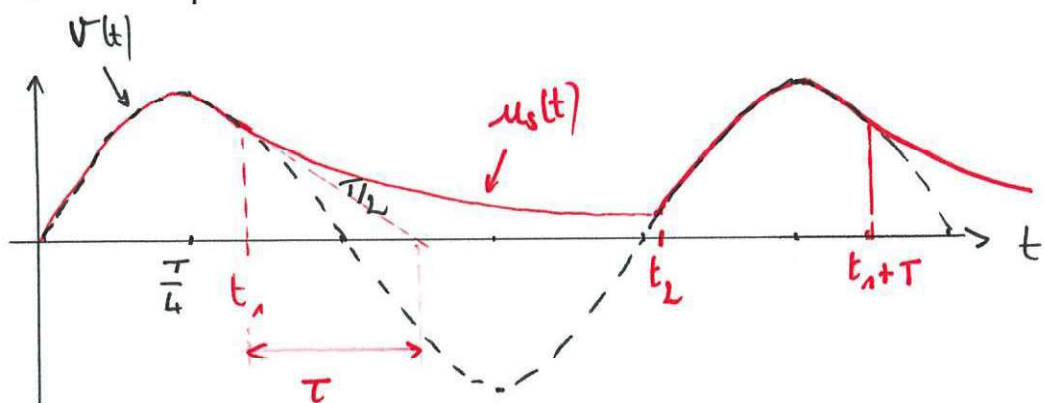
La diode redonnant passage en t_2 tel que

$$V \sin(\omega t_2) = V \sin(\omega t_1) e^{-\frac{t_2-t_1}{\tau}}$$

$$\text{ou } e^{t_2/\tau} \sin(\omega t_2) = e^{t_1/\tau} \sin(\omega t_1)$$

3a. Après t_2 la diode redevient forward $u(t) = v_s(t)$
 $i(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$
 jusqu'à ce que i s'annule en $t_3 = t_1 + T$. etc.

3b.



3c. Si $T = \tau$

$$t_1 = \frac{\pi - \text{Arctan} RC\omega}{\omega}$$

$$RC\omega = \omega\tau = \omega T = 2\pi.$$

$$= \frac{T}{2} - \frac{T}{2\pi} \text{Arctan } 2\pi$$

$$\frac{t_1}{T} = \frac{1}{2} - \frac{\text{Arctan } 2\pi}{2\pi} = 0,275.$$

t_2 est solution de.

$$e^{+t_2/T} \sin\left(2\pi \frac{t_2}{T}\right) = e^{t_1/T} \sin\left(2\pi \frac{t_1}{T}\right)$$

1,300.

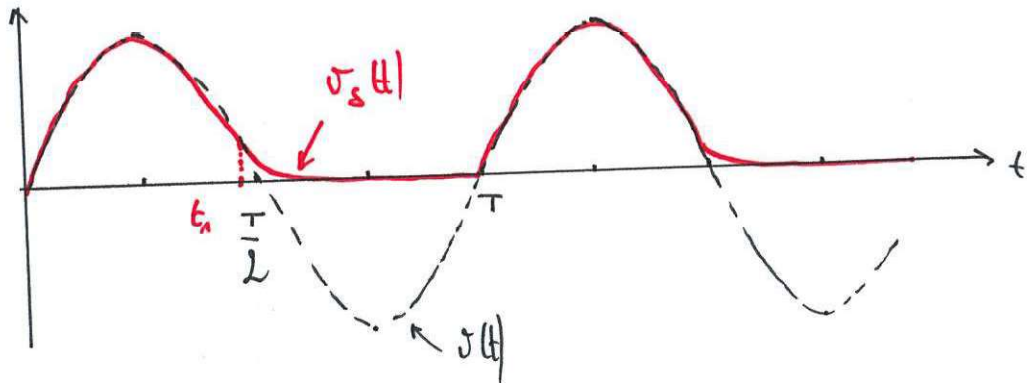
Par résolution numérique on trouve $\frac{t_2}{T} = 1,07$

4a si $\tau \ll T$

$$t_1 = \frac{T}{L} - \frac{\text{Arctan } 2\pi \frac{\tau}{T}}{\omega}$$

$$\approx \frac{T}{L} \quad \left(\text{ou à l'ordre 1 } \text{Arctan } 2\pi \frac{\tau}{T} = 2\pi \frac{\tau}{T} \text{ et } t_1 = \frac{T}{L} - \tau. \right)$$

puis la décharge est très rapide devant T .



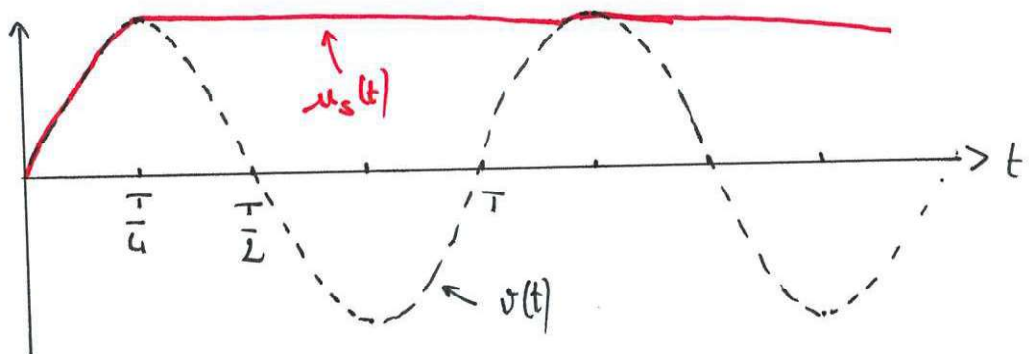
$$\underline{t_1 = \frac{T}{L} \quad \text{et} \quad t_2 = T.}$$

4b si $\tau \gg T$.

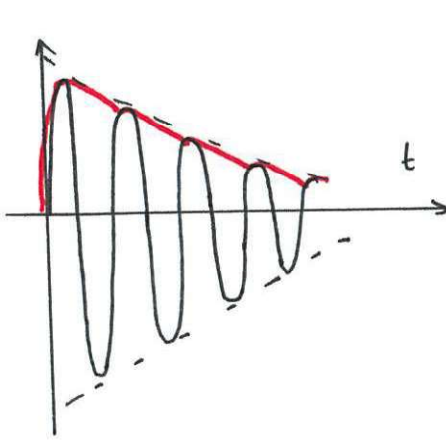
$$\text{Arctan } 2\pi \frac{\tau}{T} \approx \frac{\pi}{2}.$$

$$t_1 = \frac{T}{L} - \frac{\pi}{2\omega} = \frac{T}{4}$$

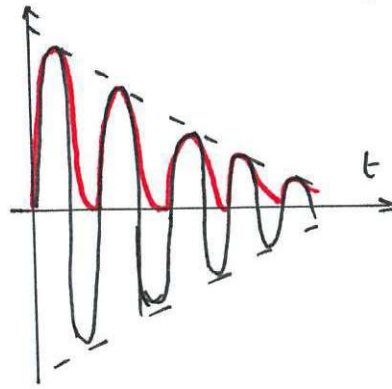
Puis la décharge exponentielle (dicharge) est très lente : $u_s \approx \text{ct}$ sur une période.



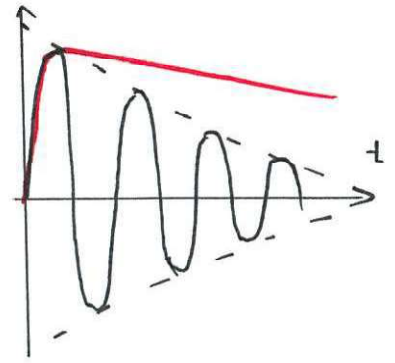
5- On peut réaliser un détecteur de crête en ajustant τ .



$\tau = RC$
Bien ajusté
"détecteur de crête"



τ trop petit



τ trop grand