

$$1 - s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t).$$

$$* a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) dt = \frac{L}{T} \int_0^{\frac{\alpha T}{2}} A dt = \alpha A.$$

* $s(t)$ est symétrique / Oy on a donc $b_k = 0$ pour tout k .

* Calcul des a_k .

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \cos(k\omega t) dt.$$

$$= \frac{4}{T} \int_0^{\frac{\alpha T}{2}} A \cos(k\omega t) dt.$$

$$= \frac{4}{T} A \left[\frac{1}{k\omega} \sin(k\omega t) \right]_0^{\frac{\alpha T}{2}}$$

$$= \frac{4}{k} \frac{A}{T\omega} \sin\left(k \frac{\omega T}{2} \alpha\right)$$

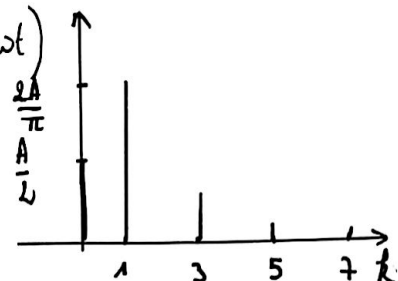
$$= \frac{2A}{\pi} \frac{1}{k} \sin(k\pi\alpha)$$

$$\underline{a_k = 2A\alpha \operatorname{sinc}(k\pi\alpha)}$$

$$\underline{s(t) = \alpha A + 2\alpha A \sum_{k=1}^{+\infty} \operatorname{sinc}(k\pi\alpha) \cos(k\omega t).}$$

$\alpha = 2$ on introduit le crible "Rebriteau"

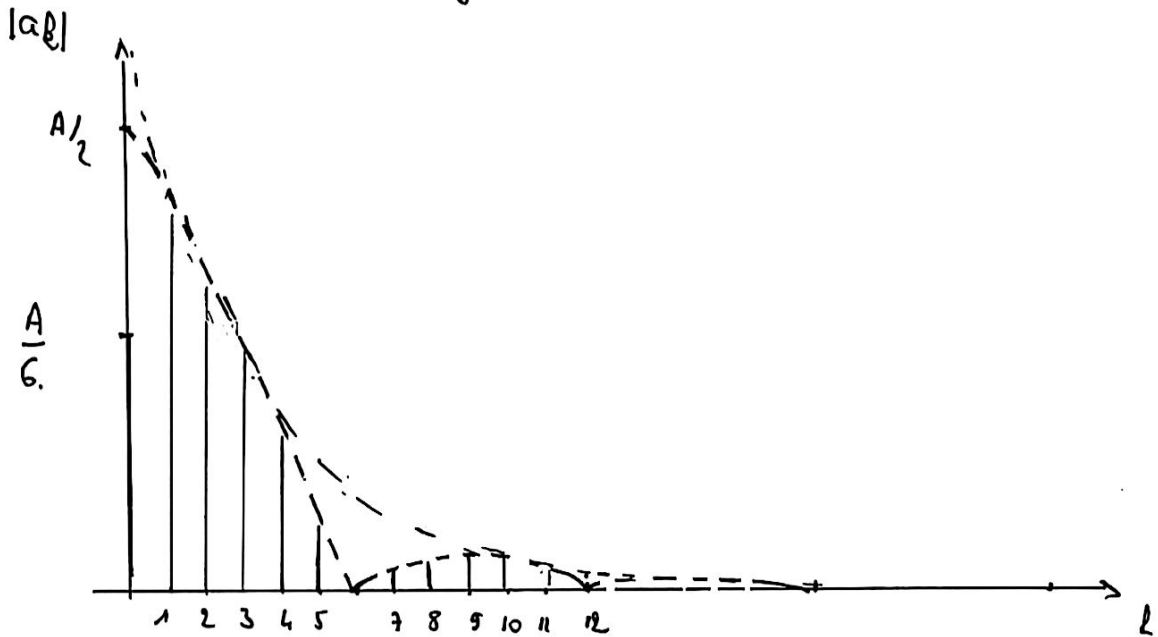
$$s(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ impair}}}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \cos(k\omega t)$$



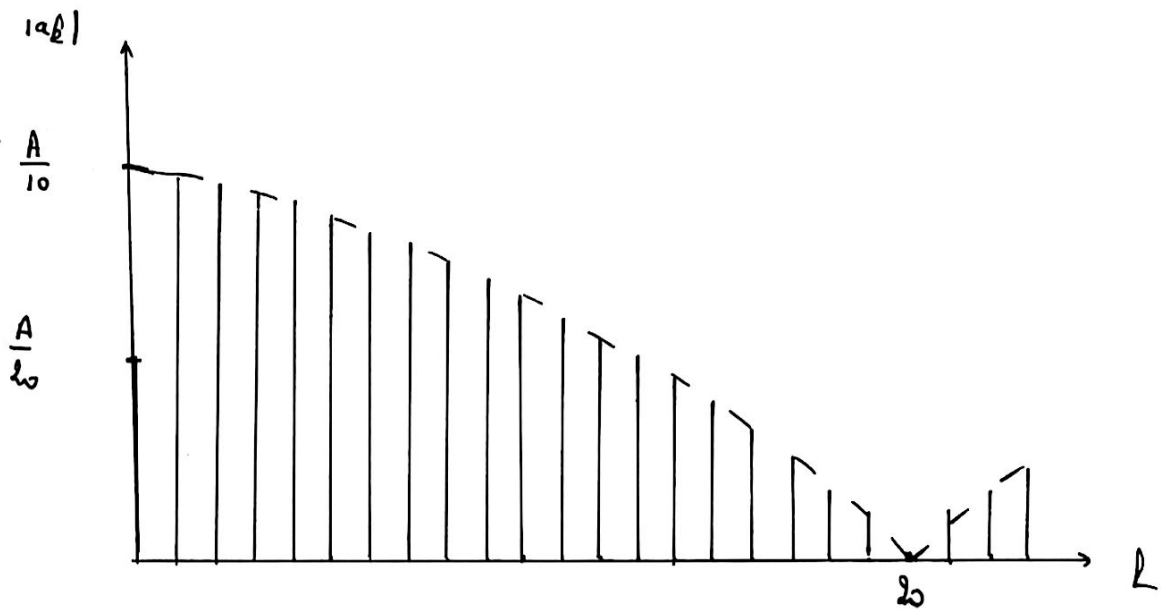
$$\alpha = \frac{1}{6}$$

$$a_0 = \frac{A}{6}$$

$$a_k = \frac{A}{3} \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{6}\right)}{\frac{k\pi}{6}} = \frac{2A}{k\pi} \sin\left(k\frac{\pi}{6}\right)$$

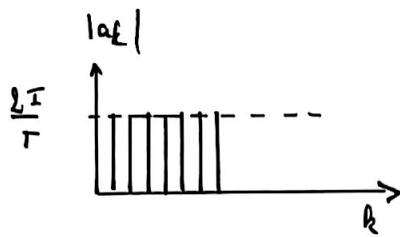


$\alpha = \frac{1}{20}$ les harmonique 20, 40 .. sont absente.



2. amplitude de l'harmonique k :

$$|a_k| = 2A\alpha \left| \sin(k\pi\alpha) \right| \xrightarrow[\alpha \rightarrow 0]{\text{avec } \alpha A = \frac{T}{T}} \frac{2T}{T}$$



On obtient un spectre "plat": le spectre d'un pulse de durée est lui-même un pulse de durée (en fréquence)

3. $s'(t) = s(t) \cdot p_e(t)$

$$= \underbrace{A \sin \omega_s t}_{\text{signal}} \times \left(a_0 + \sum_k a (k\omega_e t) \right) \quad (a_0 = \frac{a}{2})$$

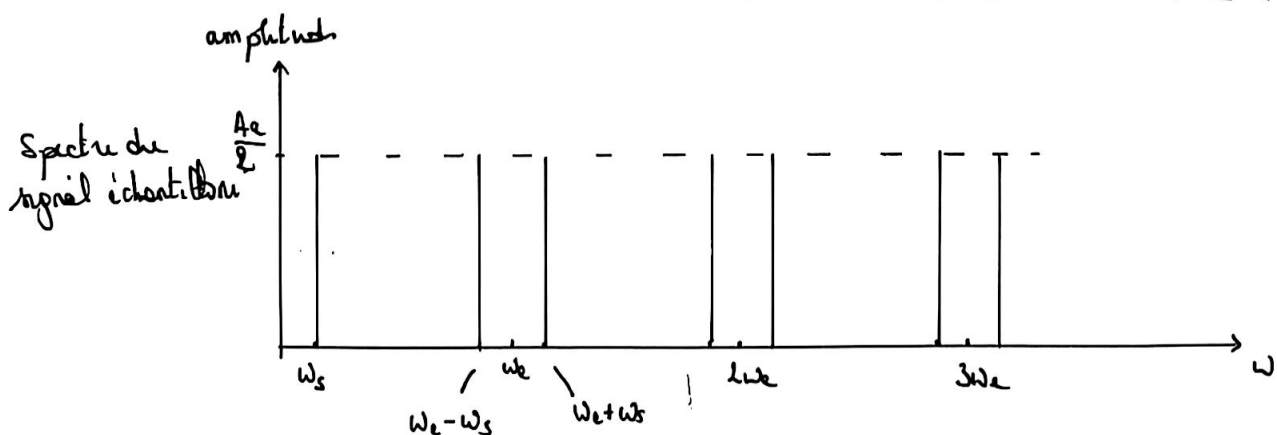
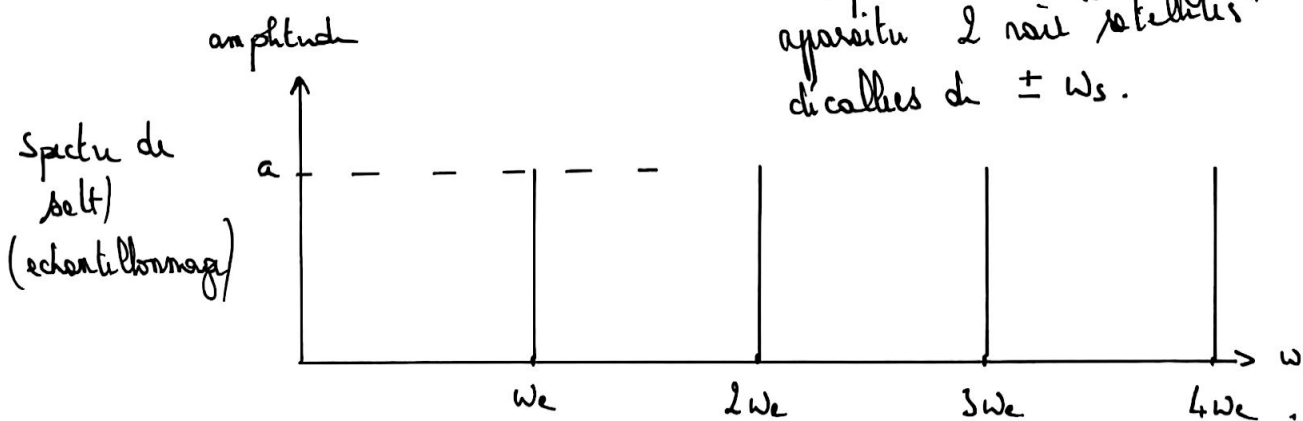
ω_s : pulsation du signal.

ω_e : pulsation d'échantillonnage. ($\omega_e \gg \omega_s$)

$$= A \left(\frac{a}{2} \sin \omega_s t + \sum_{k=1}^{\infty} a \sin(\omega_s t) \cos(k\omega_e t) \right)$$

$$= A \left(\frac{a}{2} \sin(\omega_s t) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a}{2} \left(\sin(k\omega_e + \omega_s)t - \sin(k\omega_e - \omega_s)t \right) \right)$$

Autour de chaque pulsation $k\omega_e$ du spectre d'échantillonnage, il apparaît 2 raies "satellites" décalées de $\pm \omega_s$.

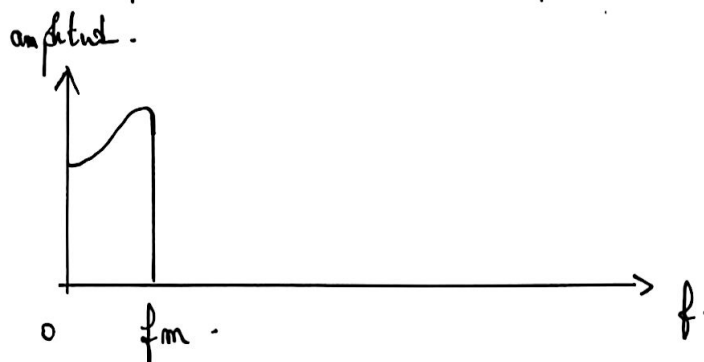


4. Si $x(t)$ présente un spectre plus complet.

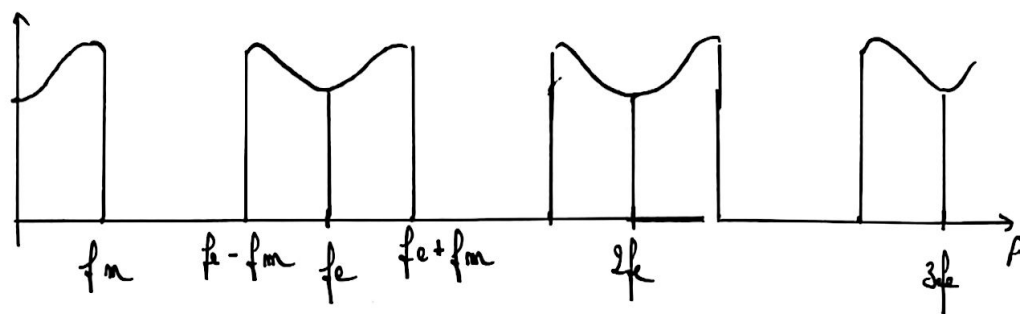
On pourra raisonner composante par composante spectrale :

Chaque composante à la pulsation $m\omega_s$ donne 2 vois satellites d'amplitude proportionnelle à celle de la composante initiale aux pulsations $k\omega_s \pm m\omega_s$.

spectre
de
 $x(t)$



spectre du
signal
échantillonné.



5. On pourra récupérer le spectre du signal initial à l'aide d'un filtre passe bas de fréquence de coupure f_c .

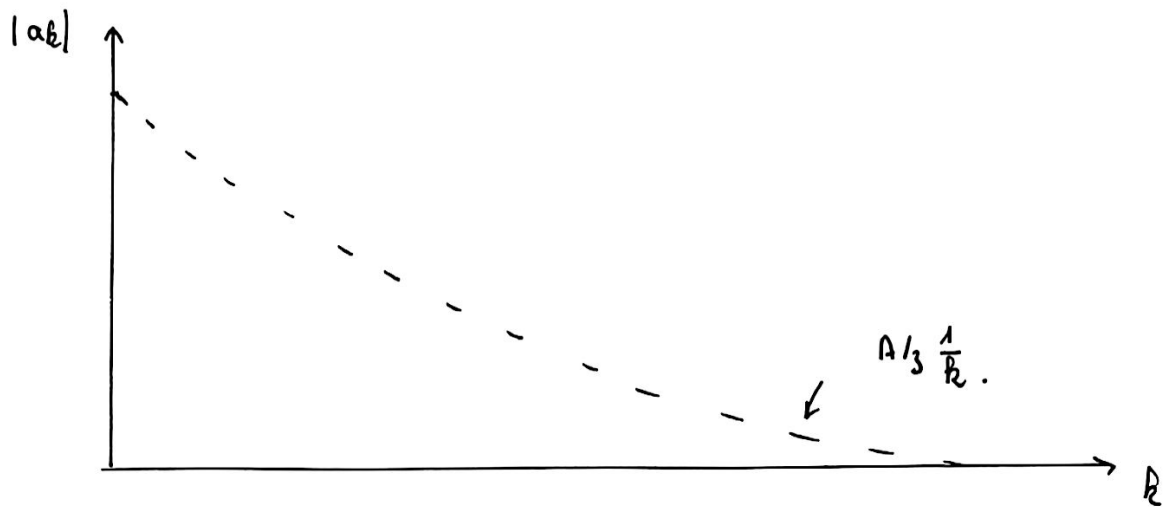
$$f_m < f_c < f_s - f_m.$$

À la suppos en particulier $2f_m < f_s$.

$$\alpha = \frac{1}{6}$$

$$a = \frac{A}{6}$$

$$k = \frac{A}{3} \quad \frac{\sin\left(k \frac{\pi}{6}\right)}{\frac{k\pi}{6}} = \frac{2A}{k\pi} \sin\left(k \frac{\pi}{6}\right)$$



$$\sin a \cos b$$

$$\frac{1}{L} \sin(a+b) + \sin(a-b)$$

$$\sin a \cos b$$

$$+ \cos a \sin b$$