DEVOIR SURVEILLÉ n°2
Samedi 17 octobre 2026

L'utilisation des calculatrices est autorisée. Toute réponse non justifiée ne sera pas considérée.

Problème 1 : Diodes à jonction PN (extrait de Mines MP 2013)

Attention : si certaines questions sont très proches du cours, d'autres sont assez difficiles, mais heureusement elles ne conditionnent pas la suite ; soyez tactiques ! Et ne vous laissez pas impressionner par la quantité de texte …

Données numériques :

- Permittivité électrique du vide $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ \text{F.m}^{-1}$
- Permittivité diélectrique relative du silicium $\varepsilon_r = 11{,}8$
- Perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \text{H.m}^{-1}$
- Célérité de la lumière dans le vide $c = 3{,}00.10^{-8}\ \text{m.s}^{-1}$
- Charge de l'électron $-e = -1{,}60.10^{-19}\ \text{C}$
- Constante de Boltzmann $k_B = 1{,}38.10^{-23}\ \text{J.K}^{-1}$
- Masse d'un électron $m = 9{,}11.10^{-31}\ \text{kg}$

Pour les applications numériques on fournira 3 chiffres significatifs.
Aucune connaissance préalable sur les diodes n'est nécessaire pour traiter ce sujet. Le symbole électrique d'une diode est donné sur la figure 1. Idéalement, la diode est un composant électronique ayant la propriété de ne laisser passer le courant que dans un sens.

- Si $V \leq 0$ l'intensité I est nulle et la diode est dite bloquée point
- Si la tension V tend à devenir positive, la diode se débloque et se comporte comme un fil (ce qui annule aussitôt V). L'intensité i est alors positive et la diode est dite passante.

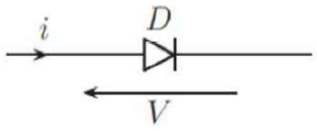


FIGURE 1 – Schéma électrique d'une diode.

Les diodes actuelles sont construites en matériau semi-conducteur. Le silicium pur est un semi-conducteur intrinsèque. Il s'y produit des ionisations thermiques (à température ambiante par exemple) : $Si = Si^+ + e^-$
Un ion Si^+ plus est appelé « trou » positif. On dit que l'ionisation crée une paire électron-trou. Le silicium étant neutre, il y a autant de porteurs de charge N (électrons négatifs) que de porteurs de charge P (trous positifs).

Lorsqu'un champ électrique est appliqué, les électrons *et les trous* se déplacent, assurant la conduction électrique. En réalité, un ion Si^+ ne se déplace car il fait partie du réseau cristallin. Cependant, il prend un électron à son atome de Si voisin, redevenant Si tandis que son voisin est devenu Si^+. Ainsi, tout se passe comme si l'ion Si^+ avait migré. Du point de vue de la conduction, les trous positifs se comportent donc comme des porteurs mobiles donc la charge est opposée de celle de l'électron.

1- Comment évolue la conductivité d'un semi-conducteur lorsque la température augmente ? (justifier). Ce comportement est-il le même que pour les métaux ?

Semi-conducteur extrinsèque dopé N par un donneur d'électrons.

Dans du silicium (de valence 4), on peut introduite une faible proportion d'atomes de valence 5 (un atome de phosphore pour 10^{10} atomes de silicium par exemple). L'agitation thermique ionise le phosphore selon $P \rightarrow P^+ + e^-$. Cela libère un électron (porteur N) qui peut conduire le courant. En revanche, l'ion P^+ est fixe dans le réseau cristallin de silicium. Comme ses plus proches voisins sont des atomes de silicium et non de phosphore, l'ion P^+ ne peut pas échanger d'électron avec un atome de phosphore voisin et ainsi donner l'illusion qu'il se déplace. Il ne constitue donc pas un trou positif mobile. Ainsi l'ajout d'atomes de phosphore augmente le nombre de porteurs mobiles négatifs (N) sans changer le nombre de porteurs mobiles positifs (P). Les porteur mobiles N sont donc majoritaires : le semi-conducteur est dit « dopé N », les atomes de phosphore étant qualifiés de donneurs d'électrons

Semi- conducteur extrinsèque dopé P par un accepteur d'électrons.

Dans du silicium (de valence 4), on peut introduire une faible proportion d'atomes de valences 3 (comme le bore par exemple). Un atome de bore capture un électron à un silicium voisin, ce qui crée un ion B- et un ion sSi+. L'ion B- est fixe dans le réseau cristallin et ses plus proches voisins dont des atomes de silicium et non de bore. In ne peut donc pas, par échange d'électron avec un atome de bore voisin donner l'illusion qu'il se déplace. Ce n'est donc pas n porteur mobile de type négatif 'N). En revanche, l'ion Si+ constitue un trou positif (P) mobile car il est toujours entouré de nombreux atomes de Si dans le réseau de silicium cristallin. Ainsi l'ajout d'atomes de bore augmente le nombre de porteurs mobiles P sans changer le nombre de porteurs mobiles N. les porteurs mobiles PO sont donc majoritaires : le semi-conducteur est dit « dopé P », les atomes de bore étant qualifiés d'accepteurs d'électrons.

Les semi-conducteurs dopés sont globalement neutres car les charges des porteurs libres sont compensées par les charges fixes.

On crée une jonction PN en accolant deux blocs de silicium dopés P et N respectivement (voir figure 3).

- Le semi-conducteur P est dopé avec NA accepteurs d'électrons par unité de volume
- Le semi-conducteur N est dopé avec ND donneurs d'électrons par unité de volume.

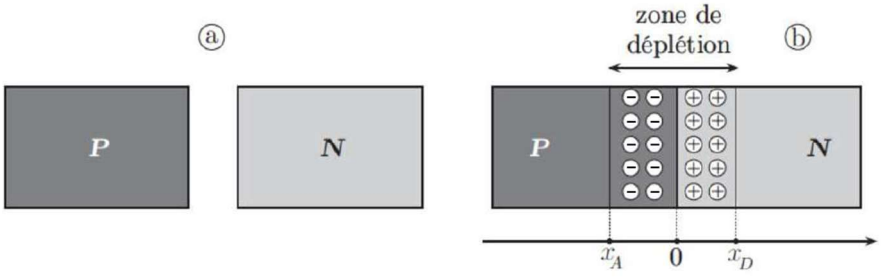


FIGURE 3 – Réalisation d'une jonction PN en $x = 0$.

Lors de l'établissement de la jonction, les électrons du semi-conducteur N diffusent dans le semi-conducteur P car il y un gradient de concentration en électrons. De même, les trous du semi-conducteur P diffusent dans le semi-conducteur N à cause du gradient de concentration en trous.

La diffusion, non étudiée ici, se poursuit jusqu'à atteindre l'état d'équilibre (simplifié) suivant.

- La région $[x_A, 0]$, initialement neutre, est complètement vidée des trous positifs apportés par ses atomes accepteurs. Elle devient chargée négativement avec la densité volumique de charge ρ_1, supposé uniforme pour simplifier. (Cette charge est négative car elle résulte de la présence d'accepteur ionisés, fixes dans le réseau cristallin)
- La région $[0, x_D]$, initialement neutre, est complètement vidée des électrons apportés par atomes donneurs. Elle devient chargée positivement avec la densité volumique de charge ρ_2, supposé uniforme pour simplifier. (Cette charge est positive car elle résulte de la présence des donneurs ionisés, fixes dans le réseau cristallin)
- En dehors de $[x_A, x_D]$, le matériau n'est pas modifié.

La zone $[x_a, x_D]$ est appelée **zone de déplétion** ou **zone de charge d'espace**. En résumé :

$$\begin{cases} \rho(x) = 0 & \text{pour} \quad x < x_a \text{ et } x > x_D \\ \rho(x) = \rho_1 & \text{pour} \quad x \in [x_A, 0] \\ \rho(x) = \rho_2 & \text{pour} \quad x \in [0, x_D] \end{cases}$$

La largeur de la zone de déplétion est très faible devant les dimensions des blocs de semi-conducteurs. On négligera donc tout effet de bord dans les directions orthogonales au vecteur unitaire $\overrightarrow{u_x}$

2- Exprimer les densités volumiques de charges ρ_1 et ρ_2 en fonction de N_A, N_D et la charge élémentaire e (on justifiera avec soin les relations suivantes $\rho_1 = -N_A e$ et $\rho_2 = N_D e$)

3- Etablir, en la justifiant, une relation simple entre N_A, N_D, x_A et x_D.

On admet que le champ électrique dans le matériau est nul en dehors de la zone de charge d'espace. Dans le silicium, les lois de l'électrostatique s'appliquent en remplaçant ε_0 par $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ où $\varepsilon_r = 11,8$ est la permittivité diélectrique relative du silicium.

4- Déterminer le champ électrique $\vec{E}(x)$ en tout point de la zone de charge d'espace $(x \in [x_A, x_D])$. En précisant les valeurs remarquables sur le graphe, tracer la composante non nulle du champ en fonction de x (pour x variant sur un intervalle strictement plus grand que $[x_A, x_D]$)

Conventionnement, l'origine des potentiels sera prise en x = 0.

5- En déduire l'expression du potentiel électrostatique V(x) dans tout le matériau. Tracer $x \mapsto V(x)$ pour x variant su un intervalle strictement plus grand que $[x_A, x_D]$. Préciser les valeurs remarquables sur le graphe.

6- Exprimer la différence de potentiel $V_0 = V(x_D) - V(x_A)$ entre deux points situés de part et d'autre de la jonction. On exprimera V_0 en fonction de e, ε, N_A, N_D, x_A et x_D.

7- Expérimentalement, on constate que $V_0 = 0,70\,V$ pour une jonction caractérisée par $N_A = 1,00.10^{21}\ m^{-3}$ et $N_D = 2,00.10^{23}\ m^{-3}$. Exprimer et calculer numériquement la largeur $w = x_D - x_A$ de la zone de charge d'espace dans ce cas.

La jonction PN peut être polarisée par une différence de potentiel V imposée par un générateur extérieur. Dans ce cas, on admet que le modèle précédent reste valable mais :

- La différence de potentiel entre les régions N et P devient $V_0 - V$;
- Les valeurs de x_A et x_D s'en trouvent modifiées.

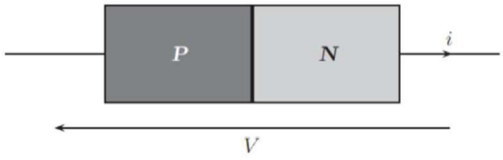


FIGURE 4 – Jonction PN polarisée par une différence de potentiel extérieure V. Les détails de la zone de déplétion n'ont pas été représentés.

8- Par une étude complète (non effectuée ici), on peut montrer que la caractéristique théorique courant-tension est donnée par $i = I_s\left(\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right)$ avec les orientations de la figure 4, et où :

- e est la charge élémentaire ;
- k_B est la constante de Boltzmann,
- T est la température
- $I_S > 0$ est appelé « courant inverse de saturation ». Son amplitude, pour les calculs on prendra $1{,}00.10^{-5}$ A, est habituellement négligeable dans les montages électroniques.

Pour une température donnée, représenter la caractéristique i en fonction de V de la diode en précisant les éléments remarquables sur le graphe. Préciser la valeur de V correspondant à $i = 1{,}00\,\text{A}$ à la température ambiante $T = 293\,\text{K}$. Que représente physiquement le facteur $k_B T$?

Dans la suite, on impose une différence de potentiel extérieure V négative aux bornes de la diode. La diode, bloquée dans ce cas, est dite polarisée en inverse. On posera $U = -V$ avec $U > 0$

9- On note S la surface de la jonction PN (aire de contact des deux semi-conducteurs dopés). Exprimer les quantités Q_A et Q_D respectivement stockées dans les régions $[x_A, 0]$ et $[0, x_D]$ en fonction de e, ε, S, N_A, N_D, V_0 et U. Donner les valeurs numériques de QA et QD pour $S = 1{,}00\,\text{mm}^2$ et $U = 4{,}00\,\text{V}$.

10- Lorsque U devient $U + \delta U$ où $|\delta U| \ll U$, les quantités de charges Q_A et Q_D sont modifiées de δQ_A et δQ_D (car la largeur de la zone de déplétion l'est). Déterminer la **capacité dynamique de jonction**, définie par : $C \overset{\text{déf}}{=} \frac{\delta Q_D}{\delta U}$

Cette capacité dépend, entre autres, de la tension U. Donner sa valeur numérique pour $U = 4{,}00\,\text{V}$

Problème 2 : de la physique du vivant (extrait de CCINP 2021)

Au cours de leur évolution, de nombreux systèmes biologiques dans la nature ont développé d'incroyables spécificités pour s'adapter à leur environnement. Ce sujet propose l'étude de certaines de ces spécificités. On s'intéressera ainsi dans la **partie I** aux qualités d'adhésion du gecko, avec l'étude d'interactions entre molécules polaires en **sous-partie I.1**, puis le calcul de la force d'adhérence d'un gecko au plafond en **sous-partie I.2**. Dans la **partie II**, on aborde les facultés d'isolation thermique du manchot empereur avec quelques généralités sur les transferts thermiques en **sous-partie II.1**, avant le calcul du métabolisme d'un manchot en **sous-partie II.2**. Enfin, la **partie III** propose quelques études autour des propriétés de superhydrophobie de la feuille de lotus avec l'analyse de deux expériences : la mesure d'une tension superficielle en **sous-partie III.1** et la mesure de l'angle de contact d'une goutte posée sur un substrat solide par interférométrie optique en **sous-partie III.2**. La **sous-partie III.3** développe une application de la superhydrophobie en microfluidique.

Seule la partie I sera traitée dans la suite.

Données

- Opérateur gradient d'un champ scalaire U :
  - $\overrightarrow{\text{grad}}(U) = \dfrac{\partial U}{\partial x}\vec{u}_x + \dfrac{\partial U}{\partial y}\vec{u}_y + \dfrac{\partial U}{\partial z}\vec{u}_z$ en coordonnées cartésiennes
  - $\overrightarrow{\text{grad}}(U) = \dfrac{\partial U}{\partial \rho}\vec{u}_\rho + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial U}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \dfrac{\partial U}{\partial z}\vec{u}_z$ en coordonnées cylindriques
  - $\overrightarrow{\text{grad}}(U) = \dfrac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial U}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial U}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$ en coordonnées sphériques
- Opérateur laplacien vectoriel d'un champ vectoriel $\vec{a} = a_x\vec{u}_x + a_y\vec{u}_y + a_z\vec{u}_z$ en coordonnées cartésiennes : $\Delta\vec{a} = (\Delta a_x)\vec{u}_x + (\Delta a_y)\vec{u}_y + (\Delta a_z)\vec{u}_z$ où $\Delta a_{i=x,y,z} = \dfrac{\partial^2 a_i}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 a_i}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 a_i}{\partial z^2}$
- Permittivité du vide : $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\ \text{F}\cdot\text{m}^{-1}$
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1{,}38\cdot10^{-23}\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$
- Constante de Stefan : $\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1{,}00\cdot10^{3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Viscosité dynamique de l'eau à 20 °C sous 1 bar : $\eta_e = 1{,}00\cdot10^{-3}\ \text{Pa}\cdot\text{s}$
- Coefficient de tension superficielle de l'interface eau/air à 20 °C : $\gamma_e = 73\cdot10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$
- Définition du debye (D) : $1\ \text{D} = 3{,}33\cdot10^{-30}\ \text{C}\cdot\text{m}$

Partie I - Le gecko

Source : Autumn K., L'inusable adhésif des pattes du gecko, *Pour la Science*, n° 343, 2006, p. 82-88.

Le gecko est un petit lézard capable de se déplacer à des vitesses de plusieurs mètres par seconde sur les murs ou les plafonds de pratiquement toutes natures, dans presque toutes les conditions. Des expériences menées en 2002 par l'équipe de l'américain Kellar Autumn ont montré que la spectaculaire faculté d'adhésion de l'animal est uniquement due à des forces de Van der Waals. L'adhésion est possible grâce à l'anatomie particulière des coussinets des doigts du lézard. Ces derniers sont recouverts de poils microscopiques, les sétules, ramifiés en des centaines de branches terminées par une spatule pouvant s'approcher à quelques nanomètres de la surface de contact.

I.1 - Interactions entre molécules polaires

On considère une molécule polaire située dans le vide, modélisée par un dipôle électrique rigide de moment dipolaire électrique permanent $\vec{p}_1 = p_1\vec{u}_z$. Le dipôle, centré en un point O, est constitué de deux charges ponctuelles opposées, $+q$ et $-q$ (avec $q>0$), situées sur l'axe $(O,\vec{u}_z)$ aux points respectifs P et N distants de $a = PN$ (**figure 1**). On repère tout point M de l'espace par ses coordonnées sphériques (r,θ,φ) dans le repère $(O,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$.

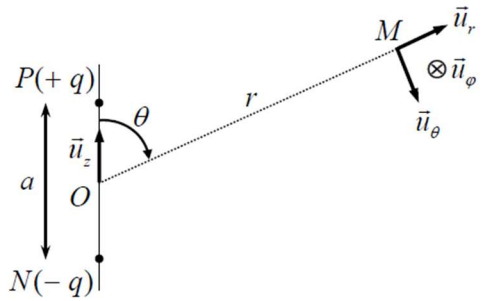


Figure 1 - Dipôle électrique centré en un point O

Q1. Expliquer, en prenant l'exemple de la molécule de chlorure d'hydrogène (HCl), l'origine du moment dipolaire permanent de certaines molécules. Donner l'expression en fonction de a et q du moment dipolaire électrique $\vec{p}_1$ de la molécule polaire.

Q2. Établir l'expression du potentiel électrostatique $V_1(M)$ créé en M par la molécule polaire dans le cadre de l'approximation dipolaire qu'on explicitera. On donnera le résultat en fonction de p_1, ε_0 et des coordonnées sphériques du point M.

Q3. En déduire que le champ électrostatique $\vec{E}_1(M)$ créé en M par la molécule polaire s'écrit en coordonnées sphériques : $\vec{E}_1(M) = \dfrac{p_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos(\theta)\vec{u}_r + \sin(\theta)\vec{u}_\theta\right)$.

Une seconde molécule polaire, modélisée par un dipôle rigide de moment dipolaire électrique permanent $\vec{p}_2$, est située au point M sur l'axe $(O,\vec{u}_z)$ tel que $\theta = 0$, à la distance r fixe du point O. À un instant donné, son moment dipolaire forme un angle α avec cet axe (**figure 2**). Dans ces conditions, la molécule plongée dans le champ électrostatique dû à l'autre molécule située au point O subit un couple de forces de moment : $\vec{\Gamma} = \vec{p}_2 \wedge \vec{E}_1(M)$. On rappelle l'expression de l'énergie potentielle d'interaction des deux molécules : $\mathcal{E}_{12} = -\vec{p}_2.\vec{E}_1(M)$.

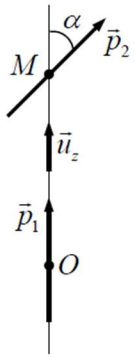


Figure 2 - Interaction entre deux molécules polaires

Q4. Quel est l'effet du couple de forces subi par la molécule fixée au point M ? Justifier l'orientation de son moment dipolaire électrique lorsqu'elle est en équilibre stable.

Les deux molécules sont supposées identiques, de moments dipolaires électriques de même valeur $p_1 = p_2 = p = 1\ \text{D}$.

Q5. Estimer l'énergie potentielle d'interaction des deux molécules, distantes de $r = 0{,}5\ \text{nm}$, en supposant leurs moments dipolaires électriques alignés. Comparer cette énergie à l'énergie d'agitation thermique qui est de l'ordre de $k_B T$ où k_B est la constante de Boltzmann, à la température ambiante $T = 293\ \text{K}$. Conclure.

Q6. Du fait de l'agitation thermique, on doit considérer l'énergie potentielle d'interaction moyenne entre deux dipôles situés à une distance r dont les orientations relatives sont sujettes à des variations aléatoires. À température suffisamment élevée, on montre que cette énergie potentielle d'interaction moyenne est de la forme : $\langle \mathcal{E}_{12} \rangle = -\dfrac{C_\text{K}}{r^6}$ où $C_\text{K} = \dfrac{1}{k_B T}\left(\dfrac{p^2}{2\pi\varepsilon_0}\right)^2$.

Donner un ordre de grandeur de C_K à la température ambiante $T = 293\ \text{K}$. Vérifier que la force $\vec{F}_{1/2}$ qui dérive de cette énergie potentielle est attractive. On rappelle que $\vec{F}_{1/2} = -\overrightarrow{\text{grad}}\langle \mathcal{E}_{12} \rangle$.

I.2 - Calcul de la force d'adhérence du gecko au plafond

La force, calculée à la question précédente, correspond à une interaction de Van der Waals entre molécules polaires. Si on considère maintenant deux plans infinis parallèles, distants de D et séparant chacun un milieu solide (**figure 3**), on montre en prenant en compte l'ensemble des interactions de Van der Waals que la force surfacique entre les deux milieux s'écrit : $f(D) = \dfrac{A}{6\pi D^3}$.

La constante A, appelée constante de Hamaker, dépend de la nature des interactions de Van der Waals et des densités moléculaires des deux solides en interaction.

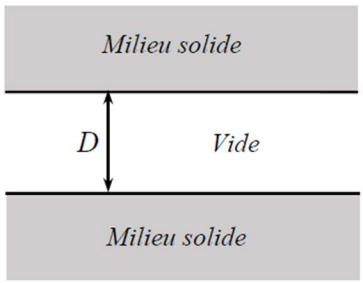


Figure 3 - Deux milieux plans infinis en interaction

Q7. Vérifier que la constante de Hamaker A est homogène à une énergie.

Q8. Un gecko de masse $m = 50$ g est suspendu par ses quatre pattes au plafond. Le gecko possède au total 6 millions de sétules, comportant chacune en moyenne 500 spatules. En modélisant une spatule par une surface carrée de $0,2$ µm de côté située à une distance $D = 1$ nm du plafond, estimer le pourcentage de sétules utilisées par le gecko pour soutenir sa masse. On prendra $A = 10^{-19}$ J et on négligera tout effet de bord.

Sachant que l'équipe de Kellar Autumn a constaté qu'un gecko de 50 g utilise à son maximum d'adhérence uniquement 0,04 % de ses sétules pour soutenir sa masse, peut-on bien imputer les facultés d'adhérence du gecko aux interactions de Van der Waals ? Pourquoi le gecko mobilise-t-il certainement davantage de sétules pour assurer son adhérence ?

Q9. À un instant pris pour origine, on suppose que le gecko lâche le plafond et chute de 10 cm avant de se rattraper à l'aide d'une patte à une surface verticale. Sachant que l'équipe de Kellar Autumn a pu mesurer une force de cisaillement (opposée au glissement) de l'ordre de 10 N par patte, estimer la distance que doit parcourir le gecko lorsque sa patte est en contact avec le mur pour s'arrêter. On supposera qu'il mobilise 50 % de la capacité de cisaillement maximale de sa patte.

Cette question fait appel à une démarche de résolution de problème. Il est notamment attendu de préciser chaque notation introduite, de présenter de façon claire les hypothèses retenues, de mener de bout en bout un calcul littéral, puis d'effectuer l'application numérique attendue.

Problème 3 : généralités sur les plasmas (extrait de Centrale PSI 2004)

Les plasmas sont des milieux macroscopiquement neutres, partiellement ou totalement ionisés. Naturels ou artificiels, on les rencontre sous de nombreuses formes : arc et décharges électriques, foudres, vent solaire, ionosphère, étoiles, laser à gaz …

On donne le laplacien en coordonnées sphériques d'une fonction f(r) (non indispensable) :

$$\Delta f = \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (r.f(r))}{\partial r^2}$$

Les données numériques nécessaires à la résolution de ce problème sont données ci-dessous :

Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}\ F.m^{-1}$	Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38.10^{-23}\ J.K^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,6.010^{-19}\ C$	Masse d'un électron	$m_e = 9,11.10^{-31}\ kg$
Constante de Planck	$h = 6,62.10^{-34}\ J.s$	Nombre d'Avogadro	$N_A = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$
Energie d'ionisation de l'atome d'Argon	$E_{ion} = 15,7\,eV$	Masse molaire de l'argon	$M = 39,9\,g.mol^{-1}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}$	Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00.10^{-8}\ m.s^{-1}$

On considère un plasma d'argon contenant, en moyenne et par unité de volume, n_e électrons libres de masse m_e et de charge -e, $n_i = n_e$ ions Ar^+ de masse m_i et n_0 atome Ar de masse m0. On définit le degré d'ionisation de ce plasma par le rapport : $\alpha = \frac{n_e}{n_e + n_0}$.

On considère d'autre part que le plasma est en équilibre thermodynamique local, ce qui permet de définir la température thermodynamique T de ce plasma.

Partie A : Etude de l'écart local à la neutralité : longueur de Debye

Considérons un ion argon Ar^+ particulier, placé en O, et pris comme origine. Du fait de l'attraction Coulombienne, au voisinage de cet ion, on observe un surplus de charge négative, responsable d'un écart local à la neutralité globale du plasma. Soit V(r) le potentiel qui règne en un point M situé à la distance r de l'ion Ar^+ situé en O (l'origine des potentiels est prise à l'infini). Les densités volumiques d'ions et d'électrons en M s'écrivent respectivement :

$n_+ = n_e \exp\left(-\frac{eV(r)}{k_B T}\right)$, et $n_- = n_e \exp\left(\frac{eV(r)}{k_B T}\right)$ avec k_B la constante de Boltzmann.

A1- Quelle(s) remarque(s) vous suggèrent les expressions de n_+ et n_- ? Quel nom donne-t-on usuellement à ces lois de répartition ?

A2a- Donner l'expression de la densité volumique totale de charges au point M, $\rho_c(r)$ pour $r \neq 0$

A2b- Montrer que V(r) obéit à l'équation différentielle : $\frac{1}{r}\frac{d^2(rV)}{dr^2} - \frac{2n_e e}{\varepsilon_0} sh\left(\frac{eV(r)}{k_B T}\right) = 0$

A2c- On se place dorénavant dans l'hypothèse $eV(r) \ll k_B T$. Simplifier l'équation obtenue à la question A2b- et la résoudre en introduisant la fonction $u(r) = rV(r)$. On introduira pour cela deux constantes d'intégration A_1 et A_2.

A2d- On admet que $V(\infty) = 0$ et qu'au voisinage immédiat de l'ion Ar+, l'influence de sa charge, supposée ponctuelle l'emporte sur celle des charges électroniques distribuées en volume. Déterminer les constantes A1 et A2. Donner ensuite l'expression du potentiel V(r) en fonction de e, ε_0, r et d'une distance caractéristique λ_D (appelée longueur de Debye) que l'on exprimera en fonction de ε_0, k_B, T, n_e et e. Commenter le résultat obtenu.

A3- En déduire la densité volumique totale de charge $\rho_c(r)$ en $r \neq 0$, puis la charge totale Q(r) (y compris la charge ponctuelle centrale) contenue dans une sphère de centre O et de rayon r en fonction e, λ_D et r. Discuter les cas $r \to 0$ et $r \to \infty$. Conclure.

A4- Application numérique : on donne pour ce plasma d'Argon $n_e = 3,0.10^{21}\ m^{-3}$. Calculer la valeur numérique de λ_D à la température de 1 000K, puis de 10 000K. Discuter la validité de l'approximation faite en **A2c-**.

Partie B : Comportement collectif d'un plasma pulsation plasma.

Tout gaz ionisé dont la dimension caractéristique est grande devant la longueur de Debye λ_D est dominé par les effets collectifs induits par la charge d'espace, effets qui viennent masquer les comportements individuels étudiés dans la partie **A**. Pour illustrer le comportement collectif, qui se manifeste notamment lorsqu'on observe à une boule de plasma de centre O et de rayon R, qu'on considérera comme la superposition de deux fluides incompressibles : un fluide d'électrons, susceptibles de se mouvoir, et un fluide d'ions qu'on suppose au repos (les densités ioniques et électroniques de deux fluides précédents sont considérées comme uniformes). On admet qu'à l'instant t, le gaz d'électrons s'est déplacé radialement et qu'il occupe la région de l'espace comprise entre deux sphères, une sphère de rayon $r_0(t)$ et une sphère de rayon $R + r_1(t)$ avec $r_1(t)$ très petit devant R (voir figure 1).

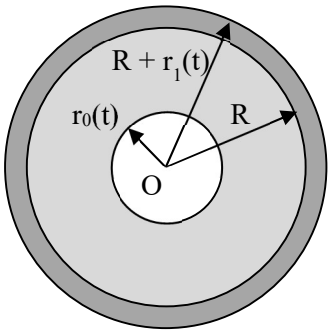


Figure 1

B1- Sachant que le fluide d'électrons est supposé incompressible, quelle est la relation qui relie $r_0(t)$ à $r_1(t)$ et R ?

B2- On considère un électron de ce fluide, situé au point M à la distance r de O, avec $r \in [r_0, R]$. Déterminer, en fonction de e, n_e, r et $r_0(t)$ puis de e, n_e, R, r, ε_0 et $r_1(t)$, le champ électrique $\vec{E}(M,t)$ régnant en M à l'instant t. En déduire la force électrique s'exerçant sur l'électron situé en M.

B3- Un électron, évoluant à la distance moyenne R du point O, possède à l'instant t le vecteur vitesse $\dot{r}_1(t)\overrightarrow{u_r}$. De même, le vecteur vitesse d'un électron oscillant autour du point M précédent est $\vec{v}(r,t) = v(r,t)\overrightarrow{u_r}$. En utilisant l'incompressibilité du gaz d'électrons, écrire la relation existant entre la vitesse $v(r,t)$ de l'électron, $\dot{r}_1(t)$, r et R.

B4- Déduire des deux questions précédentes l'équation différentielle satisfaite par $r_l(t)$. Mettre en évidence l'existence d'une pulsation ω_p caractéristique de ce comportement collectif, appelée pulsation plasma, dont on donnera l'expression en fonction de n_e, e, m_e et ε_0.

B5- Quel phénomène vient en pratique amortir les oscillations collectives du plasma ?

B6- Calculer, pour un plasma d'argon de densité électronique $n_e = 3,0.10^{21}\ m^{-3}$ à la température de 10 000K, la valeur de la pulsation plasma ω_p. En réalité, à un éventuel mouvement pulsatoire collectif, radial, se superpose le mouvement désordonné du plasma, dû à l'agitation thermique de ses constituants. L'ordre de grandeur de la section efficace moyenne σ_{eff} lors d'une collision élastique ion-électron est de $5.10^{-17}\ m^2$. On donne d'autre part l'expression de la valeur moyenne du module de la vitesse d'un électron : $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_e}}$.

Compte tenu de ces valeurs, le mouvement collectif peut-il être mis en évidence ?