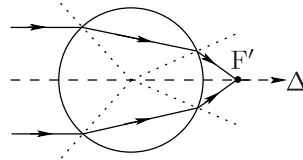


Devoir Surveillé n°2

I Microscope de Van Leeuwenhoek

1. Une lentille boule est une lentille convergente. En effet, le schéma ci-dessous montre qu'un faisceau incident parallèle converge en un point de l'axe situé après la lentille.



2. (voir cours pour les schémas)

Une lentille divergente forme toujours une image virtuelle d'un objet réel de grandissement plus petit que 1 : on doit forcément prendre une lentille convergente.

3. Appliquons la loi de la réfraction en I et en J : $n_{\text{air}} \sin i_1 = n \sin r_1$ et $n_{\text{air}} \sin i_2 = n \sin r_2$. Or le triangle ICJ est isocèle en C : $r_1 = r_2$. Par conséquent (avec $n_{\text{air}} = 1$),

$$\sin i_1 = n \sin r_1 = n \sin r_2 = \sin i_2$$

On arrive à $\sin i_1 = \sin i_2$. Comme tous les angles sont définis entre 0 et π ,

$$\boxed{i_1 = i_2}$$

4. D'après le schéma ci-dessous, l'angle $\widehat{ICH}$ vaut i_1 . Dans le triangle rectangle ICH, $\sin i_1 = x/R$. Dans l'approximation des petits angles $\sin i_1 \simeq i_1$ donc

$$\boxed{i_1 = \frac{x}{R}}$$

5. Appelons α l'angle $\widehat{ICJ}$. Dans le triangle isocèle ICJ, $r_1 = r_2$ donc dans ce triangle $\alpha + 2r_1 = \pi$ d'où $\alpha = \pi - 2r_1$. Les points H, C et F' sont alignés. Ainsi $\pi = i_1 + \alpha + \beta_r$ donc

$$\beta_r = \pi - i_1 - \alpha = 2r_1 - i_1$$

D'après la loi de la réfraction au point I, $\sin i_1 = n \sin r_1$ qui s'approxime $i_1 = nr_1$ (dans l'approximation des petits angles). Il vient donc

$$\boxed{\beta_r = \left(\frac{2}{n} - 1\right) i_1 \quad \text{avec} \quad i_1 = \frac{x}{R}}$$

6. L'angle $\widehat{CJF'}$ vaut $\pi - i_2$ avec $i_2 = i_1 = x/R$ (questions 3 et 4). Dans le triangle CJF', $\beta_r + \beta + \pi - i_2 = \pi$. Finalement

$$\boxed{\beta = i_1 - \beta_r = \frac{x}{R} - \left(\frac{2}{n} - 1\right) \frac{x}{R} = \frac{2x}{R} \left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

7. Utilisons la projection de J sur l'axe horizontal, noté K. Par définition, $CF' = CK + KF'$ avec $CK = R \cos \beta_r \simeq R$ et $KF' = JK / \tan \beta = JK / \beta$ (dans l'approximation des petits angles). Or dans le triangle CJK, $JK = R \sin \beta_r \simeq R\beta_r$. On trouve l'expression de KF' :

$$KF' = \frac{JK}{\beta} = R \frac{\beta_r}{\beta} = \frac{R}{2} \times \frac{2-n}{n-1}$$

On obtient finalement

$$\boxed{f'_L = CK + KF' = \frac{nR}{2(n-1)} \simeq 1 \text{ mm}}$$

8. Notons $x = \overline{CA} < 0$. D'après la relation de Chasles, $\overline{CA'} = \overline{CA} + \overline{AA'} = x + \ell$. La relation de conjugaison au point C impose alors

$$\frac{1}{x + \ell} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'_L}$$

c'est-à-dire $x^2 + \ell x + \ell f'_L = 0$. Les solutions $x_{\pm}$ sont $x_{\pm} = -\frac{\ell}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\ell^2 - 4\ell f'_L}$. Or d'après le théorème de Thalès, le grandissement est

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

On veut $\gamma < -1$, c'est-à-dire $\overline{CA'} > -\overline{CA}$ ($\overline{CA} < 0$). Cette condition devient $x > -\ell/2$, avec $x < 0$. La solution du problème est donc x_+ :

$$\overline{CA} = x_+ = -\frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{2} \sqrt{1 - \frac{4f'_L}{\ell}}$$

9. Dans l'approximation $\ell \gg 4f'_L$,

$$x_+ \simeq -\frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{2} \times \left(1 - \frac{2f'_L}{\ell}\right) \simeq -f'_L$$

La formule du grandissement s'écrit $\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = 1 + \frac{\ell}{x_+}$. Avec $x_+ \simeq -f'_L$ et $\ell \gg 4f'_L$,

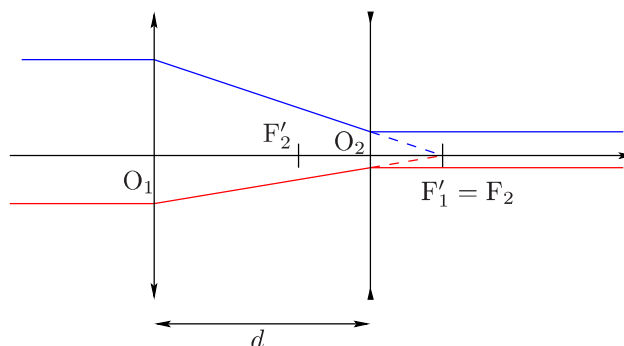
$$\gamma \simeq -\frac{\ell}{f'_L} = -195$$

II Système réfracteur : la lunette de Galilée

1. $V_1 > 0$, l'objectif est une lentille convergente. De même, $V_2 < 0$, l'objectif est une lentille divergente. De plus,

$$f_1 = \frac{1}{V_1} = 0,2 \text{ m} \quad \text{et} \quad f_2 = \frac{1}{V_2} = -0,05 \text{ m}$$

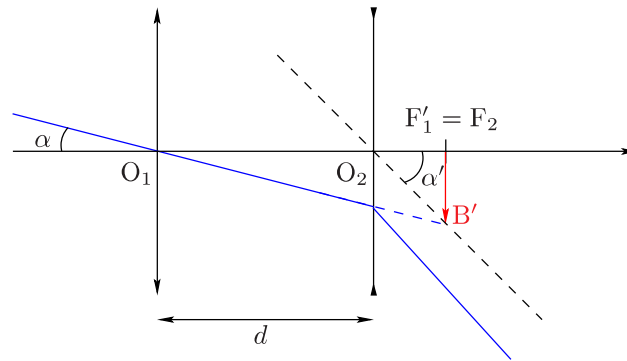
2. (a) La lunette afocale permet de faire l'image à l'infini d'un objet à l'infini. Une image à l'infini permet à l'œil de ne pas accommoder. L'objet étant à l'infini, l'image intermédiaire se forme dans le plan focal image de la première lentille. De plus, pour arriver à une image finale à l'infini, l'image intermédiaire doit se situer dans le plan focal objet de la seconde lentille. La disposition doit donc être la suivante :



On fera attention à ne pas confondre foyer image et foyer objet de la lentille divergente. Par conséquent,

$$d = \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F_2 O_2} = 0,2 - 0,05 = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

(b) Le tracé est le suivant



(c) En raisonnant dans le triangle $O_1F'_1B'$, on a

$$\theta \simeq \tan \theta = \frac{F'_1B'}{O_1F'_1} = \frac{F'_1B'}{f'_1}$$

De même dans le triangle O_2F_2B' ,

$$\theta' \simeq \tan \theta' = \frac{F_2B'}{-f'_2}$$

D'où

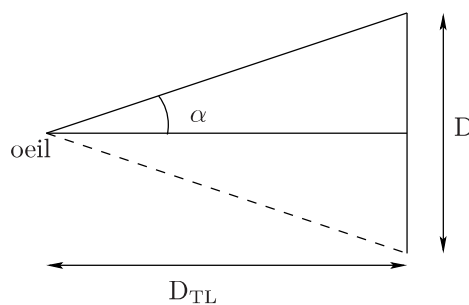
$$\boxed{G = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f'_1}{f'_2} = 4}$$

3. L'ordre de grandeur du pouvoir de résolution r de l'œil

$$\boxed{r \simeq 1'}$$

4. Il faut comparer l'angle sous lequel est vu le cratère et le pouvoir de résolution de l'œil qui est de $1' = \frac{1}{60} = 0,017^\circ$. Calculons l'angle sous lequel est vu le cratère. On fera attention parce que l'angle trouvé dans l'approximation des petits angles sera en radians. D'après le schéma

$$\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{D/2}{D_{TL}}$$



On trouve

$$\alpha_{\text{Cop}} = 1,26 \times 10^{-4} \text{ rad} = 7,2 \times 10^{-3} ^\circ \quad \text{et} \quad \alpha_{\text{Clav}} = 3,2 \times 10^{-4} \text{ rad} = 0,018^\circ$$

Ici, l'angle de vision n'est pas égal à α mais à 2α car l'œil voit dans un cône d'angle 2α (voir schéma). Par conséquent, en comparant les deux valeurs avec la résolution de l'œil, on remarque que

On voit le cratère Clavius à l'œil nu mais pas celui de Copernic.

Par contre, avec la lunette, il faut multiplier l'angle par le grossissement qui vaut 4. Ainsi, les deux cratères sont visibles avec la lunette car les angles θ' sont plus grand que le pouvoir de résolution de l'œil.

III Viseur

1. Pour avoir une image à l'infini, le réticule doit se trouver dans le plan focal objet de (L_2) donc

$$d = 3,0 \text{ cm}$$

2. (a) L'image doit être réelle sur l'écran donc forcément

$$\overline{OA'} = \delta = 15 \text{ mm}$$

L'objet est à $\overline{OA} = -\delta_1 = -12 \text{ cm}$. Avec la relation de Descartes,

$$f'_0 = \frac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} = 1,3 \text{ cm}$$

- (b) De même, on a $\overline{OA} = -\delta_2 = -1,2 \text{ cm}$, donc

$$f'_0 = \frac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} = 1,5 \text{ cm}$$

3. (a) L'image du réticule, donnée par l'oculaire doit se trouver à $d' = 1,2 \text{ m}$ devant l'œil myope pour obtenir une image nette sur la rétine.
 (b) On a $\overline{OA'} = -1,2 \text{ m}$ et $f'_2 = 3,0 \text{ cm}$. D'après la relation de Descartes,

$$\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \times f'_2}{f'_2 - \overline{OA'}} = -2,9 \text{ cm}$$

4. (a) Pour observer à la fois le réticule et l'objet, l'image intermédiaire de l'objet visé doit se situer dans le même plan.
 On a donc

$$\overline{O_1A'} = D = 14 \text{ cm}$$

D'après Descartes,

$$\overline{O_1A} = \frac{\overline{O_1A'} \times f'_1}{f'_1 - \overline{O_1A'}} = -14 \text{ cm}$$

- (b) Cette position ne dépend pas de l'œil car l'image intermédiaire est dans le plan du réticule. La nature de l'œil est seulement pris en compte par l'oculaire et non l'objectif.
 (c) Le nom vient donc du fait que la distance objet + D est constante.
 5. Les questions précédentes ont montré que le viseur ne peut voir que les objets à une distance D fixe : dans la première configuration, la distance entre le viseur et A est donc D.
 Lorsqu'on pointe la lentille, la distance entre la lentille et le viseur est toujours D. Or on doit reculer d'une distance x_1 entre les deux premières configurations, c'est-à-dire de la distance (non algébrique) OA. Par conséquent,

$$\overline{OA} = -x_1 = -20 \text{ cm}$$

De même en reculant à nouveau de x_2 pour pointer l'image, la distance entre O et A' est donc $x_1 - x_2$:

$$\overline{OA'} = -x_2 = 10 \text{ cm}$$

6. D'après la loi de Descartes

$$f' = \frac{\overline{OA'} \times \overline{OA}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} = -10 \text{ cm}$$

IV Entre le minerai d'uranium et la centre nucléaire

1. Afin d'équilibrer la réaction, on doit avoir

$$\boxed{\beta = 1, \alpha = 4 \text{ et } \gamma = 2}$$

2. Calculons le quotient réactionnel à l'instant initial

$$Q_r = \frac{\left(\frac{p_{\text{H}_2\text{O}}}{p^\circ}\right)^2}{\left(\frac{p_{\text{HF}}}{p^\circ}\right)^4} = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}^2 p^{\circ 2}}{p_{\text{HF}}^4}$$

Initialement il n'y a pas d'eau donc $p_{\text{H}_2\text{O}} = 0$ à l'état initial donc $Q_{r,\text{init}} = 0 < K^\circ$.

Le système n'est pas à l'équilibre et évolue dans le sens direct.

3. À l'équilibre, la constante d'équilibre s'écrit

$$K^\circ = \frac{p_{\text{H}_2\text{O},\text{eq}}^2 p^{\circ 2}}{p_{\text{HF},\text{eq}}^4}$$

Le tableau d'avancement est le suivant :

	$\text{UO}_{2(s)}$	$+ 4\text{HF}_{(g)}$	$= \text{UF}_{4(s)} + 2\text{H}_2\text{O}_{(g)}$	$n_{\text{tot},\text{vap}}$
état initial	n_1	$n_2 = n_1$	0	0
état d'équilibre	$n_1 - x$	$n_1 - 4x$	x	$2x$

Ainsi les pressions partielles valent

$$p_{\text{H}_2\text{O},\text{eq}} = \frac{2x}{n_1 - 2x} p \quad \text{et} \quad p_{\text{HF},\text{eq}} = \frac{n_1 - 4x}{n_1 - 2x} p$$

On peut alors injecter ces expressions dans celle de K° :

$$K^\circ = \frac{(n_1 - 2x)^2 (2x)^2}{(n_1 - 4x)^4} \left(\frac{p^\circ}{p}\right)^2$$

donc

$$\frac{(n_1 - 2x)(2x)}{(n_1 - 4x)^2} = \sqrt{K^\circ \frac{p}{p^\circ}}$$

Notons B la constante $\sqrt{K^\circ \frac{p}{p^\circ}}$ de valeur B = 30. On a alors à résoudre l'équation

$$(16B + 4)x^2 - xn_1(8B + 2) + Bn_1^2 = 0$$

soit

$$484x^2 - 242n_1x + 30n_1^2 = 0$$

D'après les aides numériques, les solutions sont $x_1 = 0,23$ mol et $x_2 = 0,27$ mol. La seconde solution est impossible car elle rendrait négative la quantité de matière de HF dans l'état final. L'avancement est donc x_1 .

On a alors

$$\boxed{n_{\text{UF}_4}^{\text{eq}} = 0,23 \text{ mol}, n_{\text{UO}_2}^{\text{eq}} = 0,77 \text{ mol}, p_{\text{HF}}^{\text{eq}} = 0,2 \text{ bar}, p_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{eq}} = 0,8 \text{ bar}}$$

4. (a) Pour la même raison que précédemment, on a $Q_i = 0 < K^\circ$. La réaction va donc évoluer dans le sens direct. Seule la valeur de UO_2 a changé mais elle n'apparaît pas dans la constante d'équilibre. Le calcul précédent est donc toujours valable et on trouve

$$\boxed{x_{\text{eq}} = 0,23 \text{ mol}}$$

- (b) Le réactif limitant est maintenant UO_2 d'après les valeurs initiales. Or, on remarque que $x_{\text{eq}} > 0,10$ mol ce qui est impossible sinon on obtiendrait une valeur négative de UO_2 à l'équilibre.

L'équilibre chimique n'est pas atteint et $x_f = 0,1$ mol

et

$$\boxed{n_{\text{UF}_4}^f = 0,1 \text{ mol}, n_{\text{HF}}^f = 0,6 \text{ mol}, n_{\text{H}_2\text{O}}^f = 0,2 \text{ mol}}$$

V Détermination de la teneur en ion salicylate

1. L'équation (R) s'obtient en faisant la somme des deux équations :

$$K^\circ = K_1^\circ K_2^\circ$$

2. On trouve

$$K_2^\circ = \frac{K^\circ}{K_1^\circ} = 10^{-13,6}$$

3. La quantité de matière se conserve pendant le mélange. Initialement on apporte

$$n_{Na^+}^0 = n_{Sal^-}^0 = C_{1,1} V_1$$

Par conséquent

$$[Na^+]_0 = [Sal^-]_0 = \frac{C_{1,1} V_1}{V_1 + V_2} = 9,9 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

De même, en faisant attention au facteur 3 qui apparaît lors de la dissolution de $Fe(NO_3)_3$ donc

$$[Fe^{3+}]_0 = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 9,9 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{et} \quad [NO_3^-]_0 = \frac{3C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 3,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

- 4.

	$[Sal^-]$	$[Fe^{3+}]$	$[Comp^+]$
concentrations apportées (mol.L ⁻¹)	$9,9 \times 10^{-5}$	$9,9 \times 10^{-3}$	0
concentrations état final (mol.L ⁻¹)	$9,9 \times 10^{-5} - x$	$9,9 \times 10^{-3} - x$	x

5. La constante d'équilibre K° s'écrit

$$K^\circ = \frac{[Comp^+]_{eq} [H^+]_{eq}}{[Sal^-]_{eq} [Fe^{3+}]_{eq}}$$

D'après l'énoncé, la concentration de H^+ est fixée à $1 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$. On doit donc résoudre

$$K^\circ = \frac{(1 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}) x_{eq}}{[(9,9 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}) - x_{eq}] [(9,9 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}) - x_{eq}]}$$

6. On constate que le réactif Fe^{3+} est apporté en très grand excès par rapport au réactif Sal^- , puisque $[Fe^{3+}]_0 = 100 [Sal^-]_0$. Par conséquent, la variation relative de $[Fe^{3+}]$ ne pourra être que très faible. On fait donc l'hypothèse qu'on aura à chaque instant et donc à l'état final : $[Fe^{3+}] \simeq [Fe^{3+}]_0$.

De plus, on constate que la constante d'équilibre est très grande devant 1, il est alors plausible que la concentration de $[Sal^-]_{eq}$ soit très faible devant la valeur initiale $[Sal^-]_0$.

7. Dans le cadre de l'hypothèse précédente, on peut postuler que l'avancement volumique vaut $x_{eq} \simeq [Sal^-]_0$. En notant $[Sal^-]_{eq} = \varepsilon$, on doit résoudre

$$K^\circ = \frac{[Comp^+]_{eq} [H^+]_{eq}}{[Sal^-]_{eq} [Fe^{3+}]_{eq}}$$

d'où

$$K^\circ \simeq \frac{(9,9 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}) (10^{-3} \text{ mol.L}^{-1})}{(\varepsilon/c^\circ) (9,9 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1})}$$

d'où

$$\varepsilon = c^\circ \frac{10^{-5}}{K^\circ} \simeq 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$$

L'hypothèse d'une réaction quasi-totale est validée.