

# DM 7

*pour le jeudi 30 novembre 2023*

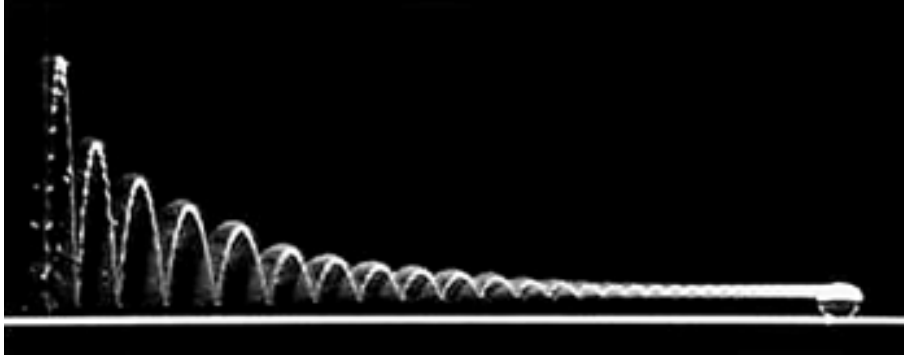
\*\*\*

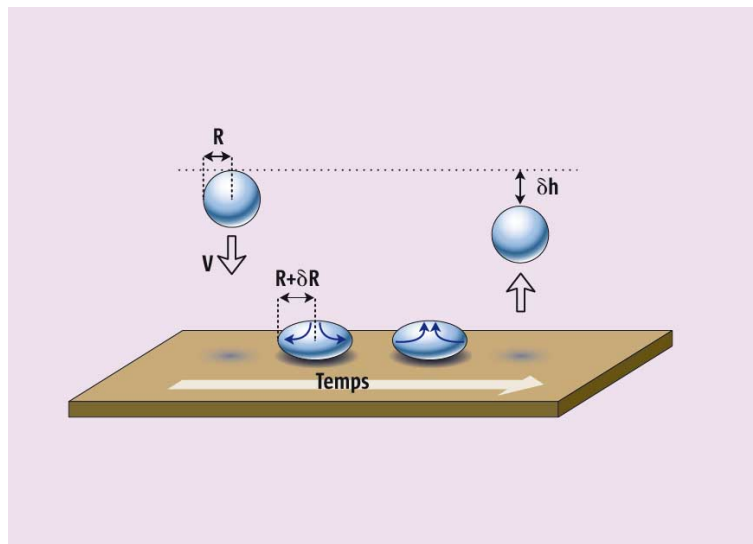
**Pb1 : Rebonds d'une goutte d'eau (Mines PC 2013 )**

\*\*\*

**Pb2 : Le modèle de Langevin (Mines MP 2021) (suite)**

\*\*\*





## REBONDS D'UNE GOUTTE D'EAU

Il est possible de réaliser par traitement chimique d'une plaque métallique une surface plane parfaitement hydrophobe : une goutte d'eau posée sur cette surface n'y est en contact qu'en un seul point et on constate qu'elle adopte une forme sphérique si elle est suffisamment petite (observation **O1**).

Lorsqu'on lâche une goutte sphérique de rayon  $a_0 \approx 1,0$  mm sans vitesse initiale à une hauteur  $h \approx 10$  cm au-dessus de la plaque supposée horizontale et qu'on filme avec une caméra rapide, on constate que la goutte reste au contact du plan hydrophobe pendant une durée  $\tau$  de l'ordre de quelques millisecondes (observation **O2**). Pendant cette phase, la goutte s'aplatit puis s'arrondit avant de décoller.

Une fois qu'elle a décollé, la goutte qui a récupéré sa forme sphérique remonte jusqu'à une altitude maximale inférieure à  $h$  avant de retomber. Le processus se répète ensuite avec cinq à dix rebonds perceptibles (observation **O3**).

Le but du problème est de proposer des modèles simples tentant d'interpréter ces observations.

Toutes les définitions et données numériques utiles pour tout le problème sont rassemblées en fin d'énoncé. Dans tout le problème, *exprimer* ou *déterminer* une grandeur signifie en donner une expression littérale. En revanche *calculer* une grandeur signifie en donner une valeur numérique avec deux chiffres significatifs. Dans tout le problème, les vecteurs sont surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires ou d'une flèche dans le cas général, le champ de pesanteur  $\vec{g} = -g \hat{u}_z$  est uniforme et le référentiel terrestre supposé galiléen. Une quantité surmontée d'un point indique la dérivée totale par rapport au temps de cette quantité :  $\dot{a} = \frac{da}{dt}$ .

## I. — Forme des gouttes

Dans toute cette partie, la goutte est supposée au repos. Pour faciliter les calculs correspondants à l'observation O1, on adopte une géométrie différente de la réalité en considérant la goutte cylindrique de rayon  $a$  et de hauteur  $e$  comme représenté sur la figure 1. Du fait que le contact avec la goutte réelle est ponctuel, on admet que dans le modèle cylindrique, toute la surface du cylindre (y compris sa base) est en contact avec l'air ; cela revient à supposer qu'une mince couche d'air sépare la base du cylindre de la plaque. L'expérience montre que les interactions entre l'eau et l'air sont associées à une énergie potentielle de la forme  $E_{p,t} = AS$  où  $S$  est l'aire de l'interface eau-air et  $A$  une constante positive appelée coefficient de tension superficielle.

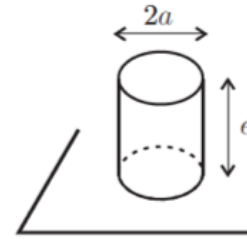


FIGURE 1 – Modèle cylindrique

### I.A. — Rôle de la tension superficielle

Dans la partie I.A on néglige la pesanteur.

□ 1 — Exprimer le volume  $V$  de la goutte cylindrique et sa surface totale de contact avec l'air  $S$  en fonction de  $a$  et  $e$ . En déduire que son énergie potentielle de tension superficielle se met sous la forme :

$$E_{p,t} = 2\pi A a^2 + \frac{2AV}{a}$$

□ 2 — Déterminer, pour  $V$  et  $A$  fixés, la valeur  $a_0$  de  $a$  pour laquelle  $E_{p,t}$  passe par un minimum. On exprimera  $a_0$  en fonction de  $V$ . Vérifier que la valeur correspondante de l'épaisseur de la goutte est  $e_0 = 2a_0$ , ce qui donne une géométrie « proche » de la sphère. En déduire l'expression du minimum de l'énergie potentielle en fonction de  $A$  et  $a_0$ , tracer le graphe de  $E_{p,t}$  en fonction de  $a$ .

□ 3 — Déterminer, pour  $V$  et  $A$  fixés l'expression de  $\left. \frac{d^2 E_{p,t}}{da^2} \right|_{a=a_0}$  en fonction de  $A$ . En déduire qu'au voisinage de  $a = a_0$ , on peut mettre, à une constante additive près, l'énergie potentielle de tension superficielle sous une forme analogue à l'énergie potentielle élastique d'un ressort de raideur  $k$ , de longueur à vide  $\ell_0$  et de longueur  $a$ . On exprimera  $k$  en fonction de  $A$  et  $\ell_0$  en fonction de  $a_0$ . Calculer  $k$  et comparer à la raideur d'un ressort réel qui s'allonge de  $\Delta l = 1$  cm lorsqu'on lui suspend une masse  $m = 100$  g.

### I.B. — Influence de la pesanteur

Dans cette partie on prend en compte la pesanteur. On prend l'origine des énergies potentielles de pesanteur à la base de la goutte de telle sorte que les cotes de ses faces inférieure et supérieure sont respectivement  $z = 0$  et  $z = e$ . On fait l'hypothèse que l'énergie potentielle de pesanteur modifie très peu la valeur  $a_0$  de  $a$  qui rend minimale l'énergie potentielle totale de la goutte. On supposera notamment que la relation entre  $V$  et  $a_0$  obtenue à la question 2 reste vraie.

□ 4 — Montrer que, sous ces hypothèses, l'énergie potentielle de pesanteur de la goutte s'écrit

$$E_{p,g} = \frac{2\pi\mu_e g a_0^6}{\alpha^2}$$

□ 5 — On note  $a_1 = a_0(1 + \epsilon)$  la valeur qui rend minimale l'énergie potentielle totale de la goutte. En supposant  $\epsilon \ll 1$  et en utilisant un développement limité, déterminer à l'ordre 1 l'expression de  $\epsilon$  en fonction de  $a_0$ ,  $\mu_e$ ,  $g$  et  $A$ . Interpréter le signe de  $\epsilon$ . Vérifier *a posteriori* l'hypothèse  $\epsilon \ll 1$ .

FIN DE LA PARTIE I

II. — Modèle mécanique du rebond

L'analyse de la partie I conduit à modéliser la tendance d'une goutte à reprendre une forme sphérique par un ressort de raideur  $k$ . Pour prendre en compte par ailleurs l'inertie de la goutte et d'inévitables frottements internes, on adopte le modèle de la figure 2 : on attache sous une masse ponctuelle  $m = 6,3$  mg un patin (P) plan de masse nulle via un ressort de raideur  $k = 2,6$  N.m<sup>-1</sup> et de longueur à vide  $e_0$  et un amortisseur qui exerce sur  $m$  une force de la forme  $\vec{F} = -f \dot{e} \hat{u}_z$  où  $e$  est la distance entre la masse  $m$  et le patin. Le ressort et l'amortisseur sont montés en parallèle. On néglige la masse du ressort et la masse de l'amortisseur. Dans ce modèle toute la masse de la goutte est concentrée en son sommet, cela sera corrigé dans la partie III.

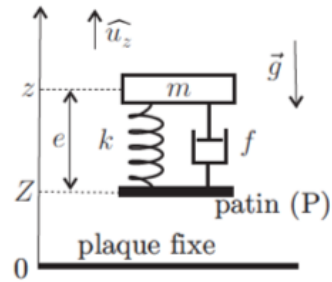


FIGURE 2 – Modèle mécanique de la goutte

À chaque instant  $t$ , on repère les mouvements du système par la cote  $z(t)$  de la masse  $m$  et par la cote  $Z(t) = z(t) - e(t)$  du patin (P), la cote nulle étant prise sur la plaque fixe.

II.A. — Étude de la chute

Le système est abandonné avec les conditions initiales  $z(t = 0) = h + e_0$ ,  $\dot{z}(t = 0) = 0$ ,  $e(t = 0) = e_0$  et  $\dot{e}(t = 0) = 0$ . On néglige les forces exercées par l'air.

- 6 — En isolant le patin, montrer que  $e(t)$  reste constamment égal à  $e_0$ .
- 7 — Justifier par ailleurs que l'évolution de  $z(t)$  correspond à une chute libre. En déduire, en fonction de  $g$  et  $h$ , l'expression du module de la vitesse  $v_0 = |\dot{z}(t_0)|$  de la masse  $m$  à l'instant  $t_0$  où le patin touche la plaque de cote  $z = 0$ . Calculer  $v_0$ .

II.B. — Étude du choc sur la plaque

On fixe désormais l'origine des temps  $t = 0$  à l'instant où le patin touche la plaque. Du fait de sa masse nulle, sa vitesse devient instantanément nulle. On repère alors l'évolution de l'épaisseur  $e(t)$  avec les conditions initiales  $e(t = 0) = e_0$  et  $\dot{e}(t = 0) = -v_0$ . Dans toute la suite de cette partie on suppose que le poids de la goutte est négligeable devant les autres forces en jeu.

□ 8 — On suppose que le patin reste au contact de la plaque fixe en  $z = 0$ . Montrer que l'équation différentielle décrivant l'évolution de  $\varepsilon(t) = e(t) - e_0$  se met sous la forme

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\varepsilon} + \omega_0^2 \varepsilon = 0$$

où l'on explicitera les constantes positives  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $m$ ,  $k$  et  $f$ .

□ 9 — On suppose que  $Q^2 \gg 1$  et l'on néglige tous les termes en  $1/Q^2$ . En déduire que la solution générale est de la forme  $\varepsilon(t) = \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) [B \cos(\omega_0 t) + C \sin(\omega_0 t)]$  et déterminer les constantes d'intégration  $B$  et  $C$  en fonction de  $v_0$  et  $\omega_0$ .



□ 10 — Pour  $n \in \mathbb{N}$ , on note  $T_n$  la suite des instants correspondants aux extrema successifs (positifs ou négatifs) de  $\varepsilon(t)$ . On admet que les oscillations de  $\varepsilon(t)$  sont perceptibles tant que leur amplitude  $\varepsilon(T_n)$  reste supérieure ou égale à 10% de la valeur initiale  $\varepsilon(T_0)$ . Exprimer le nombre d'oscillations perceptibles en fonction de  $Q$ . Combien peut-on en observer si  $Q = 5$ ? On conservera cette valeur de  $Q$  dans toute la suite de cette partie.

### II.C. — Décollement de la goutte

On s'intéresse désormais à la possibilité de décollement du patin. On note  $\vec{R} = R \hat{u}_z$  l'action de contact exercée par la plaque fixe sur le patin.

□ 11 — Établir l'expression de  $R$  en fonction de  $k, f, \varepsilon$  et  $\dot{\varepsilon}$ .

□ 12 — En limitant les calculs à l'ordre 1 en  $1/Q$ , de simples substitutions non demandées donnent alors

$$R = m \omega_0 v_0 \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) \left\{ \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{Q} \cos(\omega_0 t) \right\}$$

Déterminer l'instant  $\tau > 0$  où le patin décolle. Calculer sa valeur, le modèle est-il en accord avec les observations? Quelle erreur relative commet-on si l'on néglige le terme en  $1/Q$  dans l'expression de  $\tau$ ?

□ 13 — Quelle loi de variation de  $\tau$  en fonction du paramètre  $a_0$ , étudié dans la partie I, le modèle prévoit-il? Une étude expérimentale menée sur des gouttes de rayon variant entre 0,5 mm et 2 mm a permis de tracer le graphe de la figure 3 en échelle log-log. Tester la validité du modèle.

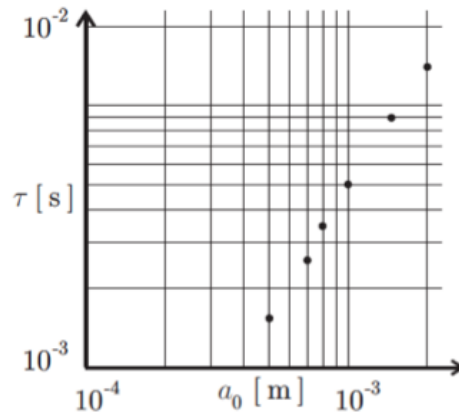


FIGURE 3 –  $\tau$  fonction de  $a_0$

## V. — Étude des pertes dans l'air

Pour estimer le nombre maximal de rebonds, on néglige désormais les pertes d'énergie lors du rebond et on se focalise sur les pertes d'énergie lors du déplacement de la goutte dans l'air. Dans cette partie la goutte est supposée sphérique de rayon  $a_0$ . Elle est lancée d'une hauteur  $h$  sans vitesse initiale à l'instant  $t = 0$ . Les actions de l'air sur la goutte sont modélisées uniquement par une force de traînée, ce qui suppose notamment que l'on néglige la poussée d'Archimède. De plus, on suppose que cette force de traînée est de la forme  $\vec{F} = -\mu_a \pi a_0^2 v \vec{v}$

### V.A. — Ordres de grandeurs

On néglige tout d'abord la traînée pour étudier le mouvement de la goutte.

□ 33 — Exprimer la vitesse  $v$  de la goutte de rayon  $a_0$  lâchée d'une hauteur  $h$  lorsqu'elle passe à la hauteur  $z$  au-dessus de la plaque.

### V.B. — Influence de la traînée sur le nombre de rebonds

La résolution analytique de l'équation du mouvement en présence de la traînée ne présentant pas d'intérêt pour évaluer un simple ordre de grandeur du nombre de rebonds, on simplifie davantage le modèle en remplaçant la traînée par sa valeur au moment de l'impact de la goutte sur la plaque, la vitesse de la goutte à cet instant étant estimée en l'absence de traînée.

- 35 — Montrer que cette simplification revient à remplacer le champ de pesanteur  $g$  par une valeur effective  $g_-$  lorsque la goutte se dirige vers la plaque et  $g_+$  lorsqu'elle s'en éloigne. On écrira  $g_{\pm} = g(1 \pm \gamma)$  et l'on exprimera la constante  $\gamma$  en fonction de  $\mu_a$ ,  $\mu_e$ ,  $h$  et  $a_0$ . Calculer  $\gamma$  et commenter sa valeur.
- 36 — On note  $h_n$  l'altitude de la goutte après  $n$  rebonds en identifiant  $h_0$  à la hauteur  $h$  de laquelle on lâche la goutte. Exprimer  $h_n$  en fonction de  $h$ ,  $n$  et  $\gamma$ .
- 37 — Exprimer un ordre de grandeur du nombre de rebonds maximal  $N$  en fonction de  $\mu_e$ ,  $\mu_a$ ,  $h$  et  $a_0$ . Calculer  $N$  et commenter ce résultat compte-tenu de l'observation O3.

### FIN DE LA PARTIE V

#### Données numériques

- Masse volumique  $\left\{ \begin{array}{l} \text{de l'eau : } \mu_e = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3} \\ \text{de l'air : } \mu_a = 1,3 \text{ kg.m}^{-3} \end{array} \right.$
- Viscosité dynamique  $\left\{ \begin{array}{l} \text{de l'eau : } \eta_e = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s} \\ \text{de l'air : } \eta_a = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s} \end{array} \right.$
- Célérité du son  $\left\{ \begin{array}{l} \text{dans l'eau : } c_e = 1,4 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1} \\ \text{dans l'air : } c_a = 3,4 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1} \end{array} \right.$
- Coefficient de tension superficielle entre l'eau et l'air :  $A = 7,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$
- Rayon de la goutte d'eau considérée :  $a_0 = 1,0 \text{ mm}$
- Hauteur de laquelle les gouttes sont lâchées :  $h = 10 \text{ cm}$ .
- Champ de pesanteur :  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

### III Le modèle de LANGEVIN

En 1828, le botaniste ROBERT BROWN publie un article dans lequel il décrit le mouvement erratique de grains de pollen dans l'eau observés au microscope. Ce type de mouvement était apparemment connu depuis l'invention du microscope (fin XVI<sup>e</sup> – début XVII<sup>e</sup> siècle). Le mérite de BROWN est d'en faire une étude systématique avec des grains de pollen, de suie, de poussière, de roches pulvérisées et même d'un fragment du SPHINX. Ce dernier cas était destiné à éliminer l'hypothèse vitaliste qui prévalait et attribuait ce mouvement à des propriétés organiques propres aux particules. En 1888, le physicien français LOUIS-GEORGES GOUY résume les observations sur ce mouvement, appelé depuis *brownien* :

- le mouvement est extrêmement irrégulier et ne semble pas avoir de tangente ;
- deux particules browniennes, même proches, ont des mouvements indépendants ;
- le mouvement est d'autant plus actif que la particule est petite, que le fluide est moins visqueux ou la température est élevée ;
- la nature et la densité des particules n'ont pas d'influence sur le mouvement qui de plus ne s'arrête jamais !

Pour interpréter les expériences de BROWN, on étudie le mouvement unidimensionnel – le long d'un axe  $(O, \hat{e}_x)$  – des mêmes grains sphériques que ceux étudiés dans la partie II (masse  $m_b$ , rayon  $R_b$ ). Ces grains sont plongés dans le même liquide sucré que celui utilisé dans l'expérience de JEAN PERRIN, en équilibre thermique à la température  $T_0$ , mobiles sous l'effet de l'agitation thermique. Ce modèle unidimensionnel peut éventuellement se généraliser à trois dimensions.

On note  $\vec{x} = x(t)\hat{e}_x$  la position et  $\vec{v} = v(t)\hat{e}_x$  la vitesse d'un grain. A  $t = 0$ , le grain étudié est en  $O$ . Le mouvement ne s'arrêtant jamais, en 1908, PAUL LANGEVIN propose l'idée qu'il existe des chocs à l'échelle microscopique qui entretiennent cette agitation. Il introduit une force qui synthétise la résultante des chocs aléatoires des molécules de fluide sur les grains. Cette force « indifféremment positive ou négative, dont le but est de maintenir l'agitation microscopique » est notée  $\vec{F}_c = F_c \hat{e}_x$ . En des termes moins prosaïques, cela revient à faire l'hypothèse que la moyenne temporelle du produit  $\vec{x} \cdot \vec{F}_c$  est nulle, soit  $\langle xF_c \rangle = 0$ . Dans son modèle, LANGEVIN néglige *tous* les effets de la pesanteur mais tient compte de la résultante des forces de frottement visqueux.

- – 15. Ecrire l'équation, notée  $(E_L)$ , vérifiée par  $\vec{v}$  en tenant compte de la force  $\vec{F}_c$ . Montrer qu'en l'absence de la force  $\vec{F}_c$ , le mouvement s'atténue très vite.
- – 16. Ecrire le produit  $x \frac{dv}{dt}$  en fonction de  $\frac{d(xv)}{dt}$  et  $v^2$ .
- – 17. Donner la définition de la vitesse quadratique moyenne, notée  $u$ . En appliquant le théorème d'équipartition de l'énergie au cas particulier étudié, exprimer  $u$  en fonction de  $m_b$ ,  $T_0$  et  $k_B$ .

Le point délicat de la théorie de Langevin revient à considérer que la fonction  $\varphi = \langle xv \rangle$ , qu'il calcule comme une moyenne temporelle, peut néanmoins être considérée comme une fonction du temps  $\varphi = \varphi(t)$ , nous ferons cette hypothèse, dite ergodique, qui permet d'écrire ici  $\langle \frac{d(xv)}{dt} \rangle = \frac{d\varphi}{dt}$  ou même  $\langle \frac{d(x^2)}{dt} \rangle = \frac{d\langle x^2 \rangle}{dt}$ . L'étude de l'hypothèse ergodique alimente depuis de nombreux travaux théoriques tant physiques que mathématiques.

- – 18. En partant de l'équation  $(E_L)$ , obtenir une équation différentielle du premier ordre linéaire à coefficients constants vérifiée par la fonction  $\varphi(t)$ . En supposant que  $\varphi(0) = 0$ , en déduire l'expression de  $\varphi(t)$  en fonction de  $t$ ,  $k_B$ ,  $T_0$ ,  $m_b$  et  $\alpha$ .
- – 19. En utilisant l'hypothèse ergodique, déterminer la relation entre  $\varphi(t)$  et  $\psi(t) = \langle x^2 \rangle$ . Après avoir obtenu l'expression générale de  $\psi(t)$ , montrer que les ordres de grandeur de ce problème permettent d'écrire  $\psi(t) \simeq D_x t$  où l'on précisera l'expression de la constante  $D_x$  en fonction de  $T_0$ ,  $k_B$  et  $\alpha$ .

La constante  $D_x$  est appelée coefficient de diffusion d'un grain selon  $(Ox)$  dans le milieu. En prenant en compte le modèle de LANGEVIN, JEAN PERRIN réalise toute une série d'expériences de diffusion de grains au cours du temps. Avec une extrême minutie, il repère la position de l'un d'entre eux toutes les 30 secondes pendant deux minutes, puis recommence avec un autre grain. En itérant cette procédure un grand nombre de fois, il se place sans le savoir sous l'hypothèse ergodique et obtient les résultats expérimentaux donnant  $\langle x^2 \rangle$  en fonction du temps que l'on a synthétisés sur la figure 2 ci-contre (source identique à celle des données de la figure 1).

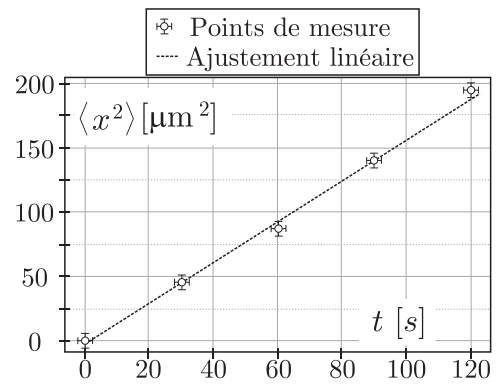


FIGURE 2 – Diffusion de grains

- – 20. En déduire la valeur de  $k_B$  qu'a obtenue JEAN PERRIN avec ses expériences de diffusion toujours effectuées à  $T_0 = 20^\circ \text{C}$ . Comparer cette valeur avec celle obtenue grâce aux résultats des expériences de sédimentation de la partie II. Commenter.

## IV Observations optiques

Lors de ses expériences JEAN PERRIN doit compter ou suivre le mouvement de très petits grains : il doit donc utiliser un microscope.

Un microscope est constitué de deux lentilles minces convergentes utilisées dans les conditions de GAUSS : un objectif,  $L_1$ , de focale  $f'_1$  et un oculaire,  $L_2$ , de focale  $f'_2$ . La distance  $F'_1F_2$ , entre le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire, est l'intervalle optique  $\Delta$ . Les ordres de grandeur usuels sont tels que :  $f'_1 = 1 \text{ mm}$ ,  $f'_2 = 2 \text{ cm}$  et  $\Delta = 15 \text{ cm}$  par exemple. L'oculaire  $L_2$  fournit une image à l'infini. On observe un objet  $AB$  situé à proximité de  $F_1$  et perpendiculaire à l'axe optique. L'image intermédiaire  $A_1B_1$  est telle que  $AB \xrightarrow{\text{objectif } L_1} A_1B_1$ . L'image finale  $A_2B_2$  est telle que  $A_1B_1 \xrightarrow{\text{oculaire } L_2} A_2B_2$ . L'ensemble est représenté sur la figure 3.

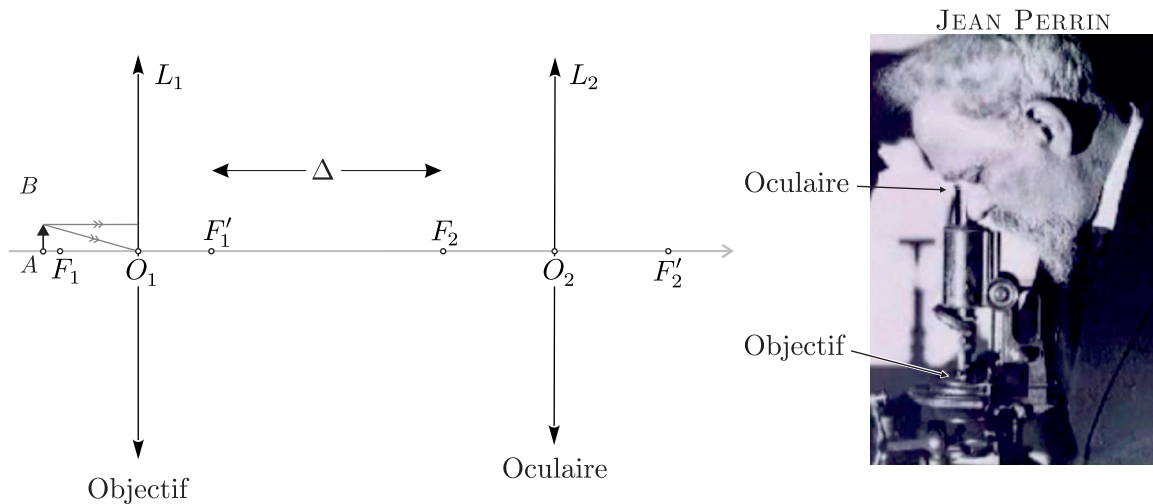


FIGURE 3 – Schéma d'un microscope (à gauche) – JEAN PERRIN observant les grains (à droite)

- – 21. Rappeler ce que sont les conditions de GAUSS et les deux propriétés qu'elles impliquent pour une lentille mince.
- – 22. Sur un schéma clair, sans forcément respecter d'échelle, tracer les rayons issus d'un objet  $AB$  tel que  $|AO_1| \gtrsim f'_1$  et ressortant de  $L_2$  afin de former une image à l'infini. On pourra reproduire et compléter le schéma de la partie gauche de la figure 3.



- – 23. Justifier, grâce à une évaluation d'ordres de grandeur, que l'objet  $AB$  se trouve quasiment sur le foyer  $F_1$  de l'objectif, tout en restant en amont ( $\overline{AF_1} > 0$ ). Quel est l'intérêt pour un observateur dont la vision n'a pas de défaut, d'observer une image à l'infini ? Où se forme alors l'image intermédiaire  $A_1B_1$  ? Où se formerait-elle si  $\overline{AF_1} < 0$  ?

On définit la puissance intrinsèque d'un microscope par :  $P_i = \frac{\alpha'}{AB}$ . Son unité est la dioptrie  $\delta$ , égale à  $1 \text{ m}^{-1}$ . L'angle  $\alpha'$  est l'angle sous lequel l'objet  $AB$  est vu en sortie de l'instrument, comme indiqué sur la figure 4.

- – 24. Compte tenu des données numériques précédentes, exprimer  $P_i$  en fonction de  $\Delta$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ .

Evaluer la puissance d'un microscope permettant d'observer les grains de gomme-gutte étudiés par JEAN PERRIN. Un microscope usuel peut-il permettre d'observer les grains avec un œil supposé emmétrope ?

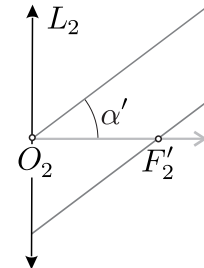


FIGURE 4 – Angle  $\alpha'$



## Formulaire d'optique géométrique pour une lentille mince

Dans les conditions de GAUSS, si  $A$  est un point objet sur l'axe optique et  $A'$  le point image conjugué par une lentille mince située en  $O$ , dont le foyer objet est en  $F$  et le foyer image en  $F'$ , on a :

### Formules d'optique géométrique de NEWTON (origines aux foyers)

Formule de conjugaison :

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = \overline{FO} \times \overline{F'O}$$

Formule du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

où  $A'B'$  est l'image de l'objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique.

### Formules d'optique géométrique de DESCARTES (origines au centre optique)

Formule de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Formule du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}$$

**FIN DE L'ÉPREUVE**