Exercices d'électrocinétique

Exercice 1 Tracé d'un diagramme de Bode

Un système linéaire a une fonction de transfert

$$H(j\omega) = \frac{\tau_2 j\omega}{(1+\tau_1 j\omega)(1+\tau_3 j\omega)}$$

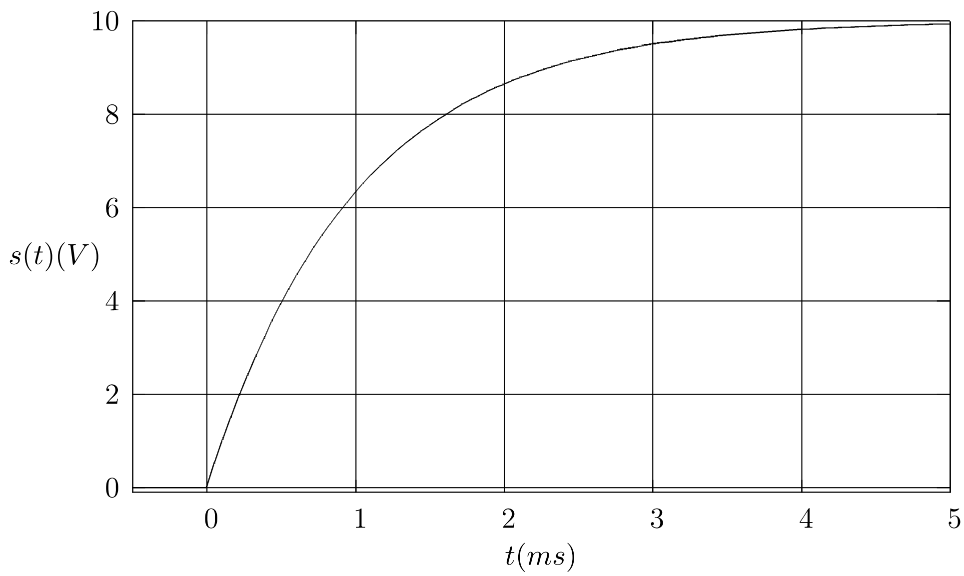
où $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$. Tracer son diagramme de Bode asymptotique en gain et en phase. Quelle est la nature de ce système ?

Exercice 2 Signal carré impair, signal triangulaire

Déterminer le développement en série de Fourier d'un signal carré d'amplitude crête à crête $2E$ lorsque l'origine des temps est prise de telle sorte qu'il soit impair. En remarquant que la dérivée par rapport au temps d'un signal triangulaire est un carré de même période, déterminer les coefficients de la série de Fourier d'un signal triangulaire pair, d'amplitude crête à crête égale à $2A$.

Exercice 3 Identification d'un système à partir de sa réponse indicielle

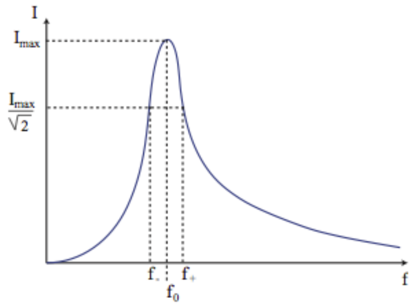
La réponse à un échelon d'amplitude E=5V qui débute à t=0 a donné le résultat présenté sur la figure suivante. Déterminer la fonction réalisée et évaluer ses paramètres caractéristiques.



Exercice 4 Circuit RLC série

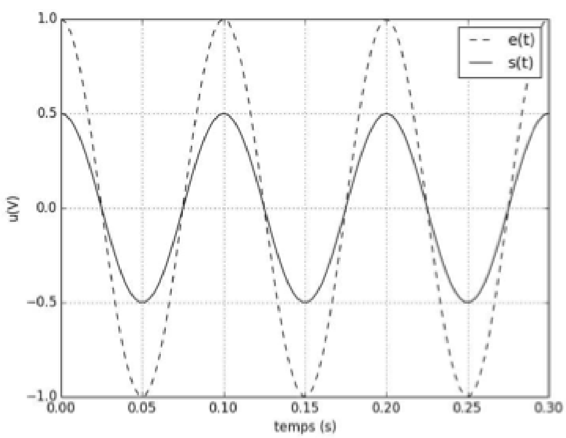
L'étude expérimentale de la résonance en intensité d'un circuit RLC série en régime forcé avec un GBF délivrant une tension sinusoïdale d'amplitude $E = 10$ V et de fréquence variable f a permis d'obtenir la courbe ci-contre. Déterminer les paramètres R, L et C à partir de l'étude de cette courbe.

On donne : $I_{max} = 100\text{mA}$, $f_0 = 500\text{Hz}$, $\Delta f = f_+ - f_- = 200\text{Hz}$.

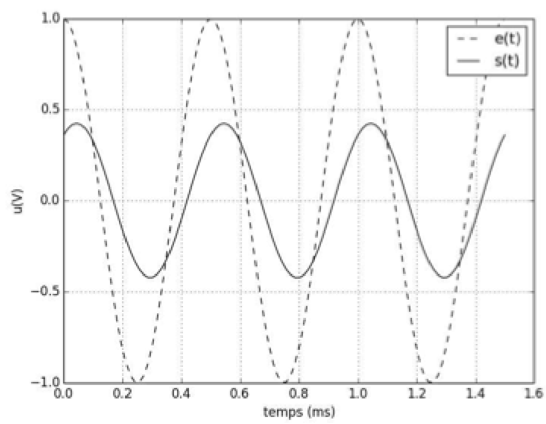


Exercice 5 Détermination d'un filtre

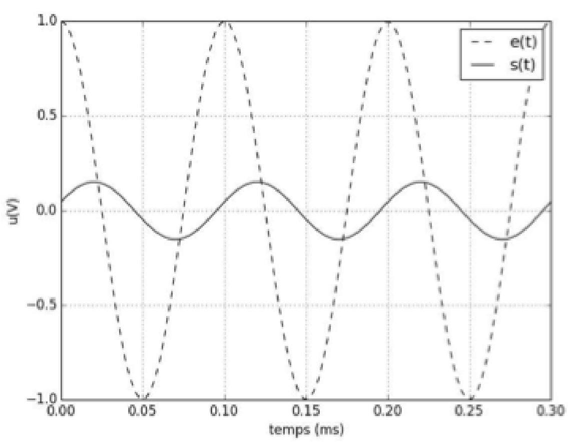
Déterminer le type de filtre qui a permis d'obtenir les 3 oscillogrammes présentés ci-dessous, lorsque le filtre est attaqué par une tension sinusoïdale d'amplitude 1,0 V. $e(t)$ et $s(t)$ correspondent respectivement aux tensions d'entrée et de sortie du filtre. On justifiera précisément les réponses. Proposer un montage électrique utilisant des résistances et des capacités permettant de réaliser ce filtre.



$f = 10$ Hz



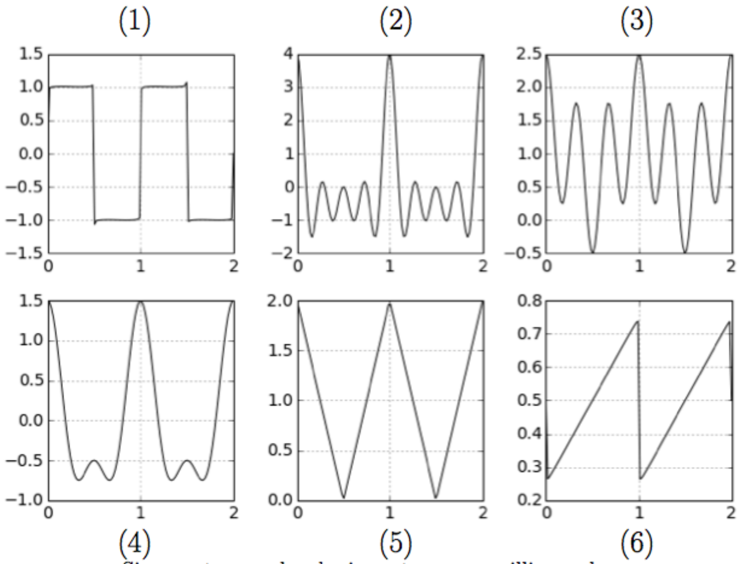
$f = 1,5$ kHz



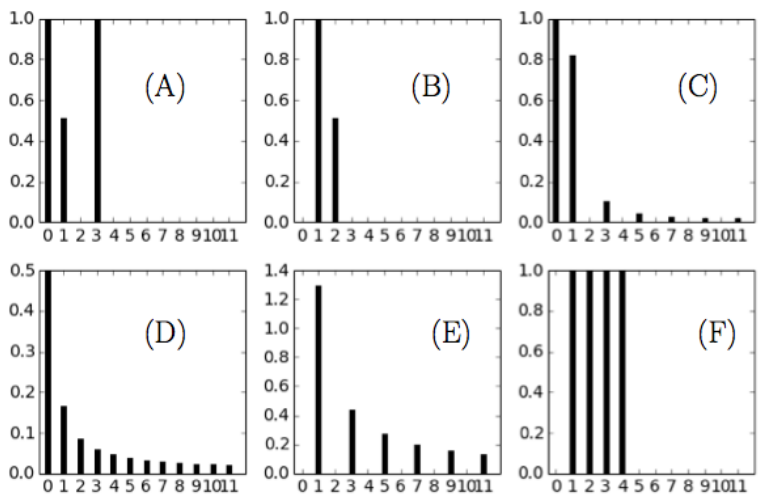
$f = 10$ kHz

Exercice 6 Spectre et forme du signal

On a représenté six signaux de période égale à 1 ms, donc de fondamental $f_0 = 1$ kHz, dans les domaines temporel et fréquentiel. Pouvez-vous retrouver, en argumentant, la correspondance entre les signaux temporels (chiffres 1 à 6) et les spectres (lettres A à F) ?



Signaux temporels, abscisse : temps en millisecondes.



Spectres, abscisse : numéro de l'harmonique n ; ordonnée : amplitude spectrale $|c_n|$

Exercice 7 Décomposition de Fourier et valeur efficace

On dispose d'un générateur B.F. (basse fréquence). On utilise deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ périodiques de fréquence 1kHz représentées au cours du temps par :

$$u_1(t) = 2\sin(2\pi f t)$$

et $u_2(t) = 4\text{V}$ si $nT < t < (n + 1/2)T$ et $u_2(t) = 0$ sinon.

1. Donner la valeur en ms de T. Donner la valeur moyenne $< u_1 >$ de $u_1(t)$ et $< u_2 >$ de $u_2(t)$. Vérifier que
$$u_2(t) = 2 + \frac{8}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{2p+1}\sin(2(2p+1)\pi f t).$$

2. Rappeler la définition de la valeur efficace. Quelles sont les valeurs efficaces U_1 et U_2 des deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$? Faire l'application numérique.

3. Retrouver la valeur efficace de u_2 à partir de sa série de Fourier. On donne

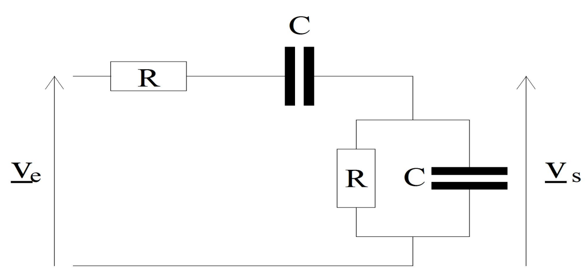
$$\sum_{p=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2p+1}\right)^2 = \frac{\pi^2}{8}$$

Exercice 8 Analyseur de spectre

Un analyseur de spectre est réalisé à l'aide d'un filtre passe-bande de gain unitaire, de fréquence centrale réglable mais de facteur de qualité Q constant et d'un voltmètre efficace vrai. Ce voltmètre mesure la racine carrée de la demi somme des carrés des coefficients de Fourier à la sortie du filtre. Le signal étudié est un signal créneau d'amplitude 1V et de fréquence 1kHz.

1. La fréquence centrale du filtre est de 1kHz. Quel doit être le facteur de qualité de ce filtre pour que la valeur donnée par le voltmètre corresponde à 0,1% près à l'amplitude du fondamental (on ne prendra en compte que les harmoniques 1 et 3).
2. La fréquence centrale de ce même filtre est maintenant de 3kHz. Quelle est la valeur lue sur le voltmètre. Quelle erreur commet-on en l'assimilant à l'amplitude de l'harmonique 3. (on ne prendra en compte que les harmoniques 1, 3 et 5).
3. Déterminer approximativement jusqu'à quelle fréquence on peut faire des mesures donnant l'ordre de grandeur de l'amplitude des harmoniques.

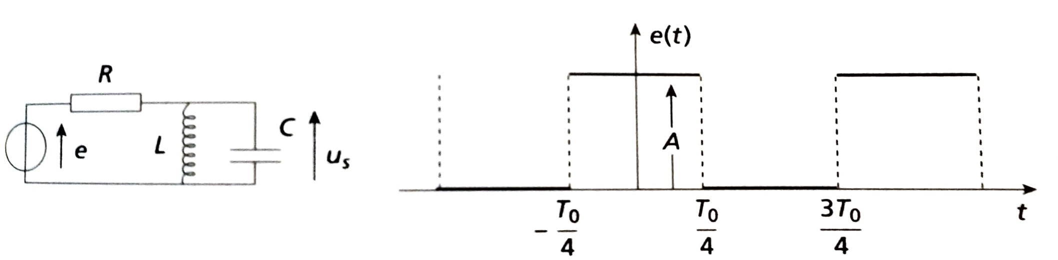
Exercice 9 Réponse indicielle d'un pont de Wien



1. Déterminer la fonction de transfert du pont de Wien. De quel type de filtre s'agit-il ? Donner la valeur du facteur de qualité. Tracer le diagramme de Bode ce filtre.
2. Etudier la réponse à un échelon de tension ($v_e(t)$ $=0$ pour $t < 0$ et $v_e(t) = E$ pour $t > 0$) en fonction de $\tau = RC$. Tracer les courbes correspondantes de $v_s(t)$.
3. Etudier la réponse à une tension créneau de période $T \ll \tau$ et de période $\tau \ll T$.

Exercice 10 Transmission d'un signal créneau par un filtre

Le filtre de la figure suivante est constitué d'éléments supposés parfaits. e est la f.é.m. d'un générateur délivrant un signal périodique de période T_0. Pour les valeurs numériques, on prendra R=1 MΩ, $C = 10^{-8}$ F et $L = 0.10$ H. On pose $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC}$ et $Q = R\sqrt{C/L}$.



a) Filtre

b) Tension en créneau périodique

1. Calculer numériquement f_0 et Q.
2. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{e}}$ en fonction des seules variables Q et ω/ω_0.
3. Représenter le gain G en fonction de la fréquence. Donner l'expression et la valeur numérique de la largeur de la bande passante à 3dB. Quelle est la nature de ce filtre ? Donner l'expression de la phase φ en fonction de ω/ω_0.

On cherche à donner l'expression de la fonction $u_s(t)$ en fonction du temps lorsque le générateur délivre une tension en créneau périodique de fréquence $f_0 = 1/T_0$.
Le développement en série de Fourrier de ce signal, supposé pair et de durée illimitée dans les deux sens du temps est :

$$e(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1} \cos((2p+1)\omega_0 t).$$

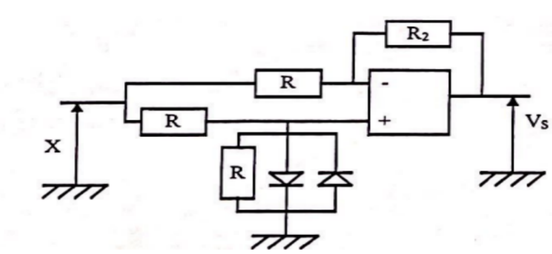
4. Expliquer brièvement pourquoi le signal de sortie s'écrit sous la forme :

$$u_s(t) = \sum_{p=0}^{\infty} u_p(t) \quad \text{avec} \quad u_p(t) = B_b \cos((2p+1)\omega_0 t + \varphi(p)).$$

5. Expliciter B_p et $\varphi(p)$ et compléter le tableau suivant. Que peut-on dire du signal $u_s(t)$?

p	0 1 2 3
$\pi B_b/(2A)$	
$\varphi(p)$ en degrés	

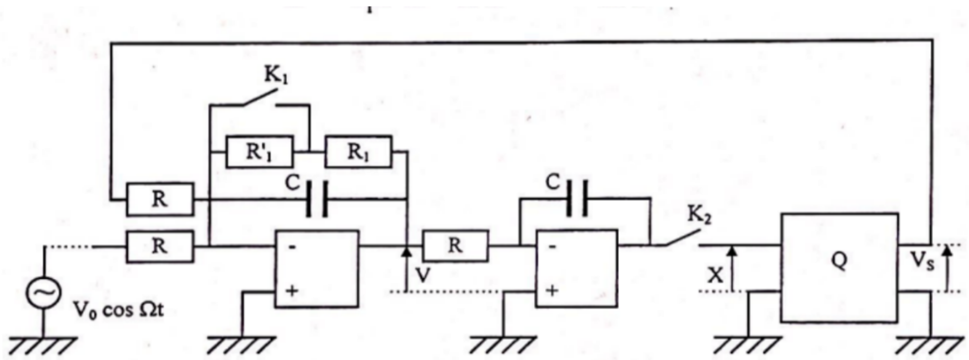
Exercice 11 Oscillateur non linéaire



On considère le circuit précédent. On suppose dans tout l'exercice que l'amplificateur opérationnel est idéal ($i^+ = i^- = 0$) et qu'il fonctionne régime linéaire ($V^+ = V^-$).

1. Rappeler la caractéristique d'une diode avec une tension de seuil V_d. Quel est l'ordre de grandeur de V_d ? À quel dipôle est-elle équivalente lorsque la diode est passante ? Lorsqu'elle est bloquée ?
2. Obtenir l'expression de la fonction $V_s(X)$ en distinguant selon le caractère passant ou bloquant des diodes dans le pont de diode. Tracer alors la fonction $V_s(X)$, est-ce un système linéaire ? Pouvait-on s'y attendre ?

On considère maintenant le montage suivant, où le bloc Q est le bloc précédent.



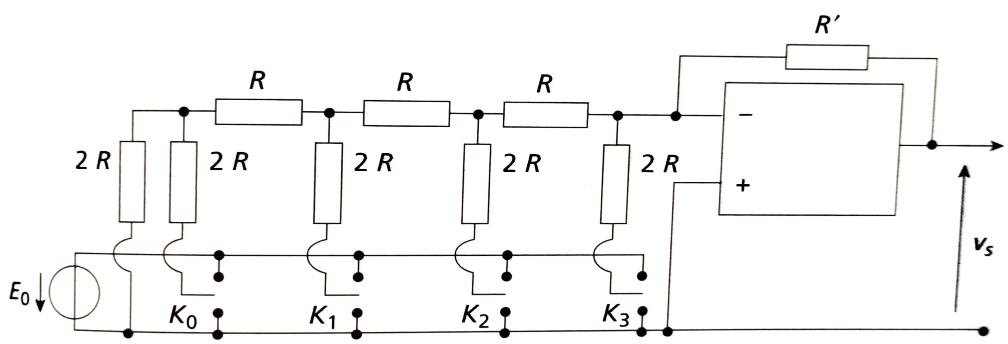
On admet que l'équation différentielle régissant X est :

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{dX}{dt} - \omega_0^2 V_s(X) = V_0\omega_0^2\cos(\omega t)$$

3. En observant que cette équation différentielle est proche des équations de la mécanique pour une particule dont le mouvement est unidirectionnel, déterminer le sens physique de V_s.
4. Quel polynôme approxime la fonction $V_s(X)$? Esquisser le potentiel duquel dérive cette force. Donner les positions d'équilibres. Réfléchir à leur stabilité.

Exercice 12 Convertisseur numérique analogique (C.N.A.) en échelle

Le montage est constitué d'un amplificateur opérationnel, supposé parfait, monté en amplificateur inverseur, d'un réseau de résistance R et $2R$, d'interrupteurs K_0, K_1, K_2, K_3 et d'une source de tension de référence , de f.é.m. E_0.



On définit pour chaque interrupteur K_i une variable logique k_i par $k_i = 0$ si K_i est relié à la masse et $k_i = 1$ si K_i est relié à la source de tension.

1. Montrer que l'on obtient un montage équivalent au montage initial en remplaçant la source de tension de référence et les quatre interrupteurs par quatre sources de tension de f.é.m. k_iE_0.
2. En appliquant de proche en proche le théorème de Thévenin à partir de la gauche, montrer que l'ensemble du réseau est équivalent à une source de tension de résistance interne R et de f.é.m. :

$$e = (\frac{k_0}{16} + \frac{k_1}{8} + \frac{k_2}{4} + \frac{k_3}{2})E_0$$

3. En déduire la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel en fonction de E_0, R R' et des valeurs des k_i. À quel nombre binaire (en base 2) peut-on l'associer ? Quelle est la tension maximale de sortie et la résolution de ce convertisseur ?

Exercice 13 Oscilloscope numérique

La structure d'un oscilloscope numérique comprend un étage d'entrée atténuateur qui possède une impédance d'entrée de 1 MΩ - information inscrite sur l'appareil en général -, un échantillonneur fonctionnant à la fréquence F_e - et qui, par conséquent, prélève F_e échantillons par seconde -, un convertisseur analogique-numérique qui envoie les données dans la mémoire et un système de traitement pour fournir l'image sur l'écran de l'oscilloscope. Un utilisateur souhaite pouvoir analyser des signaux classiques - sinusoïdal, triangle, créneau, impulsion - présentant des fréquences comprises entre 0,1 Hz et 10 MHz.

1. Pourquoi ne peut-on pas se contenter d'un oscilloscope dont la bande passante est égale à la fréquence maximale souhaitée ?
2. Quelle est la valeur minimale du taux d'échantillonnage nécessaire ?
3. La notice de l'appareil précise que, pour une bonne gestion de la capacité de la mémoire d'une capacité de 256 ko, le taux d'échantillonnage F_e est ajusté en fonction du calibre sélectionné sur l'appareil. En supposant qu'un échantillon occupe 2 octets, quel taux d'échantillonnage F_e maximal permettrait d'observer 10 périodes d'un signal de fréquence 10 kHz ? On restreint la cadence à 100 Méch/s, combien un balayage occupe-t-il de capacité mémoire ? Combien cela représente-t-il de points par période ?
4. Le choix du convertisseur conditionne fortement le prix de l'appareil. Commenter les valeurs du tableau suivant.

Nombre de bits	8	12	16
Nombre de niveaux	256	4 096	65 536
Plus petite variation décelable	0,4%	244 ppm	15 ppm

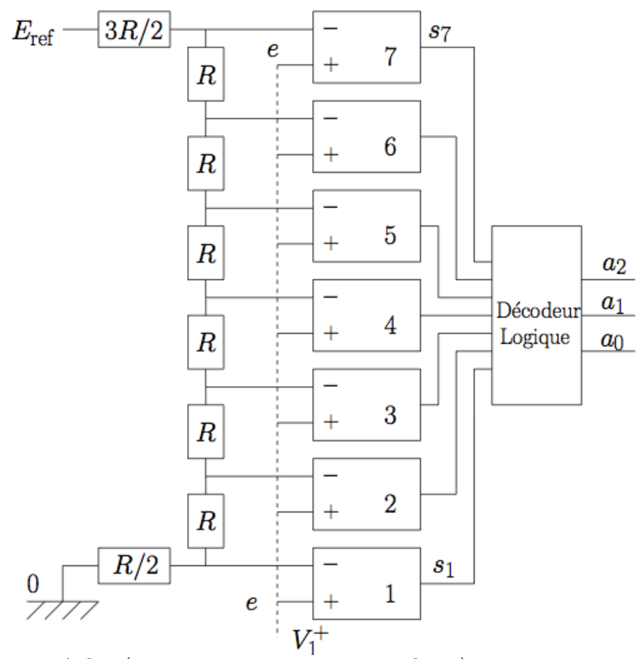
5. Peut-on avec les convertisseurs proposés atteindre une précision de 0,1 mV pour une tension de 240 V ?
6. En fait, pour mesurer des tensions de quelques dizaines ou de centaines de volts, on utilise une sonde qui atténue le signal d'un facteur 10. Quelle est la précision que l'on peut obtenir en utilisant un convertisseur 12 bits ?

Exercice 14 CAN flash à 3 bits

Une tension analogique e pouvant varier de 0 à 7 V est convertie en signal numérique sur 3 bits $a_2a_1a_0$.
Pour cela, on réalise le CAN parallèle 3 bits représenté ci-contre.
7 amplificateurs opérationnels (AO) sont placés en parallèle. On note V_i^+ la tension à chaque entrée (+), V_i^- la tension à chaque entrée (-) et s_i la tension de sortie de chaque AO. Les AO utilisés ici fonctionnent en comparateur simple :

— si $V^+ > V^-$, $s_i = +V_S$ = +15V

— si $V^+ < V^-$, $s_i = -V_S$ = -15V



Aucun courant ne peut entrer dans les bornes (+) et (-) des AOs (impédance d'entrée infinie). La tension analogique e à convertir est envoyée sur les bornes V^+ des 7 AOs. Un réseau de résistances monté en série est alimenté par une tension de référence E_{ref} = 8 V.

1. On considère l'AO 1. Que valent V_1^+ et V_1^- ? En déduire la tension de sortie s_1 en fonction de la valeur de e.
2. Mêmes questions pour les AOs 2 à 7 : exprimer les seuils de basculement pour chaque AO. Décrire le comportement des AOs lorsque l'on augmente progressivement la tension e de 0 V à 7 V .
3. En déduire l'état de sortie des différents AOs pour les valeurs de e 0V, 1V, 2V, . . . , 7V. On notera 1 si $s_i = +V_S$ et 0 si $s_i = -V_S$, dans l'ordre AO7-AO6-AO5-. . . -AO1.
4. Le code obtenu est-il le code binaire correspondant à la conversion en base 2 de la tension analogique d'entrée ? Justifier l'utilisation d'un décodeur logique. Donner alors les codes binaires souhaités pour les tensions de la question précédente.
5. La quantification du signal sonore en vue d'un enregistrement sur CD s'effectue sur 16 bits. À combien de niveaux analogiques différents cela correspond-il ? Combien d'AOs nécessiterait un CAN parallèle à 16 bits ? Commenter.