

# DM 10

*pour le lundi 15 janvier 2024*

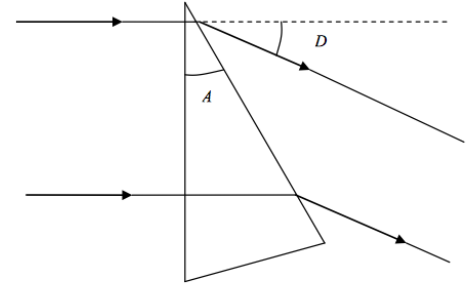
\*\*\*

**Faisceaux de Bessel**

\*\*\*

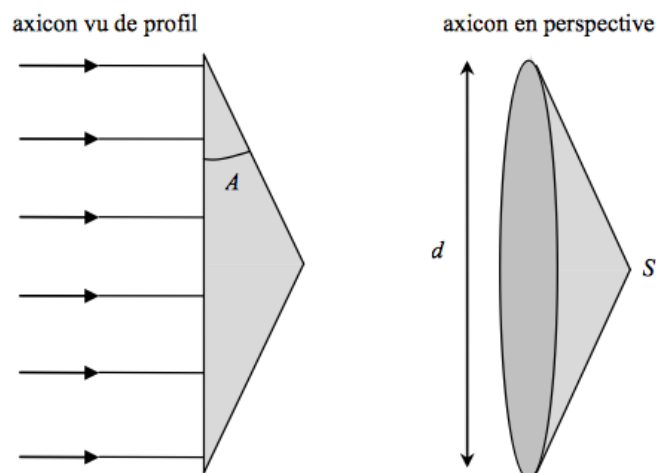
L'ablation laser est devenue une technique très répandue de structuration des matériaux. Son principe réside dans l'envoi d'impulsions lumineuses, pouvant être très brèves (de durée inférieure à la picoseconde), à la surface de la pièce à traiter provoquant la sublimation et donc l'éjection de la matière illuminée. Une durée extrêmement courte des impulsions permet une ablation précise et localisée, la diffusion thermique dans le matériau n'ayant pas le temps de se faire. Cependant si on désire effectuer une ablation sur une zone sub-micrométrique, l'utilisation de faisceaux gaussiens entraîne de sérieuses limitations. Une solution technologique qui a été développée à la fin des années 2000 est l'utilisation des faisceaux de Bessel. On se propose d'étudier deux moyens de fabriquer de tels faisceaux.

On considère dans un premier temps un prisme d'indice  $n$  et d'angle au sommet  $A$ . Il est éclairé par une onde plane monochromatique en incidence normale. Au passage du prisme, cette onde lumineuse est déviée d'un angle  $D$ .



1. A l'aide des lois de Descartes de la réfraction, établir l'équation reliant  $A$  et  $D$ .
2. En calculant le chemin optique entre deux surfaces d'onde de deux manières différentes, aboutir au même résultat.
3. Dans le cas où l'angle  $A$  est très petit, donner une expression approchée de  $D$  en fonction de  $n$  et  $A$ .

Les faisceaux de Bessel peuvent être obtenus en pratique de deux manières différentes. Une des méthodes est d'utiliser un axicon. Il s'agit d'une pièce optique ayant la forme d'un tronc de cône de révolution, constitué d'un matériau transparent d'indice  $n$ . On note  $d$  le diamètre de l'axicon à sa base et  $A$  l'angle que font les segments partant du sommet  $S$  de l'axicon et avec sa base. L'axicon est éclairé par une onde plane arrivant sur sa base en incidence normale.



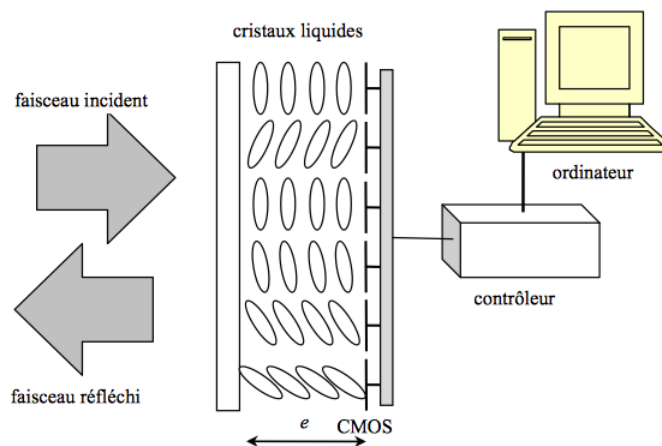
4. Tracer l'allure des trajectoires des différents rayons lumineux dans un plan contenant l'axe de révolution de l'axicon (ce dernier constituant l'axe optique).
5. Exprimer la distance  $L$  entre le sommet  $S$  de l'axicon et le point  $T$  de l'axe optique au-delà duquel il n'y a plus aucun croisement de rayons lumineux.

Dans la zone où se croisent les rayons lumineux, le faisceau résultant de cette superposition forme ce que l'on appelle un faisceau de Bessel.

6. Proposer une autre méthode de création d'un faisceau de Bessel utilisant une lentille de diamètre  $\phi$  et de focale  $f$  et un diaphragme en forme d'anneau de rayon  $R$  et d'épaisseur négligeable. Quelles relations doivent vérifier  $\phi$ ,  $f$ , et  $R$  pour que le faisceau en sortie de ce système possède les mêmes caractéristiques que le faisceau créé à l'aide de l'axicon à proximité de l'axe optique ?

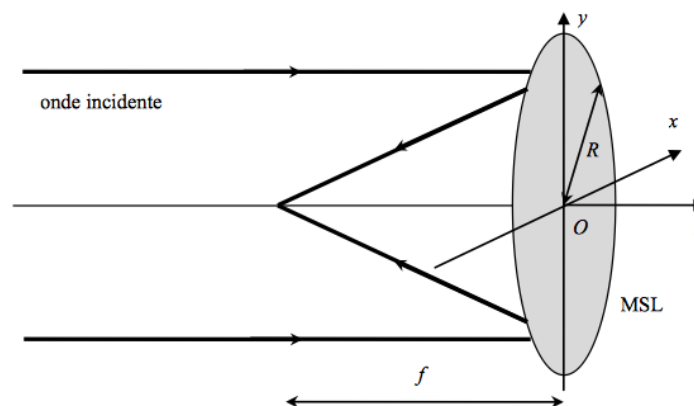
### Modulateur spatial de lumière

Un modulateur spatial de lumière (MSL) est un dispositif optique permettant de faire varier point par point la phase ou l'intensité d'un faisceau lumineux. Nous étudions ici un MSL de phase à cristaux liquides dont le schéma de principe est représenté sur la figure suivante.



Les cristaux liquides (CL), représentés par les ellipses sur la figure, peuvent s'orienter en fonction de la tension appliquée à chaque électrode (de technologie CMOS : *Complementary Metal Oxide Semiconductor*). Le retard de phase subi par l'onde effectuant un aller et retour dans le MSL dépend de l'alignement plus ou moins prononcé des CL. Il est ainsi possible de moduler spatialement, sur chaque pixel, la phase de l'onde réfléchi par le MSL.

On modélise le MSL par une lame mince circulaire de rayon  $R$ , d'épaisseur  $e$  et d'indice effectif  $n(x, y)$  non uniforme. On considère une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$  arrivant en incidence normale sur le MSL. On néglige la réflexion sur la face avant de la lame et l'on suppose que la face arrière réfléchit entièrement l'onde. On cherche à déterminer le profil d'indice  $n(x, y)$  permettant de focaliser le faisceau réfléchi à une distance  $f$  du MSL.



7. Tracer les surfaces d'onde des ondes incidentes et réfléchies dans le plan  $Oyz$ .

8. A l'aide de calculs de chemin optique et en considérant que  $f \gg R \gg e$ , montrer que l'indice doit avoir une expression de la forme :

$$n(x, y) = n_0 - \frac{x^2 + y^2}{4ef}$$

En pratique,  $n(x, y)$  n'est pas une fonction continue de  $x$  et de  $y$ , du fait des pixels : l'indice a en effet une valeur constante en face de chaque pixel. Cette pixellisation inhérente au dispositif limite la variation de  $n(x, y)$  entre deux pixels consécutifs, la limitation étant fixée par le critère de Shannon. On peut montrer que ce critère impose que le retard de phase de l'onde réfléchie doit varier de moins de  $\pi$  radians entre deux pixels consécutifs. Si ce critère n'est pas respecté, l'utilisation d'un diaphragme pour bloquer la lumière diffractée par la structure des pixels ne suffira pas à produire au final le faisceau désiré.

9. En notant  $d$  la largeur des pixels (de forme carrée), montrer que, pour respecter le critère de Shannon, le MSL ne pourra pas focaliser le faisceau à une distance inférieure à  $f_{min} = \frac{2Rd}{\lambda}$ .  
Les questions suivantes seront traitées sur la base du MSL présenté dans le document suivant.

#### DOCUMENT : Les MSL de la série X10468

d'après <http://www.hamamatsu.com>

Le fabricant HAMAMATSU propose une gamme de modulateurs spatiaux de lumière LCOS-SLM (*Liquid Crystal on Silicon-Spatial Light Modulator*). La série X10468 possède les caractéristiques communes suivantes : - Résolution : 792\*600 pixels

- Taille des pixels : 20  $\mu\text{m}$

- Surface effective du MSL : 16\*12 mm<sup>2</sup>

- Format DVI (*digital video interface*) du signal piloté par ordinateur :

SVGA (800\*600) codé sur 8 bits à 60 Hz

- Modulation de phase : limitée entre 0 et  $2\pi$  (ou légèrement plus), proportionnelle au signal de commande

La gamme possède huit modèles, chaque modèle étant dédié à un intervalle de longueur d'onde spécifique. Par exemple, le modèle X10468-06 possède une plage de fonctionnement entre 600 et 700 nm.

10. Pour un pixel donné, est-il possible de choisir n'importe quel retard de phase entre 0 et  $2\pi$  ? Quelles sont les différentes valeurs possibles ? Est-il gênant que le retard de phase ne puisse varier que de 0 à  $2\pi$  ?
11. Calculer la valeur de  $f_{min}$  pour le modèle X10468-06 avec une longueur d'onde centrée sur sa plage d'utilisation.

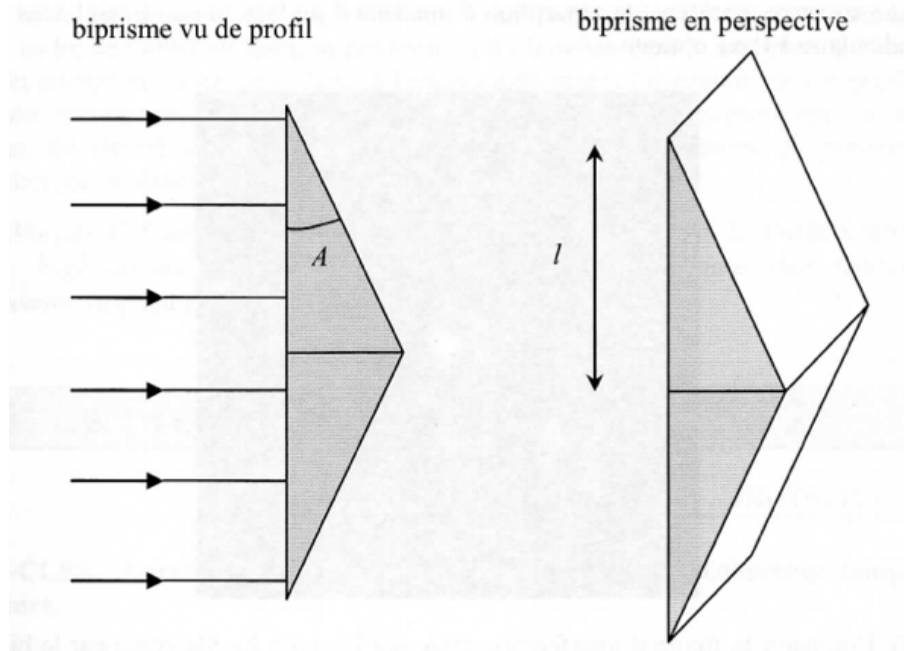
On veut paramétrer le MSL pour qu'il focalise le faisceau à une distance  $f = 20 f_{min}$ .

12. Tracer l'allure du retard de phase  $\varphi$  en fonction de l'abscisse  $x$  (selon la plus petite largeur du MSL) sans prendre en compte la pixellisation, puis en la prenant en compte.

Les MSL sont actuellement très utilisés pour la mise en forme de faisceaux. Par exemple, un MSL peut parfaitement remplacer un axicon pour créer un faisceau de Bessel. L'avantage d'un MSL est de pouvoir très facilement changer les paramètres de mise en forme (comme par exemple l'angle  $D$  dans le cas d'un faisceau de Bessel) en reprogrammant le contrôleur.

### Faisceaux de Bessel

On considère dans un premier temps un bi-prisme de Fresnel. Celui-ci est constitué de deux prismes identiques accolés ayant une largeur  $l$  et possédant un angle droit. Le bi-prisme est éclairé par une onde plane progressive monochromatique (longueur d'onde dans le vide  $\lambda$ ). Chaque prisme va dévier les rayons lumineux qui le traversent d'un angle  $D$ .



13. Le bi-prisme de Fresnel est-il un dispositif à division d'amplitude ou à division du front d'onde ?
14. Quelle est la forme des franges ? Quelle est la nature de la frange dans le plan de symétrie du système ?
15. Calculer l'interfrange  $i$  en fonction de  $\lambda$  et  $D$ .

En remplaçant le bi-prisme par un axicon déviant les rayons lumineux d'un angle  $D$  on montre que dans le champ d'interférence, il apparaît un faisceau de Bessel caractérisé par une intensité  $I$  en un point  $M$  situé à une distance  $r$  de l'axe de révolution valant (en négligeant les effets de bord) :

$$I(M) = \left( J_0 \left( \frac{2\pi}{\lambda} r \sin D \right) \right)^2 I_0$$

où  $J_0$  désigne la première fonction de Bessel de première espèce et  $I_0$  l'intensité le long de l'axe optique.

16. Comparer la figure d'interférences créée par l'axicon à celle créée par le bi-prisme de Fresnel. On détaillera les ressemblances et les différences.
17. Calculer la largeur  $\Delta l$  à mi-hauteur du disque lumineux au centre du faisceau de Bessel pour  $\lambda = 800 \text{ nm}$  et un axicon de diamètre  $d=3 \text{ mm}$  provoquant un angle de déviation  $D = 17^\circ$ . Estimer la longueur sur laquelle est présent ce disque lumineux le long de l'axe optique.

Les faisceaux de Bessel sont considérés comme des faisceaux « non diffractants ». Les ondes progressives planes possèdent également cette propriété de ne pas diffracter.

18. En faisant tendre  $d$  vers l'infini justifier cette dénomination pour les faisceaux de Bessel. Utilisés dans le cadre de l'ablation laser, quel est l'avantage de tels faisceaux en comparaison des ondes planes ?

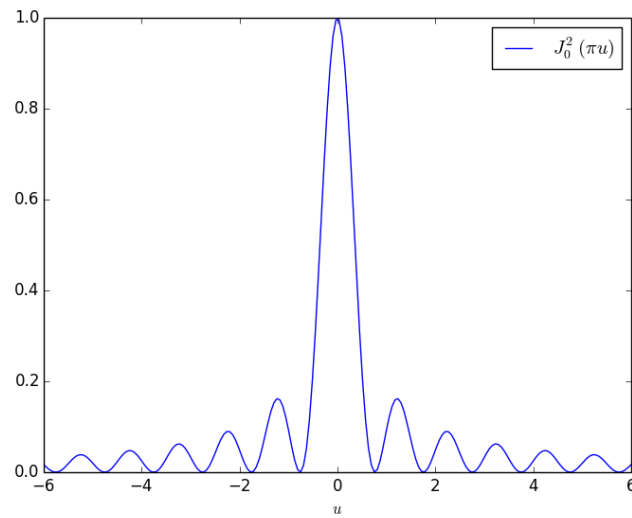


FIGURE 1 – Le graphe représente  $(J_0(\pi u))^2$  en fonction de  $u$ .

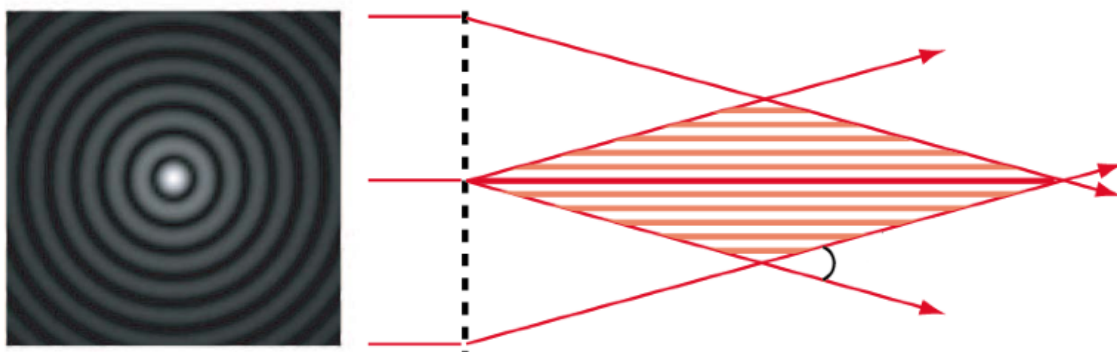


FIGURE 2 – La figure représente la répartition d'intensité d'un faisceau de Bessel dans un plan perpendiculaire à l'axe optique.

L'utilisation de faisceaux de Bessel pour l'ablation laser permet d'obtenir une lumière focalisée sur une très petite zone et cela sur une grande distance. L'intérêt des faisceaux de Bessel est donc de pouvoir créer des trous micrométriques très profonds, avec un rapport diamètre sur profondeur pouvant atteindre 1/100. A titre d'illustration, le cliché ci-dessous représente une coupe d'un microcanal élaboré dans du verre à partir d'une impulsion laser à 800 nm d'une durée de 230 femtosecondes ( $1\text{fs}=10^{-15}\text{s}$ ) et d'énergie  $3\ \mu\text{J}$ . L'impulsion laser utilisée pour cette ablation a été mise sous la forme d'un faisceau de Bessel à l'aide d'un modulateur spatial de lumière réglé pour reproduire l'effet d'un axicon.

