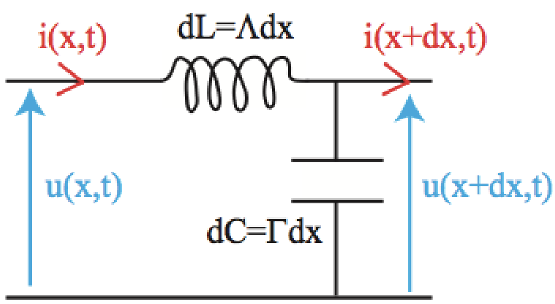
Exercices sur les ondes

Exercice 1 Câble coaxial

Une tranche infinitésimale d'épaisseur dx d'une ligne électrique bifilaire (ou d'un cable coaxial) peut être modélisée par le schéma de la figure ci-dessous, comportant une inductance par unité de longueur Λ et une capacité par unité de longueur Γ. On traite ce circuit de faible dimension dx dans le cadre de l'ARQS. Cette approximation est valable à l'échelle d'une tranche de ligne d'épaisseur dx car on peut négliger les phénomènes de propagation à cette échelle. En effet, lorsqu'on fait tendre dx vers 0, $dx \ll \lambda = cT$. En revanche, à l'échelle de la ligne complète, les phénomènes de propagation sont essentiels.



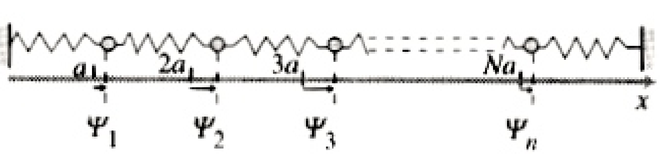
1. Etablir deux équations aux dérivées partielles couplées reliant l'intensité $i(x,t)$ et la tension $u(x,t)$. En déduire l'équation de D'Alembert vérifiée par u et celle vérifiée par i. Quelle est la célérité des ondes correspondantes ?
2. Dans le cas d'une onde progressive se propageant dans le sens des x croissants, montrer que le rapport $\frac{u(x,t)}{i(x,t)}$ est une constante caractéristique de la ligne. Que vaut le même rapport lorsque l'onde se propage dans le sens des x décroissants ?
   On ferme en $x = 0$ une ligne semi-infinie, s'étendant de $x = -\infty$ à $x = 0$ sur une résistance R ; on néglige les phénomènes de propagation dans R. A quelle condition n'y a-t-il pas d'onde réfléchie ?
3. Dans le cas où la ligne semi-infinie est fermée en $x = 0$ par un court-circuit et où une onde progressive harmonique incidente $u_i(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$ arrive de $-\infty$; déterminer la tension $u(x,t)$ et le courant $i(x,t)$ en tout point de la ligne.

Exercice 2 Chaîne de mobiles couplés : modes propres d'une chaîne finie

Une chaîne finie de N oscillateurs identiques est constitué de mobiles de masse m liés par des ressorts de raideur k, astreints à se déplacer sans frottement le long de l'axe (Ox).

A l'équilibre, la distance a sépare deux oscillateurs voisins.

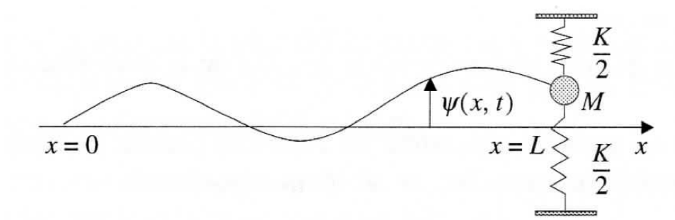
Cette chaîne est bloquée à ses extrémités d'abscisses $x = 0$ et $x = (N+1)a$.



1. Montrer que la compatibilité des solutions $\underline{\psi}_n(t) = \underline{A}_+ e^{j(\omega t - nka)} + \underline{A}_- e^{j(\omega t + nka)}$ avec ces conditions aux limites impose une quantification de leur longueur d'onde. Définir les pulsations propres correspondantes.
2. Combien de valeurs quantifiées acceptables obtient-on ? Commenter. Les placer sur le graphe de dispersion pour $N = 3$.
3. Représenter l'allure des mouvements correspondant aux modes propres identifiés (on pourra représenter les déplacements ψ_n des mobiles perpendiculairement à l'axe x pour des raisons de lisibilité, bien que le mouvement soit ici longitudinal.

Exercice 3 Corde vibrante : modes propres, cas d'une extrémité « molle »

1. En recherchant des ondes sinusoïdales se propageant le long d'une corde sans raideur de masse linéique μ et de tension T, de longueur L fixée à ses deux extrémités, déterminer ses fréquences propres de vibration.
2. L'extrémité d'abscisse $x = L$ de cette corde n'est plus bloquée, mais peut se déplacer perpendiculairement à l'axe (Ox).



A cette extrémité est fixée une masse M, rappelée vers l'axe (Ox) par deux ressorts de constante de raideur $K/2$ et de longueur à vide négligeable. Déterminer graphiquement les pulsations propres de ce nouveau système en illustrant l'équation aux pulsations propres mise sous la forme :

$$\tan\left(\frac{\omega L}{c}\right) = f(\omega)$$

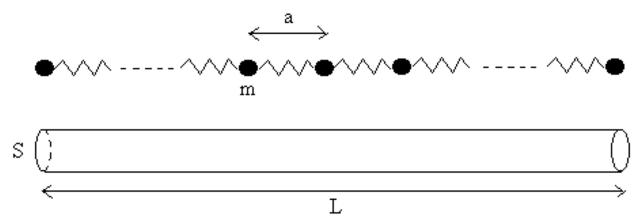
où c est la vitesse de propagation des vibrations transverses de la corde.

3. Dans quelles conditions peut-on retrouver des résultats comparables à ceux obtenus dans la première question ?
4. Commenter les résultats associés au cas où l'extrémité d'abscisses $x = L$ de la corde est libre de se déplacer sur un axe perpendiculaire à (Ox).

Exercice 4 Ondes sonores dans un cristal monoatomique

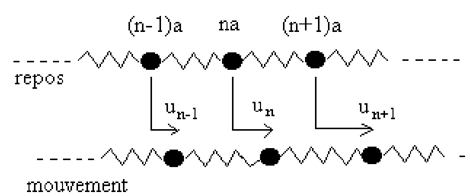
On se propose d'étudier quelques propriétés physiques des cristaux monoatomiques.

Au niveau microscopique, on utilise le modèle simplifié de la chaîne d'atomes monodimensionnelle. On appelle m la masse de l'atome, a la distance entre deux atomes successifs lorsque ceux-ci sont en équilibre ; l'interaction entre deux atomes successifs schématisée par des "ressorts" est traduite par une énergie d'interaction de type potentielle. Au niveau macroscopique, le cristal est un milieu continu de section S, de longueur L et de masse volumique μ.



1. **Etude statique**
   (a) Ecrire pour chacun des modèles la masse par unité de longueur et en déduire que $m/a = \mu S$.
   (b) L'extrémité de gauche étant fixée dans chacun des modèles, on exerce sur l'extrémité de droite une force d'étirement d'intensité F.
   On admet que chacun des ressorts est allongé d'une même quantité notée u si le poids de chaque atome est négligeable devant les forces d'interaction qui s'exercent entre deux atomes successifs.
   A partir d'un développement limité de l'énergie d'interaction $E_p(a+u)$, montrer qu'en première approximation $F = Ku$. Comment appelle t'on ce type de force ?
   (c) Au niveau macroscopique, la loi de Hooke $F = ES\delta L/L$ exprime l'allongement du barreau initialement de longueur L (E est appelé le module de Young). Dans le système SI, quelle est l'unité du module de Young ? Montrer que :
   $$\frac{u}{a} = \frac{\delta L}{L}$$
   En déduire la relation :
   $$\frac{K}{m} = \frac{E}{\mu a^2}$$
   A.N. : calculer K et $\sqrt{\frac{K}{m}}$ pour E= 2.10^{10} Pa, μ= 8000 kg.m^{-3}, m = 9. 10^{-26} kg et a =3.10^{-10} m.
2. **Etude dynamique**

   Lorsque la chaîne est en mouvement longitudinal, chaque atome est repéré par son déplacement $u_n(t)$, par rapport à sa position au repos $x_n = na$ où n entier repère le n^{ieme} atome de la chaîne. Chaque ressort exerce une force de rappel proportionnelle à son allongement par rapport à sa longueur a au repos (K : coefficient de proportionnalité)

   (a) Montrer que l'équation du mouvement pour les atomes de la chaîne s'écrit :
   $$m\frac{d^2u_n}{dt^2} = -K(2u_n - u_{n+1} - u_{n-1})$$
   (b) On cherche une solution sous forme d'onde progressive $u_n = u_0\cos(\omega t - kna)$ où u_n représente l'élongation, au temps t que prendrait une onde d'amplitude u_0, de pulsation ω et de vecteur d'onde k, aux points x_n où se trouvent les masses dans la chaîne au repos. Montrer que cette solution est possible si :
   $$\omega = 2\sqrt{\frac{K}{m}}\mid \sin\frac{ka}{2}\mid$$

(c) Représenter la courbe $\omega = f(k)$. Montrer que le mouvement des atomes est inchangé si $k \to k + 2p\pi/a$ (p entier positif) ; Conclusion. Montrer que pour les grandes longueurs d'onde :

$$\frac{\omega}{k} \approx a\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Que se passe-t-il pour des pulsations $\omega > 2\sqrt{K/m}$?

(d) Pour les grandes longueurs d'onde ($a \ll \lambda$ on donnera un ordre de grandeur à λ), on peut considérer que le cristal est un milieu continu (modèle macroscopique) et on définit une fonction $u(x,t)$ telle que $u_n(t) = u(x = na, t)$. A partir d'un développement de Taylor, montrer que :

$$u_{n+1}(t) - u_n(t) = u(x+a,t) - u(x,t) \approx a\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{a^2}{2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)$$

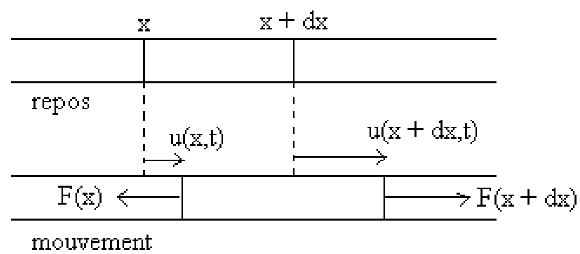
En déduire l'équation aux dérivés partielles :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{m}{Ka^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

3. **Modèle continu**

La vibration longitudinale est traitée dans le cadre du modèle macroscopique (milieu continu). Montrer que l'accroissement relatif de volume de la tranche comprise entre x et $x + dx$ est égal à :

$$\frac{dV}{V} = \frac{\partial u}{\partial x}$$



En appliquant la loi de Hooke, montrer que l'intensité de la force en x est :

$$F(x) = ES\frac{\partial u}{\partial x}$$

En déduire l'équation du mouvement de la tranche dx, soit :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\mu}{E}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Retrouver l'expression établie précédemment dans le modèle discret.
A.N. : Calculer $c = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$; donner pour les fréquences sonores audibles par l'être humain, les valeurs extrêmes de la longueur d'onde ; que pensez-vous, pour ces fréquences, de la condition $a \ll \lambda$.

4. **Etude thermodynamique**

Même non excité par une vibration, l'atome d'un solide n'est pas stable à sa position d'équilibre : il oscille de part et d'autre de cette position.

(a) **Oscillations élastiques**

Pour la chaîne monodimensionnelle, on admet que chaque atome a dans son mouvement oscillant :
— une énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$
— une énergie d'interaction $E_p = \frac{1}{2}Kx^2$ si x représente, dans cette question, le déplacement algébrique de l'atome par rapport à sa position d'équilibre

— soit une énergie $E(x,\dot{x}) = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}Kx^2$.

La thermodynamique statistique de Boltzmann prévoit la répartition des états des oscillateurs du système, c'est à dire la probabilité pour un oscillateur d'être défini par le couple de variables $(x, \dot{x})$ à $(dx, d\dot{x})$ près. Cette probabilité est égale à :

$$d^2P(x,\dot{x}) = A \exp\left(\frac{-E}{k_BT}\right) dx d\dot{x}$$

Donner le nom de la constante k_B. Pourquoi calcule-t-on la constante A à partir de la relation :

$$A \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-E}{k_BT}\right) dx d\dot{x} = 1$$

Montrer que :

$$A = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_BT}} \sqrt{\frac{K}{2\pi k_BT}}$$

On utilisera :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-bu^2) du = \sqrt{\pi/b}$$

L'énergie moyenne se calcule à partir de

$$\langle E \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} E(x,\dot{x}) d^2P$$

Montrer que :

$$\langle E_c \rangle = \langle E_p \rangle = \frac{1}{2}k_BT$$

On utilisera

$$\int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp(-bu^2) du = \frac{1}{2b}\sqrt{\pi/b}$$

Ce résultat était-il prévisible ? Pourquoi ? En déduire l'énergie interne U d'un cristal monoatomique constitué de n moles, chaque atome du cristal vibrant dans trois directions d'espace indépendantes. Exprimer la capacité calorifique molaire à volume constant C_{Vm} de ce cristal ; quel nom donne-t-on à ce résultat ? Expérimentalement, C_{Vm} évolue d'une valeur nulle à la valeur trouvée lorsque la température est suffisante.Tracer la courbe d'évolution de C_{Vm}. Quelles insuffisances voyez-vous dans le modèle proposé ?

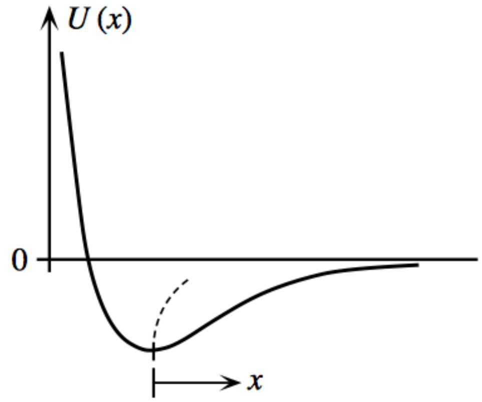
(b) **Oscillations inélastiques**

Pour une énergie d'interaction élastique $E_p = \frac{1}{2}Kx^2$, calculer, en vous servant des résultats précédents, les élongations maximales de l'oscillation de l'atome x_{1M} et x_{2M} à droite et à gauche de la position d'équilibre.

Application numérique : T= 300K

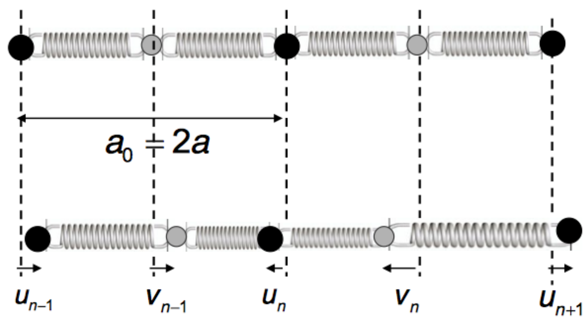
La température étant suffisante, on doit tenir compte d'une énergie d'interaction inélastique (figure ci-dessous).

Représenter sur le graphique les points d'élongations maximales ; en déduire que l'oscillation se produit autour d'une valeur $x_0 > 0$ que l'on représentera sur le graphique ; montrer que x_0 augmente avec la température ; le phénomène étudié est il important pour les solides ?



Exercice 5 Oral **LCR**

On considère la propagation d'une onde sonore dans un solide composé de deux types d'atomes de masses m_1 et m_2. On modélise la propagation des ondes sonores par une chaine de ressorts de raideur K. Le déplacement de l'atome de masse m_1 par rapport à sa position d'équilibre est noté u_n et le déplacement de l'atome de masse m_2 par rapport à sa position d'équilibre est noté v_n. On note a_0 le paramètre de maille, ie la distance entre deux atomes de masse m_1 (reps. m_2) est a_0.



Représenter le graphe donnant ω en fonction de ka pour les ondes progressives harmoniques susceptibles de se propager dans ce milieu.

Exercice 6 Fil de jardinier

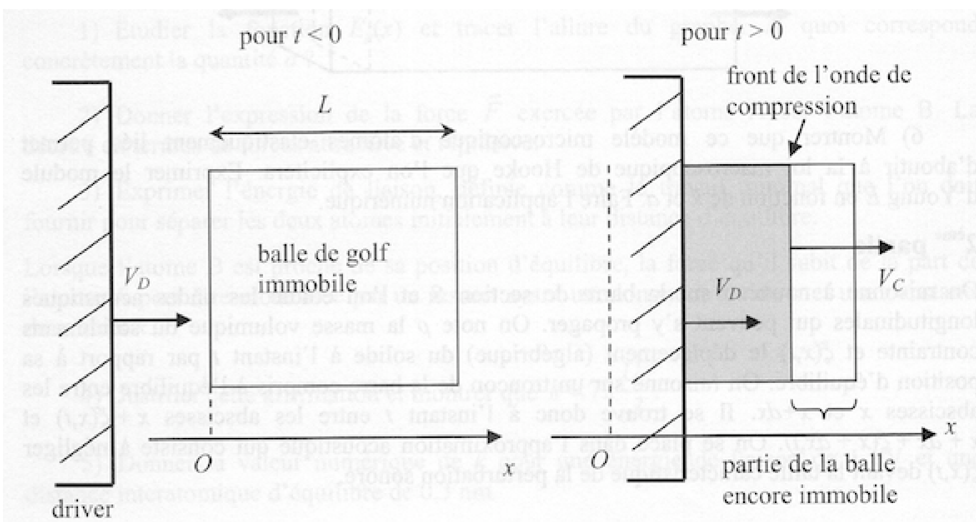
Un jardinier désire mettre une bordure autour de son jardin potager. Afin de bien aligner les différentes bordures entre elles, il tend un fil entre deux poteaux. Le fil utilisé possède une masse linéique μ et une raideur négligeable.

1. Quelle doit être la tension minimale à appliquer au fil pour que l'écart maximal h entre le fil et l'horizontale joignant les deux poteaux soit inférieur à h_{max} sur une distance L ? Exprimer T_{min} en fonction de μ, g L et h_{max} en supposant $h_{max} \ll L$.
2. Faire l'application numérique avec μ=2g.m^{-1}, $L = 10$ m et $h_{max} = 1$ cm. Préciser la masse que cela revient à soulever pour tendre le fil.
3. Reprendre l'application numérique avec un jardinier plus perfectionniste qui désire un écart inférieur à 1 mm.

Exercice 7 Compression d'une balle de golf

Quand on la manipule, une balle de golf paraît extrêmement rigide. Pourtant, lors de l'impact de la balle avec le driver (le club permettant d'envoyer la balle le plus loin possible au départ d'un trou), celle-ci se trouve être fortement comprimée, comme on peut le constater sur la série de photo ci-dessus, prise avec une caméra ultra-rapide. Ce problème propose de quantifier ce phénomène.

Pour simplifier l'étude de l'impact entre le driver et la balle de golf, on se ramène à un problème à une dimension : la balle est assimilée à un solide homogène cylindrique (et non sphérique) de longueur L et de section S. Elle a module d'Young E et une masse volumique ρ quand elle n'est soumise à aucune contrainte. A la date t=0, le driver, possédant une très grande rigidité et une très grande masse continue à se déplacer à la vitesse constante V_D (hypothèse de travail). Une onde de compression va alors se créer à l'intérieur de la balle, le front de cette onde se déplaçant à la vitesse constante V_C par rapport à la partie de la balle restée immobile. Ainsi toute la partie de la balle située en amont du front d'onde se déplace à la vitesse V_D tandis que toute la partie située en aval est immobile.



1. Préciser l'abscisse du driver x_D et celle du front d'onde de compression x_C en fonction du temps.
2. Calculer la quantité de mouvement de la balle de golf à l'instant t.
3. Appliquer la loi de Hooke à la partie comprimée de la balle pour exprimer la force qu'exerce le driver sur celle-ci.
4. A partir de la loi de la quantité de mouvement et des questions précédentes, donner l'expression de V_C en fonction de ρ et E uniquement. Que retrouve-t-on ?
5. Définir et exprimer le taux de compression maximal de la balle de golf en fonction de V_C et V_D. Le modèle présenté est-il valable pour n'importe quelle valeur de V_D ?
   Une balle de golf standard possède un diamètre de 43 mm et une masse de 45 g. Sur la vidéo dont sont extraites les photos, le contact entre le driver et la balle a duré un peu moins de quatre millièmes de seconde. Le driver était en titane de module d'Young égal à 1,1.10^{11} Pa.

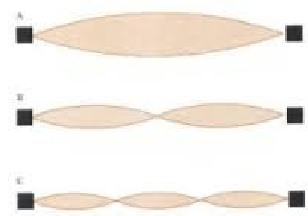
6. Confronter ces données ainsi que celles qui peuvent être extraites des photos avec le modèle développé précédemment. En quoi ce modèle est-il critiquable ?
7. Estimer le module d'Young du coeur de la balle de golf et le comparer à celui du driver.

Exercice 8 Modes résonants d'une corde vibrante

On considère une corde sans raideur, de masse linéique μ et de longueur L (entre les points $x = 0$ et $x = L$), tendue par une tension T. On envoie une onde progressive monochromatique initiale d'amplitude a_0 depuis l'extrémité $x = 0$. Cette onde incidente s'écrit en notation complexe :

$$\underline{y}_0(x,t) = a_0 \exp(i(\omega t - kx))$$

La corde est fixée en L. Lorsqu'elle arrive à l'extrémité de la corde, l'onde sinusoïdale est réfléchie avec un coefficient de réflexion en amplitude $-r$ où $0 < r < 1$. Cette valeur est applicable pour une réflexion en $x = 0$ ou en $x = L$. On s'intéresse aux interférences des ondes données par les réflexions multiples en bout de corde.

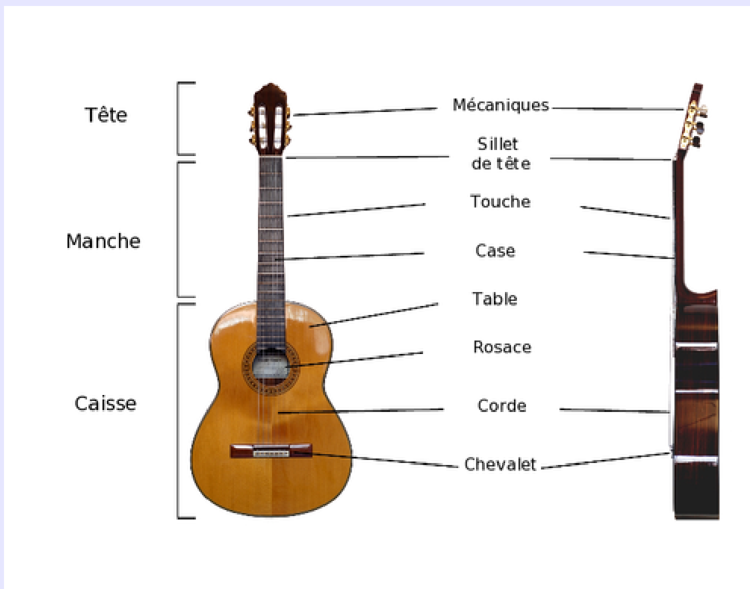


1. Interpréter le coefficient de réflexion sachant que r est légèrement inférieur à 1
2. Etablir les expressions des amplitudes complexes des ondes successives : a_{2n} pour l'onde se propageant dans le sens des x croissants et a_{2n+1} pour l'onde se propageant dans le sens des x décroissants.
3. En déduire l'expression de l'onde résultante $\underline{y}(x,t)$.
4. Rechercher les positions où la grandeur $I(x) = \underline{y}(x,t).\underline{y}^*(x,t)$ est minimale ou maximale et exprimer les valeurs I_{min} ou I_{max} correspondantes. Tracer l'allure du graphe des variations de $I_{max} = f(\phi)$, où $\phi = kL$. On rappelle que r est légèrement inférieur à 1.
5. Interpréter physiquement les valeurs de ϕ remarquables associées à ce tracé. Quelles sont les fréquences de vibration associées ?
6. Pourquoi ce dispositif est-il qualifié de résonateur ? Définir et exprimer le facteur de qualité de ce résonateur, au voisinage de l'une de ses fréquences d'accord.
7. Connaissez-vous un système optique ayant un comportement analogue à celui de ce système mécanique ?

Exercice 9 Autour de la guitare

Document 1 : principales caractéristiques d'une guitare classique

La guitare est un instrument à cordes pincées. Les cordes sont disposées parallèlement à la table d'harmonie et au manche, généralement coupé de frettes, sur lesquelles on appuie les cordes, d'une main, pour produire des notes différentes. L'autre main pince les cordes, soit avec les ongles et le bout des doigts, soit avec un plectre (ou mediator). Sa variante la plus commune a six cordes de différents diamètres. A l'origine, les cordes étaient fabriquées à partir de boyaux de mouton mais de nos jours elles sont en nylon matériau qui offre une tension bien moindre par rapport aux cordes en acier, ce qui autorise des manches entièrement faits en bois (érable, cèdre, acajou...). Les trois cordes inférieures (dites "cordes basses") sont cependant entourées d'un fil métallique, généralement de l'argent ou du nickel, afin de les alourdir de manière à produire des notes plus graves. La tension de chaque corde peut être modifiée à l'aide d'un système de vis sans fin actionné par une clé, qui entraîne un petit rouleau sur lequel s'enroule la corde.



Sauf exception les cordes d'une guitare sont réglées selon l'accordage standard suivant, les notes étant indiquées avec l'écriture latine (do, ré, mi, fa, sol, la, si) et également avec la notation grégorienne (respectivement C, D, E, F, G, A, B) :

note	mi1 (E2)	la1(A2)	ré2(D3)	sol2(G3)	si2 (B3)	mi3 (E4)
fréquence (Hz)	82,4	110,0	146,8	196,0	246,9	329,6

Document 2 : Le nylon, d'après wikipedia.fr

Le nylon est le nom d'une matière plastique de type polyamide souvent utilisée comme fibre textile ; il est inventé le 28 février 1935 par Wallace Carothers qui travaille alors chez Du Pont de Nemours, une entreprise de chimie américaine. Son faible pouvoir absorbant en fait un tissu qui sèche rapidement, fréquemment utilisé pour les coupe-vents. Tissé avec un fil plat non texturé, il sert pour les doublures, les blouses, les tabliers, les vêtements de sport, les imperméables, les jupes et les chemises plissées et la lingerie.
Tissé avec un fil texturé, il sert par exemple pour les bas, les collants, les chaussettes, les sous-pulls, les maillots de bain et les justaucorps.
Le principales caractéristiques physique du nylon sont les suivantes :

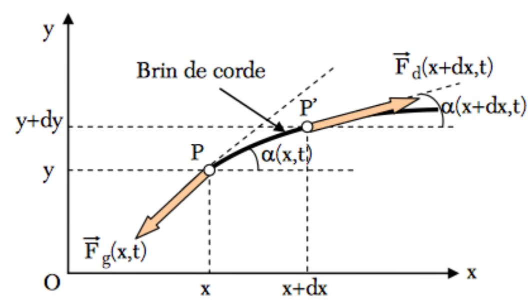
- masse volumique : 1240 kg.m^{-3}
- module d'Young : de l'ordre de 3 GPa,
- limite d'élasticité : 70 MPa (au dela le matériau se déforme de manière irréversible),
- coefficient de dilatation linéique : 10^{-5} K^{-1} (correspond à l'allongement relatif suite à une élévation de température de 1 K)

Certains guitaristes préfèrent des cordes plus dures ou plus tendres, ce qui donne lieu à plusieurs jeux de cordes différents pour un même accordage final. Ces jeux sont identifiés par le "tirant" donné par le diamètre de la corde. Le tirant, exprimé en 1/1000ème de pouce, correspond environ à 40 fois le diamètre en mm.

♠

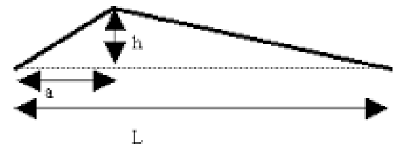
On cherche tout d'abord à modéliser la dynamique d'une des cordes de la guitare. Pour cela on utilise un modèle simplifié où la corde, de masse linéique μ est fixée d'une part au sillet du chevalet (en x=0) et d'autre part au sillet de tête (en $x = L$), les deux sillets étant distants de L= 65 cm. La corde, à ce stade considérée considérée infiniment souple, est constamment tendue de part et d'autre par une tension notée F. La pesanteur est négligée. La corde est confondue avec l'axe Ox à l'équilibre.

Lors du mouvement, un point de la corde d'abscisse x est repéré à la date t par son déplacement $y(x, t)$ que l'on suppose perpendiculaire à Ox. Par ailleurs, on note $\alpha(x, t)$ l'angle que fait à la date t la tangente à la corde à l'abscisse x avec l'axe Ox. Cet angle est supposé petit de sorte qu'il est légitime par la suite d'effectuer un développement limité à l'ordre 1 par rapport à cet angle.



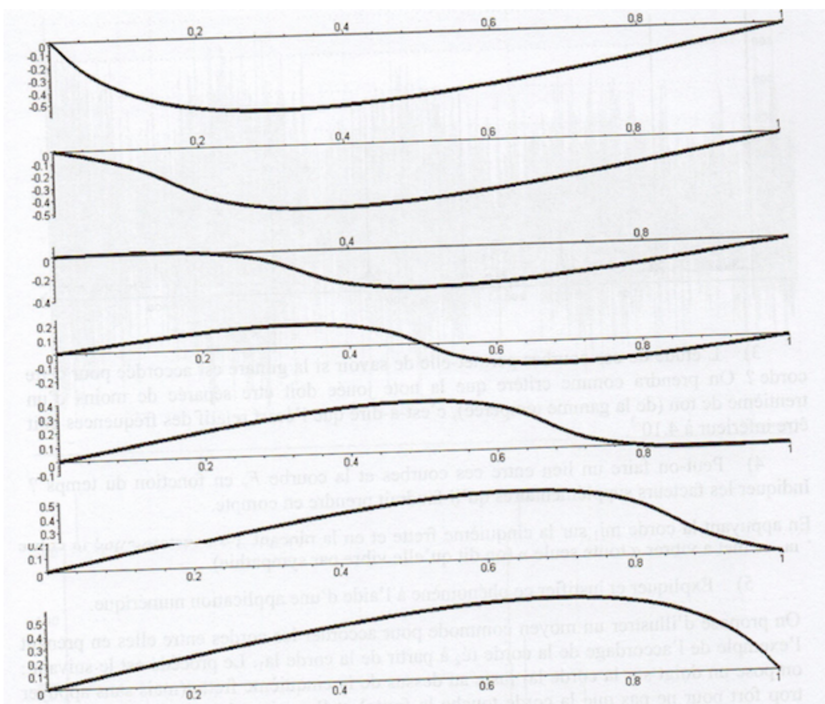
1. Montrer que, dans le cadre des approximations effectuées, la tension est uniforme le long de la corde.
2. Montrer que $y(x, t)$ vérifie une équation de D'Alembert et donner l'expression de la célérité c en fonction de F et μ.
   On cherche à déterminer les modes propres de la corde.
3. Faut-il choisir comme solution individuelle de l'équation précédente une onde de type progressive ou de type stationnaire ?
4. Expliciter la dépendance spatio-temporelle $y(x, t)$ d'une onde stationnaire harmonique de pulsation ω. Montrer que les conditions aux limites imposent des valeurs discrètes pour la pulsation : $\omega_n = n\pi c/L$.
5. Représenter les modes propres de rang n =1, 2 et 3 de la corde.
6. A partir de l'analyse des documents, expliquer de manière très concrète dans quelles circonstances la dépendance de ω_1 par rapport à F, μ puis L apparaît dans l'utilisation d'une guitare.

En pratique, les cordes d'une guitare sont pincées par l'un des doigts du joueur à proximité de la rosace, à une distance a du sillet du chevalet, comme l'illustre la figure suivante. Le joueur doit alors exercer une force F_j pour déplacer la corde d'une distance $h \ll L$.



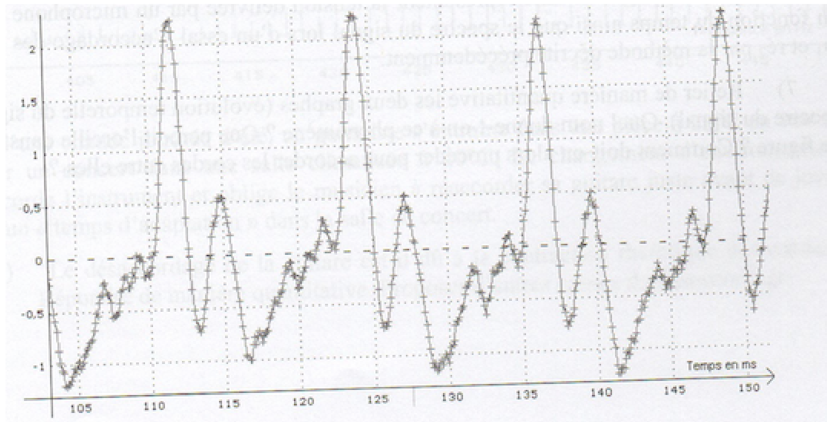
7. Exprimer la force F_j que doit exercer le joueur en fonction de F, L, a et h (on supposera la tension F inchangée).
8. Compte tenu des questions précédentes et à l'aide des documents, calculer la force en newton qu'un joueur de guitare classique doit exercer s'il désire déplacer de 12 mm la corde du mi aigu ayant un tirant égal à 30 en la pinçant au niveau du centre de la rosace.
9. L'hypothèse d'une tension F inchangée est-elle valable ? On justifiera de manière quantitative.
10. Y a-t-il un risque qu'une corde de guitare se déforme de manière irréversible ?

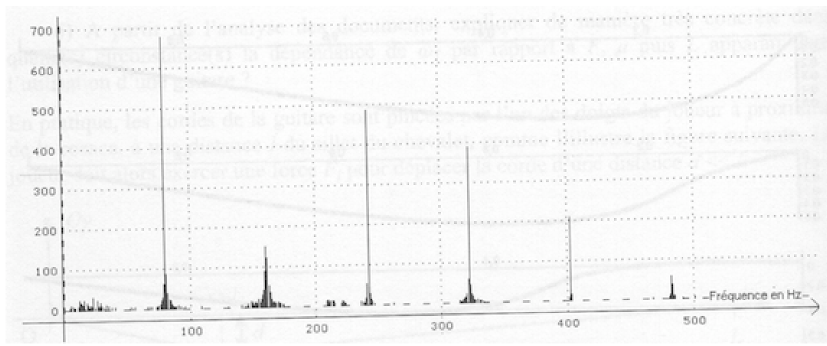
Le joueur lâche alors la corde sans vitesse initiale dans les conditions de la question précédente. La raideur de la corde entraîne que la forme de celle-ci s'arrondit après quelques oscillations. Les figures suivantes sont une simulation numérique de la forme de la corde à différents instants répartis de manière régulière sur une demi-période d'oscillation. L'abscisse est la grandeur adimensionnée x/L et l'ordonnée est exprimée en cm.



11. Expliquer en quelques lignes et sans calcul comment cette simulation peut être déduite des modes propres précédemment étudiés. En s'appuyant sur les figures, dire en quoi le mouvement de la corde a des similitudes avec une onde progressive d'une part et d'une onde stationnaire d'autre part.
12. A partir des figures, tracer l'allure du graphe de la force transversale F_y que la corde exerce sur le sillet du chevalet en fonction du temps.

La force F_y met en vibration la table d'harmonie qui va alors générer dans l'air une onde sonore. C'est cette chaîne mécanique qui est à l'origine du son produit par la guitare. Les figures ci-dessous représentent la tension (en V) en fonction du temps enregistrée par un microphone situé à proximité de la guitare à laquelle on a joué la note mi1, ainsi que le spectre du signal.





13. L'étude de ces courbes permet-elle de savoir si la guitare est accordée pour cette corde ? On prendra comme critère que la note jouée doit être séparée de moins d'un trentième de ton (de la gamme tempérée), c'est à dire que l'écart relatif des fréquences doit être inférieur à 4.10^{-3}.

14. Peut-on faire un lien entre ces courbes et la courbe $F_y(t)$? Indiquer quels facteurs supplémentaires il faudrait prendre en compte.

    En appuyant la corde mi1 sur la cinquième frette et en la pinçant on constate que la corde la1 se met à vibrer "toute seule" (on dit qu'elle vibre par sympathie).

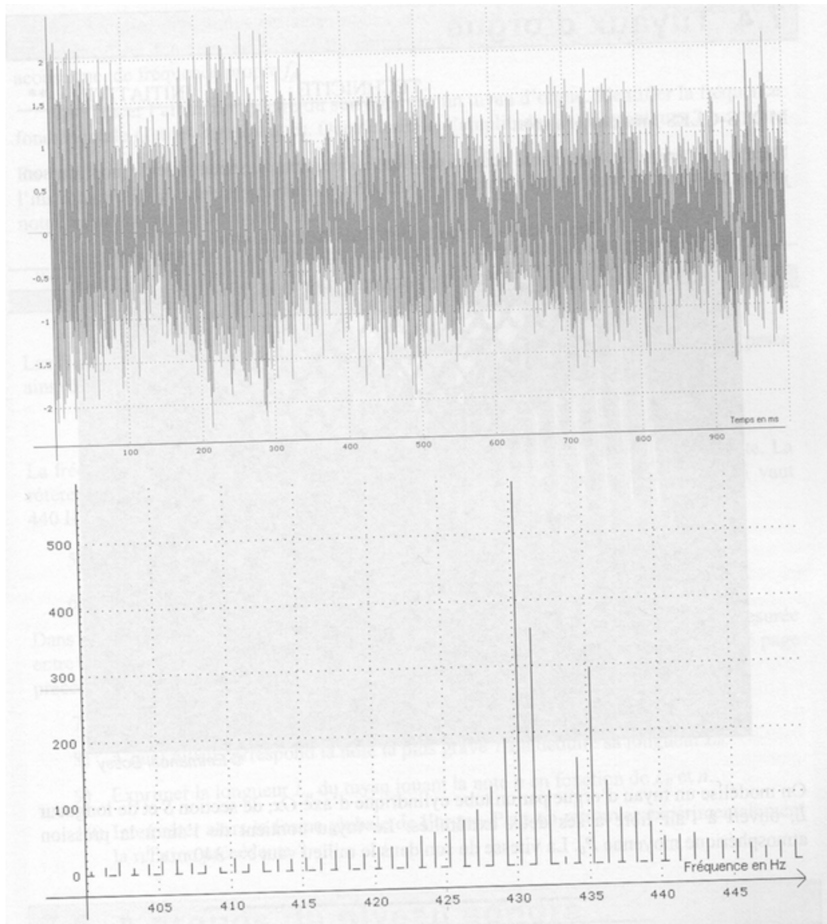
15. Expliquer et justifier ce phénomène à l'aide d'une application numérique.

    On propose d'illustrer un moyen commode pour accorder les cordes entre elles en prenant l'exemple de l'accordage de la corde ré2 à partir de la corde la1. Le procédé est le suivant : on pose un doigt sur la corde la1 juste au dessus de la cinquième frette (mais sans appuyer trop fort pour ne pas que la corde touche la frette) et l'on pince la corde. Juste après on pose un doigt sur la corde ré2 juste au dessus de la septième frette et l'on pince la corde. Ensuite on règle la tension de la corde ré2 de manière à ce que les deux cordes produisent la même note.

16. Justifier de manière quantitative la pertinence de cette méthode d'accordage.

    Les figures suivantes représentent la tension délivrée par un microphone (en V) en fonction du temps ainsi que le spectre du signal lors d'un essai d'accordage des cordes la1 et ré2 par la méthode décrite précédemment.

17. Relier de manière quantitative les deux graphes (évolution temporelle et spectre). Quel nom donne-t-on à ce phénomène ? Que perçoit l'oreille ? Comment doit-on alors procéder pour accorder les cordes entre elles ?



Lors d'une chaude journée d'été, un guitariste s'entraîne dans une pièce à 28^{o}C en vue de donner un concert dans une salle climatisée à 20^{o}C. Le changement d'environnement désaccorde l'instrument et oblige le musicien à réaccorder sa guitare juste avant de jouer après un temps d'adaptation dans la salle de concert.

18. Le désaccordage est-il dû à la contraction thermique des cordes ? Répondre de manière quantitative. Proposer d'autres causes du désaccordage.