

# TP Câble coaxial

MP\*

L'objectif de ce TP est de :

- Mesurer la vitesse de propagation d'un signal dans un câble coaxial
- Observer l'influence des conditions aux limites sur les signaux réfléchis en bout de ligne
- Mesurer l'impédance caractéristique du câble et saisir l'impact pratique de cette grandeur

## 1 Rappels théoriques à propos d'une ligne coaxiale

### 1.1 Modélisation du câble : ligne à constantes réparties

Un câble coaxial est constitué de deux conducteurs de même axe ( $Ox$ ) : un cylindre plein (l'âme) de rayon note  $R_1$  et une tresse cylindrique d'épaisseur négligeable (la gaine) de rayon  $R_2$ . Le conducteur central sert à amener un courant électrique et la tresse extérieure en assure le retour (jouant le rôle de masse).



La longueur de câble utilisée fait qu'on ne peut plus négliger le temps de propagation du signal le long de la ligne : on adopte alors un modèle dit "à constantes réparties" : le câble est caractérisé par sa capacité linéique  $\gamma$ , son inductance linéique  $\lambda$ , sa résistance linéique  $r$  (qui caractérise le fait que les conducteurs en cuivre ne sont pas parfaits) et sa conductance linéique  $g$  ( qui caractérise le fait que le diélectrique (polyéthylène) n'est pas parfaitement isolant).

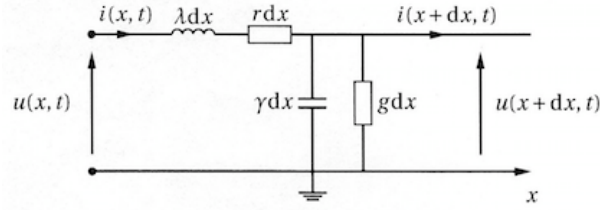
On peut montrer que l'inductance par unité de longueur est donnée par :

$$\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

et la capacité linéique par :

$$\gamma = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

On donne  $\epsilon_r = 2,25$ ,  $R_1 = 0,45$  mm et  $2R_2 = 2,95$  mm.



## 1.2 Propagation du signal électrique dans le cas d'une ligne idéale

### 1.2.1 L'équation de propagation

Montrer que dans le cas où on suppose  $g = 0$  et  $r = 0$ , la tension est solution de l'équation de propagation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v_\varphi^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

où

$$v_\varphi = \frac{1}{\sqrt{\gamma\lambda}}$$

### 1.2.2 La relation de dispersion

On cherche les solutions de l'équation précédente sous la forme d'ondes planes progressives harmoniques d'images complexe du type :

$$\underline{u}(x, t) = \underline{u}_0 \exp(j(\omega t - kx))$$

ou

$$\underline{i}(x, t) = \underline{i}_0 \exp(j(\omega t - kx))$$

avec  $k > 0$ . Calculer la vitesse de propagation des ondes dans ce câble. Cette valeur est-elle comptable avec les informations fournies par la fiche technique ?

### 1.2.3 Impédance caractéristique du câble

Pour une onde progressive harmonique se propageant vers les  $x$  croissants, on montre que  $\underline{u}$  et  $\underline{i}$  sont liés par la relation :

$$\underline{u}(x, t) = \underline{Z}_C \underline{i}(x, t)$$

où  $\underline{Z}_C$  est appelée impédance caractéristique de la ligne. On montre que :

$$\underline{Z}_C \approx \sqrt{\frac{\lambda}{\gamma}}$$

pour le câble considéré.

Pour un onde se propageant vers les les  $x$  décroissants, on aurait :

$$\underline{u}(x, t) = -\underline{Z}_C \underline{i}(x, t)$$

## 1.3 Réflexion en bout de ligne fermée sur une impédance terminale $Z_T$

On suppose la ligne fermée à son extrémité  $x_{max}$  sur une impédance terminale  $Z_T$ .

Cette limitation du milieu de propagation donne naissance à une onde réfléchie, se superposant à l'onde incidente dans la ligne (notez qu'une réflexion a également lieu au niveau du GBF).

Considérons une onde incidente progressive sinusoïdale de pulsation  $\omega$  donnée.

La condition à la limite  $x = x_{max}$  traduisant la fermeture de la ligne sur l'impédance  $Z_T$ , s'écrit en régime harmonique et en notation complexe :

$$\underline{u}(x_{max}, t) = \underline{Z}_T \underline{i}(x_{max}, t)$$

Dans la zone  $x < x_{max}$ , l'onde électrique est constituée de la superposition de l'onde incidente (se propageant dans le sens des  $x$  croissants) et de l'onde réfléchie (se propageant en sens inverse).

On définit le coefficient de réflexion en amplitude, noté  $\rho_u$  ou  $\rho_i$  par le rapport, à l'endroit où l'onde est réfléchie, entre l'amplitude complexe de l'onde réfléchie et l'amplitude complexe de l'onde incidente.

On établit que :

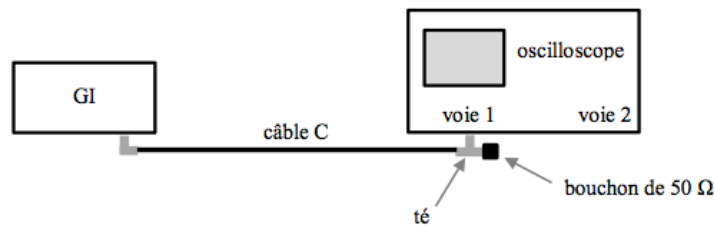
$$\rho_u = \frac{Z_T - Z_C}{Z_T + Z_C}$$

et  $\rho_i = -\rho_u$ .

## 2 Mesures

### 2.1 Coefficient de réflexion

On connecte le G.B.F. ou le générateur d'impulsions à l'aide d'un câble coaxial court (câble C) sur l'oscilloscope. Régler le générateur afin d'obtenir des impulsions de largeur minimale (signal créneau avec duty à 20%). On pourra par exemple choisir une fréquence de 500 kHz une amplitude de 10V p-p et un offset de 5V (afin d'avoir une tension soit nulle soit de 10V). Visualiser le signal à l'oscilloscope et vérifier ses caractéristiques. Le bouchon de  $50\Omega$  pourra être remplacé par une résistance de  $50\Omega$  au besoin.



Remplacer la résistance de  $50\Omega$  par une des extrémités du câble long (câble A), l'autre extrémité restant ouverte.

Représenter l'allure de l'oscillogramme obtenu en voie 1 de l'oscilloscope et interpréter la présence de deux impulsions.

Que se passe-t-il si  $Z_T=0$ ,  $Z_T = \infty$  et  $Z_T= 50 \Omega$  ?

Pourquoi les signaux réfléchis en bout de câble ne sont-ils pas de nouveau réfléchis dans le sens des  $x$  croissants lorsqu'ils parviennent en  $x=0$  ?

Mesurer l'amplitude de l'impulsion réfléchie pour différentes valeurs de  $Z_T$ . Exploiter ces mesures pour vérifier la loi donnant le coefficient de réflexion en tension. En déduire la valeur de  $Z_C$ .

### 2.2 Mesure de la célérité des signaux dans le câble

#### 2.2.1 à l'aide d'impulsions

Proposer et mettre en oeuvre une méthode pour mesurer une valeur expérimentale de la vitesse de propagation des signaux.

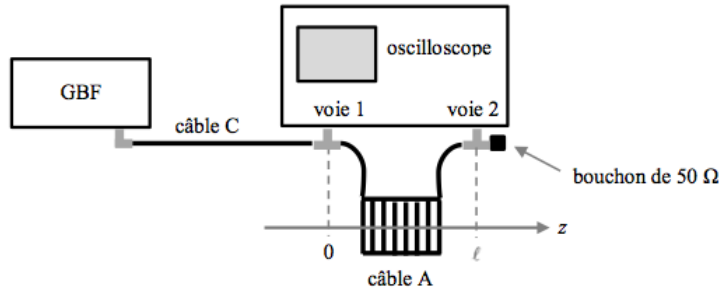
Est-ce la vitesse de phase ou de groupe ?

#### 2.2.2 à l'aide de signaux sinusoïdaux

On alimente maintenant le système par une tension sinusoïdale symétrique avec une fréquence de l'ordre du MHz. Visualiser les signaux en entrée et en sortie du câble coaxial, avec la résistance de  $50\Omega$  en sortie. A quoi est dû le déphasage observé entre ces signaux ?

Mesurer pour quelques fréquences (70 ,100, 200, 400, 700 et 1000 kHz) le retard temporel entre le signal en entrée du câble et en sortie. En déduire la célérité des ondes associées. Tracer le graphe donnant la vitesse de phase en fonction de la fréquence.

Conclusion ?



## 2.3 Ondes stationnaires

On alimente maintenant le système par une tension sinusoïdale symétrique avec une fréquence de l'ordre du MHz. La sortie sera laissée soit ouverte soit court-circuitée. En faisant varier la fréquence du signal délivré par le générateur, observer les résonances du câble. Mesurer les différentes valeurs de la fréquence de résonance et comparer aux valeurs attendues, selon que le câble est en sortie ouverte ou court-circuitée.

Relier deux ou trois câbles et mesurer les nouvelles fréquences de résonance pour une sortie ouverte. Comparer aux valeurs obtenues pour un seul câble.

## 2.4 Amortissement

### 2.4.1 L'équation de propagation

Montrer que dans le cas où on suppose  $g = 0$  et  $r \neq 0$ , la tension est solution de l'équation de propagation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v_\varphi^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = r_\ell \gamma \frac{\partial u}{\partial t}$$

où

$$v_\varphi = \frac{1}{\sqrt{\gamma \lambda}}$$

### 2.4.2 La relation de dispersion

On cherche les solutions de l'équation précédente sous la forme d'ondes planes progressives harmoniques d'images complexe du type :

$$\underline{u}(x, t) = \underline{u}_0 \exp(j(\omega t - kx))$$

ou

$$\underline{i}(x, t) = \underline{i}_0 \exp(j(\omega t - kx))$$

avec  $k$  a priori complexe :  $k = k' - jk''$ , avec  $k' > 0$ . Le terme de dissipation dû à  $r_\ell$  étant supposé faible (préciser le sens de cette approximation), montrer que :

$$k' \approx \frac{\omega}{v_\varphi}$$

et

$$k'' \approx \frac{1}{2} r_\ell \gamma v_\varphi$$

Y a-t-il dispersion ? Calculer la vitesse de propagation des ondes dans ce câble en supposant qu'il n'y a pas de dispersion. Cette valeur est-elle comptable avec les informations fournies par la fiche technique ?

Définir et donner la distance caractéristique d'atténuation.

Pour une onde progressive harmonique se propageant dans le sens des  $x$  croissants on écrit :

$$u(x, t) = u_0 \exp(-k''(\omega)x) \cos(\omega t - k'(\omega)x)$$

Quel est le coefficient de réflexion en bout de ligne pour une sortie ouverte  $Z_T = \infty$  ? Pour une sortie en court-circuit  $Z_T = 0$  ? En comparant la forme des impulsions réfléchie et incidente, déterminer la valeur de  $k''$  d'abord en  $\text{m}^{-1}$ , puis en  $\text{dB.km}^{-1}$ .

On pourra établir la relation :  $k''(\text{dB.km}^{-1}) = 20k''(\text{m}^{-1})/\ln 10$

Conséquence pour l'utilisation sur de longues distances ?

Comparer aux taux d'atténuation annoncés dans la fiche technique.

Proposer et mettre en oeuvre un protocole permettant de mesurer la résistance de la gaine et celle de l'âme. Comparer à la valeur annoncée. En déduire une valeur de  $k''(\omega = 0)$ . Pour quelle raison, les taux d'atténuation sont-ils de plus en plus importants lorsque la fréquence augmente ?

<b>Electrical properties at 20°C</b>				
DC resistance inner conductor		max. $\Omega/\text{km}$	40.7	
DC resistance outer conductor		max. $\Omega/\text{km}$	17	
Insulation resistance		min. $\text{G}\Omega/\text{km}$	5	
Capacitance at	1 kHz	nom. nF/km	105	
Nominal velocity of propagation		%	66	
Impedance		$\Omega$	$50 \pm 2$	
Attenuation at			<b>Acc. to MIL 17/28</b>	
	1 MHz	dB/100m	nom. 1.6	
	5 MHz	dB/100m	nom. 3.6	
	10 MHz	dB/100m	nom. 5	
	20 MHz	dB/100m	nom. 7.5	
	50 MHz	dB/100m	nom. 12	max. 38.1
	100 MHz	dB/100m	nom. 17	max. 21.32
	200 MHz	dB/100m	nom. 24	max. 33.14
	400 MHz	dB/100m	nom. 33	max. 55.77
	800 MHz	dB/100m	nom. 50	max. 82.1
	1 GHz	dB/100m	nom. 55	max. 91.86
	2 GHz	dB/100m	nom. 88	
HF voltage, peak value (not for power purposes)		max. kV	nom. 1.9	
Working voltage (nominal voltage)	50 Hz	$U_{\text{eff}}$ kV	2.0	
Test voltage		$U_{\text{eff}}$ kV	5	