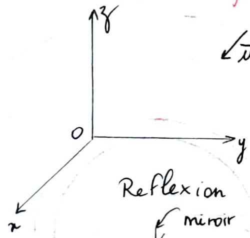
1)

Corrigé des exercices d'optique géométrique

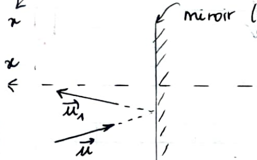
Exercice 1 : le catadioptre



$\vec{u}$: vecteur directeur du rayon incident

$\vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$

Reflexion sur le plan (yOz) $\quad \vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix} \longrightarrow \vec{u}_1\begin{pmatrix}-\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$



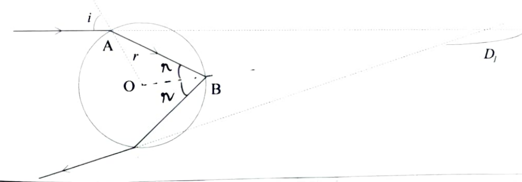
Réflexion sur (xOz) $\quad \vec{u}_1\begin{pmatrix}-\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix} \longrightarrow \vec{u}_2\begin{pmatrix}-\alpha\\ -\beta\\ \gamma\end{pmatrix}$

Réflexion sur (xOy) $\quad \vec{u}_2 \longrightarrow \vec{u}'\begin{pmatrix}-\alpha\\ -\beta\\ -\gamma\end{pmatrix}$

$\vec{u}' = -\vec{u}$: le rayon réfléchi par les ~~trois~~ faces du système est parallèle au rayon incident mais de sens opposé.

Application : vélo, voiture, panneaux de signalisation, coin de cube posé sur la Lune pour la télémétrie laser Terre-Lune.

Exercice 2 : l'arc en ciel



1. A chaque réflexion ou réfraction, le rayon réfracté ou réfléchi reste dans le plan d'incidence. Or pour le premier rayon, le plan d'incidence est le plan contenant le rayon et la normale à la surface en A (c'est à dire la droite (OA))
Ensuite, tous les plans d'incidence seront le même car la normale au dioptre passe toujours par O.

2. En B, l'angle d'incidence est r. D'après le principe de retour inverse de la lumière, le rayon peut ressortir puisqu'il a pu entrer.
[Réflexion totale si $n\sin r > 1$ or $n \sin r = \sin i \leq 1$]

3. $D_p = (i-r) + p(\pi - 2r) + (i-r)$
$\boxed{D_p = 2i - 2(p+1)r + p\pi}$

4. $\dfrac{dD_p}{di} = 0 \iff 2 - 2(p+1)\dfrac{dr}{di} = 0$ or $\sin i = n \sin r$

d'où $\cos i\, di = n \cos r\, dr \quad \Rightarrow \quad \dfrac{dr}{di} = \dfrac{\cos i}{n \cos r}$

$\dfrac{dr}{di} = \dfrac{1}{p+1} \iff \dfrac{\cos i_p}{n\cos r} = \dfrac{1}{p+1} \iff (p+1)^2(1-\sin^2 i_p) = n^2(1-\sin^2 r)$
$= n^2 - \sin^2 i_p$

soit finalement $\boxed{\sin^2 i_p = \dfrac{(p+1)^2 - n^2}{(p+1)^2 - 1}}$

AN : $i_{p_1} = 59{,}4°$ $\quad D_1 = 137{,}9°$

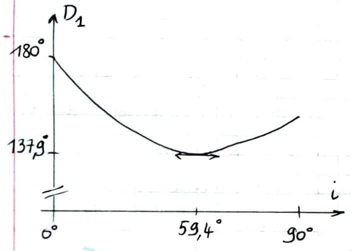
$i_{p_2} = 71{,}8°$ $\quad D_2 = 230{,}9°$

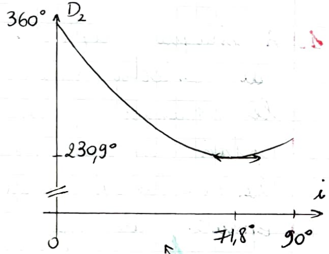
5. $D_p(i=0) = p\pi$ $\quad D_1(i=0) = 180°$ $\quad D_2(i=0) = 360° = 0° [360°]$

Pour $i = 90°$ $\quad n \sin r = 1$ $\quad D_p = (p+1)[\pi - 2r]$

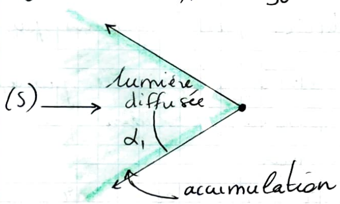
$D_1(90°) = 165{,}6°$ $\quad D_2(90°) = 230°$

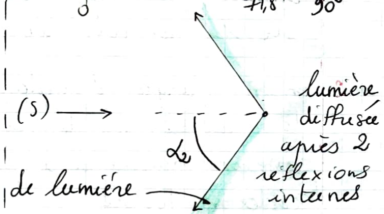
6.





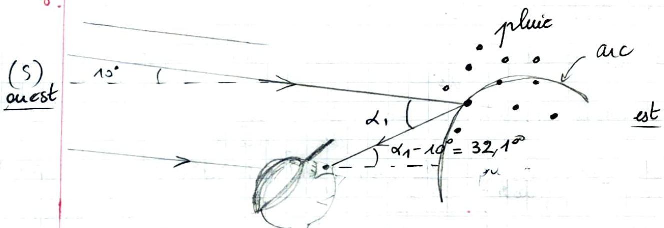
7.





$\alpha_1 = 180 - 137{,}9 = 42{,}1°$ $\qquad \alpha_2 = 230{,}9 - 180 = 50{,}9°$

8.



Il faut observer vers l'est avec le soleil dans le dos.

θ hauteur au dessus de l'horizon $\theta = \alpha_1 - 10 = 32{,}1°$
max

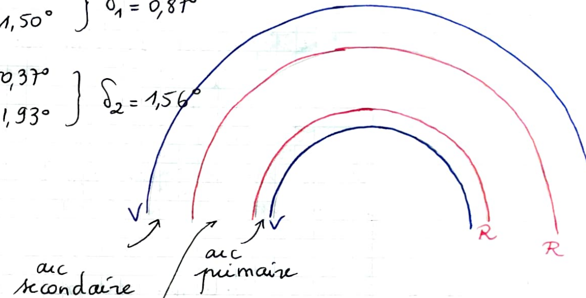
9. On ne peut donc pas voir d'arc en ciel le midi

matin : soleil à l'est , regarder vers l'ouest

soir : ——— ouest , ——— est

10. $\left.\begin{array}{l}\alpha_1(R) = 42{,}37°\\ \alpha_1(V) = 41{,}50°\end{array}\right\}\ \delta_1 = 0{,}87°$

11. $\left.\begin{array}{l}\alpha_2(R) = 50{,}37°\\ \alpha_2(V) = 51{,}93°\end{array}\right\}\ \delta_2 = 1{,}56°$



12. pas de lumière diffusée entre les arcs.

La lumière diffusée après 1 réflexion est pour $\alpha < \alpha_1$

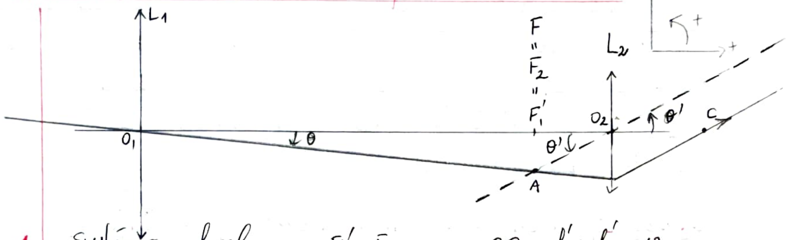
2 ——— ——— $\alpha > \alpha_2$

13. L'étalement est égal au diamètre angulaire du soleil

soit $\frac{1{,}4}{150}$ rad $= 0{,}53°$

3)

Exercice 7. Lunette astronomique, lunette terrestre



1_ Système afocal $\Rightarrow F'_1 = F_2 \Rightarrow \overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2 = \underline{12\text{ cm}}$

2_ Grossissement $G = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{F'_1A}} \times \dfrac{\overline{F'_1A}}{\overline{O_2F_2}} = -\dfrac{f'_1}{f'_2}$ $\quad \underline{G = -5}$

↳ image renversée (grossissement assez faible)

3_ $\dfrac{1}{\overline{O_2C}} - \dfrac{1}{\overline{O_2O_1}} = \dfrac{1}{f'_2}$ $\quad \overline{O_2C} = 2,4\text{ cm}$

$\dfrac{\delta}{d_1} = \dfrac{f'_2}{f'_1} \Rightarrow \underline{\delta = 6\text{ mm}}$

Rque : diamètre de la pupille entre 1 et 5 mm, la lunette collecte la lumière vers l'oeil.

4_ θ est faible (conditions de Gauss) $\Rightarrow \dfrac{\delta'}{d_1} = \dfrac{f'_2}{f'_1} \Rightarrow \boxed{\delta' = \delta}$

Le cercle est entièrement dans l'oculaire si $\dfrac{\delta}{2} + r < \dfrac{d_2}{2}$ où r est la distance du centre de ce faisceau au centre de la lentille L_2.

or $\tan\theta = \dfrac{r}{f'_1 + f'_2} \Rightarrow r \simeq (f'_1 + f'_2)\theta$

$\Rightarrow \boxed{\theta < \dfrac{d_2 - \delta}{2(f'_1 + f'_2)}}$ $\quad$ A.N. : $\underline{\theta < 0,95° = \theta_1}$

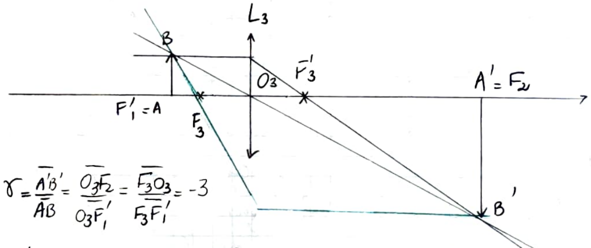
Rayons tous stoppés si $r - \dfrac{\delta}{2} > \dfrac{d_2}{2}$

soit $\boxed{\theta > \dfrac{d_2 + \delta}{2(f'_1 + f'_2)}}$ $\quad$ A.N. $\underline{\theta > 3,8° = \theta_2}$

5_ Le cercle oculaire est le cercle le plus petit qui contient tous les R.L. à la sortie de l'instrument, l'image y est donc plus lumineuse et le champ le plus grand.

6_ Pour $\theta_1 < \theta < \theta_2$ une partie des rayons sont arrêtés. Cette zone est donc moins lumineuse en sortie.
Si on place un diaphragme dans le plan contenant $F'_1 = F_2 = F$ de rayon $R = f'_1\theta_1$, on stoppe tous les rayons tels que $\theta > \theta_1$ et on élimine ainsi ce champ de contour.
On réduit du même coup le champ.

7_ $\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_3} F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$



$\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F'_1}} = \dfrac{\overline{F_3O_3}}{\overline{F_3F'_1}} = -3$

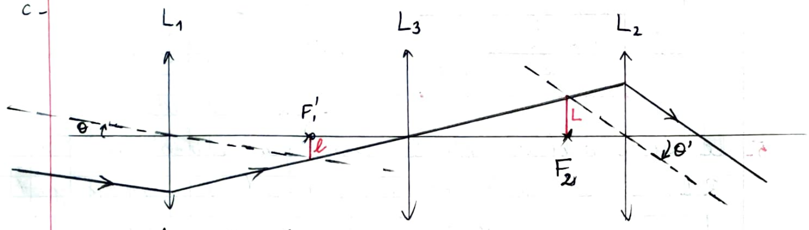
a_ soit $\overline{O_1O_3} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_3} + \overline{F_3O_3} = f'_1 + \dfrac{f'_3}{3} + f'_3$ $\quad \underline{\overline{O_1O_3} = 11,3\text{ cm}}$

b_ $L = \overline{O_1O_3} + \overline{O_3O_2} = \overline{O_1O_3} + \underbrace{\overline{O_3F_2}}_{-3\overline{O_3F'_1}} + \overline{F_2O_2} = \overline{O_1O_3} - 3(\overline{O_3O_1} + \overline{O_1F'_1}) + \overline{F_2O_2}$

$L = 4\overline{O_1O_3} - 3f'_1 + f'_2 = f'_1 + f'_2 + \dfrac{16}{3}f'_3 = 12 + \dfrac{16}{3} = \underline{17,3\text{ cm}}$

4)

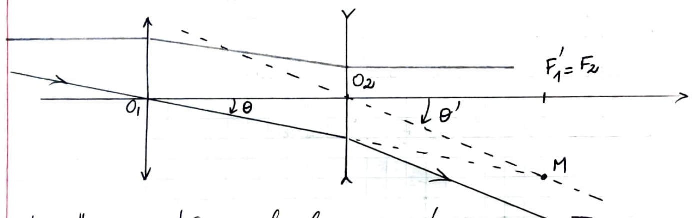
c -



On a bien cette fois θ' et θ de même signe, l'image est droite.

$G' = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{L}{f_2'} \times \frac{f_1'}{\ell}$ or $\frac{L}{\ell} = |\gamma| = 3$ $\qquad G' = 3\frac{f_1'}{f_2'} = \underline{15}$

Exercice 8 : lunette de Galilée



1. Lunette = système afocal ⇒ $F_1' = F_2$ ⇒ $\overline{O_1O_2} = 5$ cm

2. Remarquons qu'un rayon parallèle à l'axe optique ressort parallèle à l'axe optique, donc si on prend un objet AB avec B sur le rayon tracé, la taille de son image est indépendante de la position de l'objet et $\gamma = -\frac{f_2'}{f_1'} = 0,5$

Grossissement : $\tan\theta' = \frac{\overline{F_1'M}}{\overline{O_2F_2}}$ et $\tan\theta = \frac{\overline{F_1'M}}{\overline{O_1F_1'}}$

$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_2F_2}} = -\frac{f_1'}{f_2'} = +2$

Rque : $G\gamma = 1$

Le cercle oculaire est ici virtuel, on ne peut pas placer l'œil sur le cercle oculaire, c'est un défaut de cette lunette, qui est surtout utilisée comme lunette de théâtre (faible encombrement et faible grossissement).

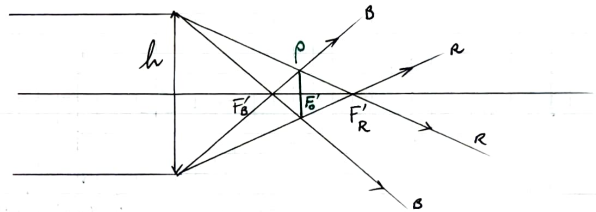
Exercice 9 : aberrations chromatiques d'une lentille

1. $\Delta v = v_B - v_R = (n_B-1)A - (n_R-1)A = (n_B-n_R)A = K(n_J-1)A = Kv$

$\boxed{\Delta v = Kv}$

$f' = \frac{1}{v}$ $\qquad \frac{df'}{f'} = -\frac{dv}{v}$ ⇒ $\boxed{\Delta f' = -Kf'}$ (calcul possible car $K \ll 1$)

2.



a. $v_B = (n_B-1)A > v_R = (n_R-1)A$

⇒ $f_B' < f_R'$

b. $\frac{\rho}{h} = \frac{F_R'F_0'}{f_R'} = \frac{F_B'F_0'}{f_B'}$

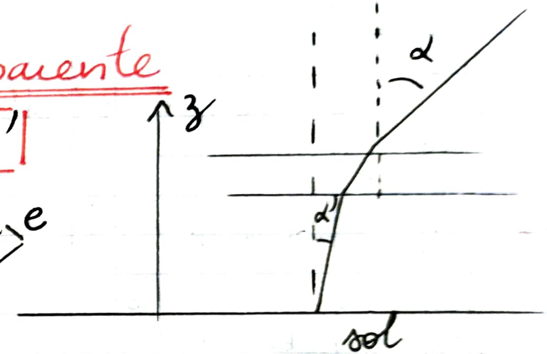
$\Delta f' = F_B'F_R' = F_B'F_0' + F_0'F_R' = \frac{\rho}{h}(f_R' + f_B') \simeq 2f'\frac{\rho}{h}$

d'où $\rho \simeq \frac{\Delta f'}{f'}\frac{h}{2} = \boxed{\frac{h}{2}K = \rho}$

c. A.N. : $f' = 10$ cm $\quad h = 5$ cm $\quad K = \frac{1}{60}$ ⇒ $|\Delta f'| = 1,7$ mm

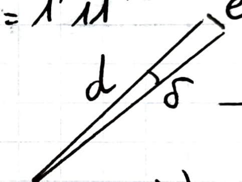
$\rho = 0,42$ mm

Exercice 10 : distance zénitale apparente



1_ $n(z)\sin(i(z)) = c^{te} \Rightarrow \boxed{\sin\alpha = n_0 \sin\alpha'}$

2_ $\alpha' = 50°$ $\alpha = 50{,}02°$ $\delta = 0{,}0198° = 1'11''$



$e = \delta \times d$ $e = 131\,\text{km}$

↑ en radians

3_ $\sin\alpha = n_0 \sin(\alpha - \delta) = n_0(\sin\alpha - \delta\cos\alpha + o(\delta)) \Rightarrow \sin\alpha\left(1 - \frac{1}{n_0}\right) = \delta\cos$

$$\boxed{\delta = \tan\alpha\left(1 - \frac{1}{n_0}\right)}$$

4_ $\frac{d\delta}{\delta} = \frac{d\left(1-\frac{1}{n_0}\right)}{\left(1-\frac{1}{n_0}\right)} = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{n_0}\right)} \frac{dn_0}{n_0^2} = \frac{dn_0}{n_0(n_0-1)}$ or $n_0 - 1 = k\rho = k\frac{PM}{RT}$

$\frac{dn_0}{n_0-1} = \frac{d(n_0-1)}{n_0-1} = \frac{dP}{P} - \frac{dT}{T} \Rightarrow \boxed{\frac{d\delta}{\delta} = \frac{1}{n_0}\left(\frac{dP}{P} - \frac{dT}{T}\right)}$

A.N. : $\frac{d\delta}{\delta} = 6{,}29\%$