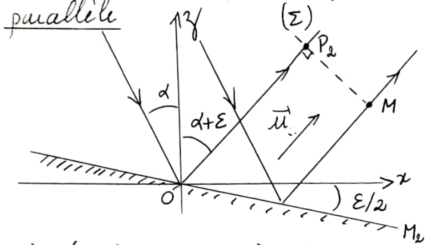
exc 31 : coin d'air éclairé par un faisceau de lumière parallèle

1 -



$(SM)_2 = (SP_2)$ car (Σ) est une surface d'onde (après réflexion sur M_2)

or $(SP_2) = (SO) + OP_2$ et $OP_2 = \vec{u}'_2 \cdot \vec{OM}$

$(SM)_2 = (SO) + \vec{u}'_2 \cdot \vec{OM}$

De même $(SM)_2 = (SO) + \vec{u}'_2 \cdot \vec{OM}$

D'où $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (\vec{u}'_2 - \vec{u}'_1) \cdot \vec{OM}$

$\vec{u}'_2 = \begin{vmatrix} \sin(\alpha+\varepsilon) \\ 0 \\ \cos(\alpha+\varepsilon) \end{vmatrix}$ $\quad \vec{u}'_1 = \begin{vmatrix} \sin(\alpha-\varepsilon) \\ 0 \\ \cos(\alpha-\varepsilon) \end{vmatrix}$

$$\delta(M) = (\sin(\alpha+\varepsilon) - \sin(\alpha-\varepsilon))x + (\cos(\alpha+\varepsilon) - \cos(\alpha-\varepsilon))z$$
$$= 2\sin\varepsilon(\cos\alpha\, x - \sin\alpha\, z)$$

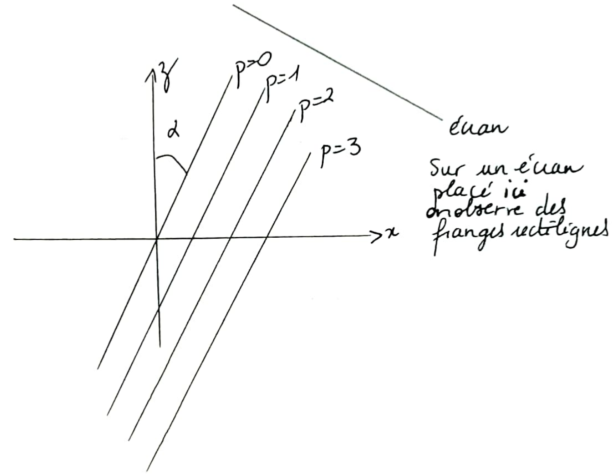
$\delta(M) = p\lambda$

$$\boxed{p(M) = \frac{2\sin\varepsilon}{\lambda}(\cos\alpha\, x - \sin\alpha\, z)}$$

On a des franges brillantes pour $p \in \mathbb{Z}$ soit sur les surfaces d'équation

$$\cos\alpha\, x - \sin\alpha\, z = \frac{p\lambda}{2\sin\varepsilon} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}$$

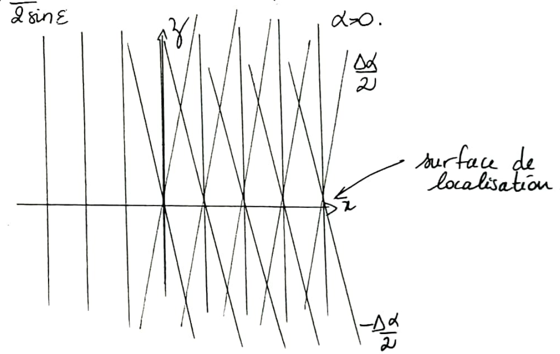
cette surface est un plan parallèle à (Oy) et incliné d'un angle α par rapport à (Oz)



2 - $-\frac{\Delta\alpha}{2} \leq \alpha \leq \frac{\Delta\alpha}{2}$

Pour $\alpha = 0$ les franges brillantes sont obtenues pour

$x_p = p\frac{\lambda}{2\sin\varepsilon}$



Pour $\alpha = \frac{\Delta\alpha}{2}$ franges brillantes $\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)x - \sin\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)z = \frac{p\lambda}{2\sin\varepsilon}$

$$x_p = \underbrace{\tan\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)z}_{\text{incliné de } \frac{\Delta\alpha}{2} \text{ par rapport à } (Oz)} + \frac{p\lambda}{2\sin\varepsilon} \times \frac{1}{\cos\frac{\Delta\alpha}{2}}$$

3.

On "voit" que les franges restent visibles dans le plan $z=0$.
On va le montrer avec une condition sur $p(M)$.

$$p(M) = \frac{2\sin\varepsilon}{\lambda_0}(\cos\alpha\, x - \sin\alpha\, z)$$

les angles α sont faibles

$$p(M) = \frac{2\sin\varepsilon}{\lambda_0}\left(x - \alpha z - \frac{\alpha^2}{2}x + o(\alpha^2)\right)$$

$$\boxed{\Delta p = \frac{2\sin\varepsilon}{\lambda_0}\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) z}$$ à l'ordre 1 en $\Delta\alpha$.

3. On aura brouillage des franges lorsque $\boxed{\Delta p = \frac{1}{2}}$
ainsi chaque rayon incident d'angle d'incidence $-\alpha_1$ $(0<\alpha_1<\frac{\Delta\alpha}{2})$ et celui d'angle d'incidence $-\alpha_1+\frac{\Delta\alpha}{2}$ se brouillent complètement.

Les franges restent visibles si $\Delta p < \frac{1}{2}$

$$2\,\frac{\sin\varepsilon}{\lambda_0}\,\frac{\Delta\alpha}{2}\,z < \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\Delta\alpha < \frac{\lambda_0}{2z\sin\varepsilon}}$$

z	1 m	10 cm	1 cm
$\Delta\alpha_{max}$	3'	30'	4,8°

Il est clair que les franges sont le plus souvent inobservables à 1 m et assez facilement observables à 1 cm. Avec $\Delta\alpha = 20°$ les franges seront partout

4 - brouillées sauf si $z=0$: c'est le plan de localisation des franges du coin d'air lorsque la source est large.

Sur le plan $z=0$, on a des franges brillantes pour $x = x_p = p\frac{\lambda}{2\sin\varepsilon}$ soit $i = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda}{2\sin\varepsilon} \simeq \frac{\lambda}{2\varepsilon}$

4

A.N. $i = 4{,}3\,\text{mm}$

5) Sur le plan $z=0$ $\Delta p(M) = \frac{\sin\varepsilon}{\lambda_0}\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)^2 x$ est maximum sur le bord du miroir pour $x=R$

pour $\Delta\alpha = 20°$ $\Delta p_{max} = \frac{\varepsilon}{\lambda_0}\frac{(\Delta\alpha)^2}{4}R = \frac{1}{60}\,\frac{\pi}{180}\times\frac{1}{0{,}5.10^{-6}\times 4}\left(20\times\frac{\pi}{180}\right)^2\times 10^{-2}$

$\Delta p_{max} = 0{,}2 < 0{,}5$

Les franges restent visibles sur le plan de localisation.