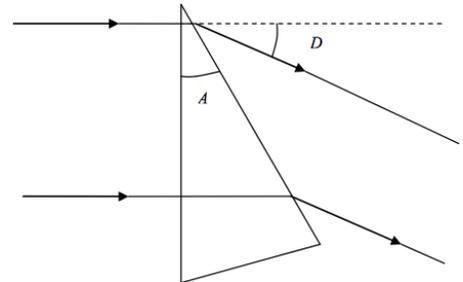


TD modèle scalaire de la lumière

**Exercice 1 Faisceaux de Bessel**

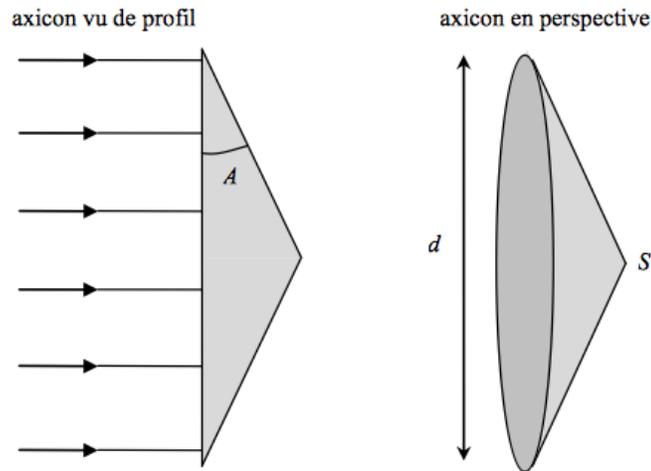
L'ablation laser est devenue une technique très répandue de structuration des matériaux. Son principe réside dans l'envoi d'impulsions lumineuses, pouvant être très brèves (de durée inférieure à la picoseconde), à la surface de la pièce à traiter provoquant la sublimation et donc l'éjection de la matière illuminée. Une durée extrêmement courte des impulsions permet une ablation précise et localisée, la diffusion thermique dans le matériau n'ayant pas le temps de se faire. Cependant si on désire effectuer une ablation sur une zone sub-micrométrique, l'utilisation de faisceaux gaussiens entraîne de sérieuses limitations. Une solution technologique qui a été développée à la fin des années 2000 est l'utilisation des faisceaux de Bessel. On se propose d'étudier deux moyens de fabriquer de tels faisceaux.

On considère dans un premier temps un prisme d'indice  $n$  et d'angle au sommet  $A$ . Il est éclairé par une onde plane monochromatique en incidence normale. Au passage du prisme, cette onde lumineuse est déviée d'un angle  $D$ .



1. A l'aide des lois de Descartes de la réfraction, établir l'équation reliant  $A$  et  $D$ .
2. En calculant le chemin optique entre deux surfaces d'onde de deux manières différentes, aboutir au même résultat.
3. Dans le cas où l'angle  $A$  est très petit, donner une expression approchée de  $D$  en fonction de  $n$  et  $A$ .

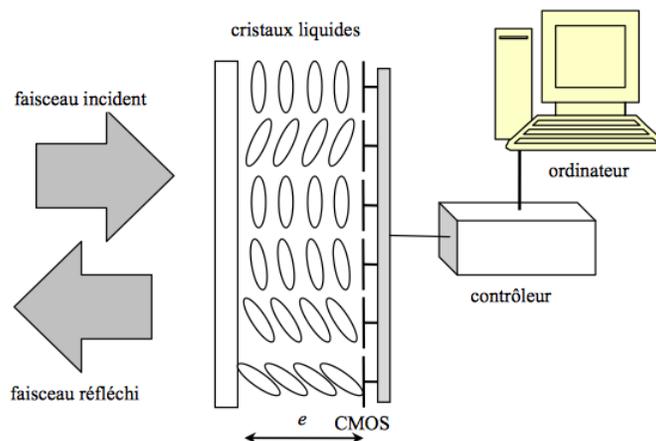
Les faisceaux de Bessel peuvent être obtenus en pratique de deux manières différentes. Une des méthodes est d'utiliser un axicon. Il s'agit d'une pièce optique ayant la forme d'un tronc de cône de révolution, constitué d'un matériau transparent d'indice  $n$ . On note  $d$  le diamètre de l'axicon à sa base et  $A$  l'angle que font les segments partant du sommet  $S$  de l'axicon et avec sa base. L'axicon est éclairé par une onde plane arrivant sur sa base en incidence normale.



4. Tracer l'allure des trajectoires des différents rayons lumineux dans un plan contenant l'axe de révolution de l'axicon (ce dernier constituant l'axe optique).
5. Exprimer la distance  $L$  entre le sommet  $S$  de l'axicon et le point  $T$  de l'axe optique au-delà duquel il n'y a plus aucun croisement de rayons lumineux.  
Dans la zone où se croisent les rayons lumineux, le faisceau résultant de cette superposition forme ce que l'on appelle un faisceau de Bessel.
6. Proposer une autre méthode de création d'un faisceau de Bessel utilisant une lentille de diamètre  $\phi$  et de focale  $f$  et un diaphragme en forme d'anneau de rayon  $R$  et d'épaisseur négligeable. Quelles relations doivent vérifier  $\phi$ ,  $f$ , et  $R$  pour que le faisceau en sortie de ce système possède les mêmes caractéristiques que le faisceau créé à l'aide de l'axicon à proximité de l'axe optique ?

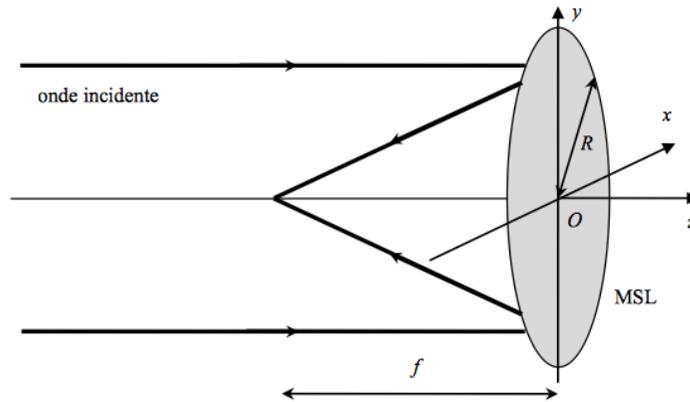
## Exercice 2 Modulateur spatial de lumière

Un modulateur spatial de lumière (MSL) est un dispositif optique permettant de faire varier point par point la phase ou l'intensité d'un faisceau lumineux. Nous étudions ici un MSL de phase à cristaux liquides dont le schéma de principe est représenté sur la figure suivante.



Les cristaux liquides (CL), représentés par les ellipses sur la figure, peuvent s'orienter en fonction de la tension appliquée à chaque électrode (de technologie CMOS : *Complementary Metal Oxide Semiconductor*). Le retard de

phase subi par l'onde effectuant un aller et retour dans le MSL dépend de l'alignement plus ou moins prononcé des CL. Il est ainsi possible de moduler spatialement, sur chaque pixel, la phase de l'onde réfléchi par le MSL. On modélise le MSL par une lame mince circulaire de rayon  $R$ , d'épaisseur  $e$  et d'indice effectif  $n(x, y)$  non uniforme. On considère une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$  arrivant en incidence normale sur le MSL. On néglige la réflexion sur la face avant de la lame et l'on suppose que la face arrière réfléchit entièrement l'onde. On cherche à déterminer le profil d'indice  $n(x, y)$  permettant de focaliser le faisceau réfléchi à une distance  $f$  du MSL.



1. Tracer les surfaces d'onde des ondes incidentes et réfléchies dans le plan Oyz.
2. A l'aide de calculs de chemin optique et en considérant que  $f \gg R \gg e$ , montrer que l'indice doit avoir une expression de la forme :

$$n(x, y) = n_0 - \frac{x^2 + y^2}{4ef}$$

En pratique,  $n(x, y)$  n'est pas une fonction continue de  $x$  et de  $y$ , du fait des pixels : l'indice a en effet une valeur constante en face de chaque pixel. Cette pixellisation inhérente au dispositif limite la variation de  $n(x, y)$  entre deux pixels consécutifs, la limitation étant fixée par le critère de Shannon. On peut montrer que ce critère impose que le retard de phase de l'onde réfléchi doit varier de moins de  $\pi$  radians entre deux pixels consécutifs. Si ce critère n'est pas respecté, l'utilisation d'un diaphragme pour bloquer la lumière diffractée par la structure des pixels ne suffira pas à produire au final le faisceau désiré.

3. En notant  $d$  la largeur des pixels (de forme carrée), montrer que, pour respecter le critère de Shannon, le MSL ne pourra pas focaliser le faisceau à une distance inférieure à  $f_{min} = \frac{2Rd}{\lambda}$ .  
Les questions suivantes seront traitées sur la base du MSL présenté dans le document suivant.

## DOCUMENT : Les MSL de la série X10468

d'après <http://www.hamamatsu.com>

Le fabricant HAMAMATSU propose une gamme de modulateurs spatiaux de lumière LCOS-SLM (*Liquid Crystal on Silicon-Spatial Light Modulator*). La série X10468 possède les caractéristiques communes suivantes :

- Résolution : 792\*600 pixels
- Taille des pixels : 20  $\mu\text{m}$
- Surface effective du MSL : 16\*12 mm<sup>2</sup>
- Format DVI (*digital video interface*) du signal piloté par ordinateur : SVGA (800\*600) codé sur 8 bits à 60 Hz

- Modulation de phase : limitée entre 0 et  $2\pi$  (ou légèrement plus), proportionnelle au signal de commande  
La gamme possède huit modèles, chaque modèle étant dédié à un intervalle de longueur d'onde spécifique. Par exemple, le modèle X10468-06 possède une plage de fonctionnement entre 600 et 700 nm.

4. Pour un pixel donné, est-il possible de choisir n'importe quel retard de phase entre 0 et  $2\pi$  ? Quelles sont les différentes valeurs possibles ? Est-il gênant que le retard de phase ne puisse varier que de 0 à  $2\pi$  ?
5. Calculer la valeur de  $f_{min}$  pour le modèle X10468-06 avec une longueur d'onde centrée sur sa plage d'utilisation.

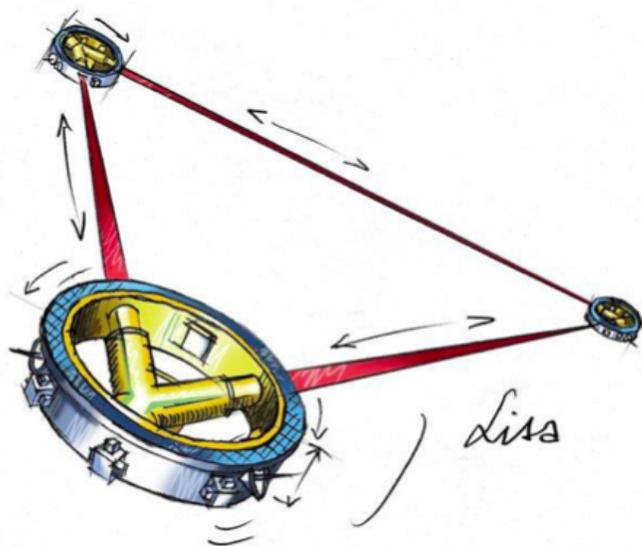
On veut paramétrer le MSL pour qu'il focalise le faisceau à une distance  $f = 20 f_{min}$ .

6. Tracer l'allure du retard de phase  $\varphi$  en fonction de l'abscisse  $x$  (selon la plus petite largeur du MSL) sans prendre en compte la pixellisation, puis en la prenant en compte.

Les MSL sont actuellement très utilisés pour la mise en forme de faisceaux. Par exemple, un MSL peut parfaitement remplacer un axicon pour créer un faisceau de Bessel. L'avantage d'un MSL est de pouvoir très facilement changer les paramètres de mise en forme (comme par exemple l'angle  $D$  dans le cas d'un faisceau de Bessel) en reprogrammant le contrôleur.

### Exercice 3 Le projet spatial LISA

LISA est l'acronyme de Light Interferometer Space Antenna. Il s'agit d'un projet de grande envergure développé par l'ESA (l'agence spatiale européenne). Rebaptisé récemment NGO (*New Gravitational wave Observer*), la mission a pour objectif d'envoyer (aux alentours de 2020) un interféromètre dans l'espace à environ 50 millions de kilomètres de la Terre pour détecter le passage d'ondes gravitationnelles. De manière analogue à des ondes électromagnétiques créées par des charges accélérées, la théorie de la relativité générale prévoit en effet l'existence d'ondes gravitationnelles générées par des masses accélérées. Ces ondes déforment sous leur passage l'espace lui-même, ce dernier subissant alternativement contraction et dilatation. L'allongement relatif prévu par la théorie est de l'ordre de  $10^{-22}$  (pour des phénomènes de grande ampleur), ce qui exige des mesures de variations de longueurs extrêmement précises, en s'affranchissant le plus possible des perturbations extérieures. D'où l'idée d'aller dans l'espace !



Copyright ESA-C. Vijoux

L'interféromètre sera constitué de trois satellites identiques formant un triangle équilatéral, les satellites étant distants entre eux de  $D = 5$  millions de kilomètres ! L'objectif de la mission sera donc de mesurer par interférométrie les variations de positions relatives des satellites, notamment les variations de la distance  $D$  au cours du temps, provoquées par le passage d'une onde gravitationnelle. Les fréquences des ondes gravitationnelles attendues sont comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^{-1}$  Hz. Chaque satellite contient un laser de longueur d'onde dans le vide  $\lambda = 1064$  nm émettant un faisceau passant à travers un système optique, composé de lentilles et de miroirs, afin d'être élargi avant son émission en direction d'un des deux autres satellites. Le dernier miroir de renvoi avant l'émission dans l'espace possède un diamètre  $d = 40$  cm. Ce même miroir sert aussi à la réception de l'onde émise par l'autre satellite.

1. Pourquoi élargit-on le faisceau avant de l'envoyer dans l'espace ?
2. Sachant que la lumière émise par chaque satellite en direction d'un autre est de l'ordre du watt, calculer l'ordre de grandeur de la puissance reçue par un satellite en provenance des deux autres.
3. Proposer un encadrement du nombre de photons reçus par les satellites sur une demi-période de l'onde gravitationnelle.

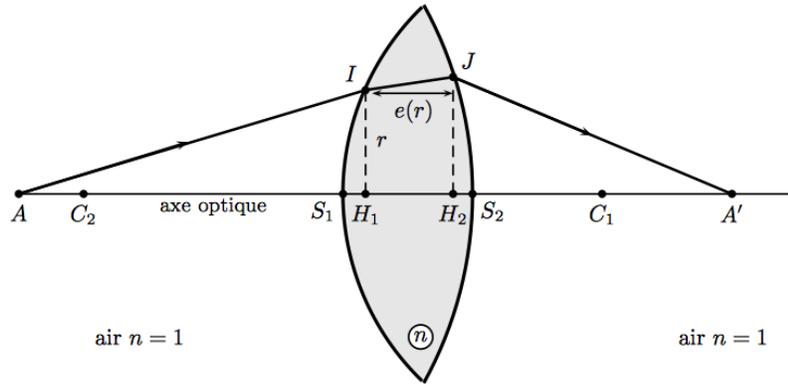
On rappelle la valeur de la constante de Planck  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  J.s.

#### Exercice 4 Epaisseur d'une lentille et relation de conjugaison

On considère une lentille mince constituée d'un matériau d'indice  $n$  et formée de deux surfaces sphériques de rayon  $R_1$  et  $R_2$ . La lentille est mince et on a donc  $e_0 = S_1 S_2 \ll R_1$  et  $R_2$ .

Déterminer le chemin optique ( $FM$ ) en prenant un point source sur le foyer objet de la lentille et un point  $M$  sur une surface d'onde après traversée de la lentille.

En déduire l'épaisseur de la lentille en fonction de  $r$ . Retrouver la relation de conjugaison liant les abscisses  $x_A$  et  $x_{A'}$  de deux points conjugués.



### Exercice 5 Dioptre plan

On considère le dioptre plan d'équation  $x = 0$  séparant un milieu d'indice  $n$  (pour  $x < 0$ ) d'un milieu d'indice  $n'$ . Soit  $A$  un point objet sur  $Ox$  ( $x < 0$ ). Un rayon issu de  $A$  coupe le dioptre en  $I$  ( $x = 0, y, z = 0$ ) et l'émergent correspondant coupe  $Ox$  en  $A'$  d'abscisse  $x' < 0$ . On se limite aux rayons pour lesquels  $y/x \ll 1$  et  $y/x' \ll 1$ . Calculer le chemin optique ( $AA'$ ) en conservant les termes en  $y^2/x^2$  et  $y^2/x'^2$  et en négligeant les termes d'ordre supérieur. En déduire la relation de stigmatisme approché du dioptre plan. Comparer avec le résultat obtenu par voie géométrique.