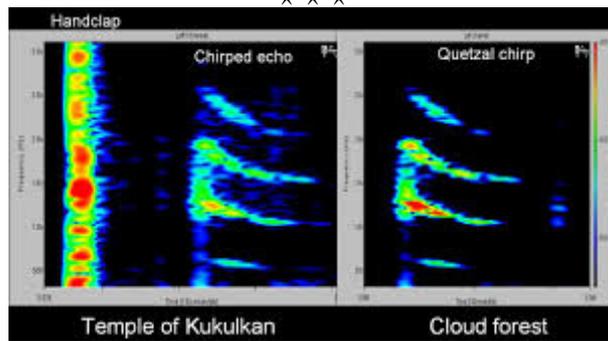


Corrigé

Au temps des Mayas



3 Physique

3.1 Remarques générales

Les encres pâles sont encore fréquentes, et un nombre croissant de candidats a obligé les correcteurs à utiliser la loupe tant leur écriture est minuscule.

Une présentation soignée (écriture nette, absence de ratures, résultats encadrés) dispose très favorablement le correcteur. Les correcteurs sont entonnés par le manque de soin ; beaucoup de copies ressemblent plus à un brouillon qu'à une épreuve de concours.

Il est indispensable de travailler en profondeur le cours de première et de deuxième année, de connaître les théorèmes avec leurs hypothèses.

Il est important que les candidats lisent l'énoncé et répondent à la question qui leur est posée.

Les candidats ne devaient pas se contenter de réponses superficielles et devaient produire des raisonnements construits et étayés. Les réponses à certaines questions nécessitaient un bon sens physique, une certaine autonomie et de la rigueur pour poser le problème correctement et y répondre par une modélisation précise.

Les tentatives de bluff, moins nombreuses cette année, sont lourdement sanctionnées. On recommande de bien traiter une partie des questions plutôt que de produire un discours inconsistant pour chacune d'entre elles.

On a pu noter des lacunes importantes chez de nombreux candidats dans la maîtrise des outils mathématiques de base : projections dans une base, manipulations d'une base mobile, trigonométrie, écriture d'équations où un scalaire est égal à un vecteur. Il est demandé aux candidats de numéroter leurs copies de façon cohérente : les examinateurs apprécient assez peu de se voir confrontés à un jeu de piste.

Les abréviations sont pléthoriques, au point de rendre la lecture parfois difficile en raison de l'ambiguïté qui peut en résulter. On tient aussi à insister sur le soin apporté à l'orthographe. Il est inadmissible que des étudiants se destinant à être cadre rendent des copies truffées de fautes. L'accord des masculins et féminins semble difficile pour certains. On ne compte pas les copies avec des « principe fondamentale de la dynamique ». Les pluriels, les accords de participes passés (quand ils ne sont pas transformés en infinitifs) ne sont hélas pas en reste. Et que dire de ces étudiants qui après une année de Spé parlent encore d'équations de « Maxwelle » ? L'orthographe est juste une question de concentration et d'exigence vis-à-vis de soi-même. Sur le fond, on rappelle qu'une application numérique donnée sans unité vaut 0 (et que le « S.I. » n'est en général pas admis), qu'une courbe dont la légende des axes n'est pas indiquée vaut aussi 0, que paraphraser la question n'a jamais fait office de réponse.

Des résultats donnés sans justification et sans la moindre rédaction ne peuvent pas être pris en compte. Rédiger consiste à faire une phrase complète, et donc on ne commence pas une réponse par « parce que ».

3.2 Physique 1 - filière MP

3.2.1 Présentation du sujet

Ce sujet est composé de deux parties indépendantes. La première porte sur la visibilité et la couleur de la Lune au cours d'une éclipse totale. On y aborde succinctement la diffraction, puis la réfraction des rayons du Soleil par l'atmosphère terrestre. On s'appuie sur le modèle de l'atmosphère isotherme et sur l'électromagnétisme pour y décrire la propagation de la lumière. L'atténuation par interaction entre les molécules de l'atmosphère et le rayonnement solaire est également analysée. La déviation des rayons

lumineux par l'atmosphère est alors estimée et il apparaît qu'elle permet d'expliquer la visibilité de la Lune.

La seconde partie porte sur l'étude de l'écho d'un claquement de mains après réflexion sur l'escalier d'une pyramide maya. Après des rappels sur les spectres de signaux périodiques et leur résolution expérimentale, on étudie le spectre du cri d'un quetzal en fonction du temps. La réflexion de l'onde sonore produite par le claquement de mains sur les marches de la pyramide présente un spectre analogue. On interprète cette observation par l'étude du déphasage entre les ondes réfléchies par les marches successives.

3.2.2 Remarques générales

Pour cette épreuve de la filière MP, les copies sont dans l'ensemble agréables à lire (propreté, présentation, rédaction). La notation en gras des vecteurs est une commodité typographique pour l'énoncé. Au contraire, dans les copies, il est vraiment préférable d'utiliser la notation usuelle avec une flèche pour désigner les vecteurs.

Le jury tient à saluer le niveau globalement très correct de l'ensemble des copies, malgré les conditions difficiles de cette fin d'année scolaire, et la pugnacité des candidats et de leurs enseignants, qui se sont accrochés durant ces derniers longs mois.

3.2.3 Remarques sur les questions

Q1 - Les réponses situant la Lune soit à la position 3, soit à la position 4 n'ont pas été acceptées.

Q2 - La moitié des copies propose $\theta_d = rL/TL$.

Q3 - Dans le cadre du programme de la filière MP, on pouvait traiter le début de la réponse de deux manières : soit en invoquant la loi de l'hydrostatique, soit le facteur de Boltzmann. Une très large majorité des copies a choisi la première solution. L'estimation de la hauteur H_c a régulièrement été erronée d'un facteur mille.

Q4 - Beaucoup de copies proposent une estimation correcte des masses volumiques, comparent les valeurs obtenues au sommet de l'Éverest, mais concluent que le modèle de l'atmosphère isotherme est irréaliste, considérant que 20°C et -20°C sont des températures bien différentes. Le jury invite les futurs candidats à réfléchir à la validité de ce modèle.

Q5 - Souvent très bien traitée : la direction de polarisation est attribuée au bon champ et est très rarement confondue avec la direction de propagation. C'est très positif. Quelques copies donnent des champs complexes, sans en déduire leur expression réelle, pourtant explicitement demandée par l'énoncé. Une justification, même sommaire, à la relation $B_m = E_m/c$ était attendue. La représentation graphique est plus délicate : même dans les copies ayant fourni des expressions théoriques correctes, les champs n'y sont pas toujours en phase (peut-être y a-t-il eu une confusion avec la structure d'ondes stationnaires à une interface métal-vide, chez certains). On note également que la notion de trièdre direct n'est pas bien acquise (les candidats en font bien mention dans la copie, mais la figure est incorrecte).

Q6 - Le jury a été heureux de constater que cette question a été souvent également très bien traitée. Les candidats ayant utilisé la notation complexe dans la question précédente ont rarement conscience que cette notation ne peut pas être utilisée pour exprimer le vecteur de Poynting. Les unités du champ électrique sont incorrectes dans la moitié des copies. La mention « USI » n'est pas assez explicite pour être acceptée.

Q7 - Une moitié des copies propose une combinaison du nombre d'Avogadro, M_a et ρ_a non homogène.

Q8 - Correctement traitée par plus de la moitié des copies. Le bilan énergétique a été cependant difficile.

Q9 - Les fautes de signe déjà sanctionnées à la question précédente n'ont pas été pénalisées dans cette question. En revanche, un nombre significatif de copies propose une expression de d_0 dont le signe (global) n'est pas en accord avec l'équation différentielle obtenue dans la copie, ce qui a été pénalisé.

Q10 - Souvent bien traitée, cette question a parfois donné lieu à des réponses inattendues. Tout argument relatif explicitement à une différence d'indice optique entre le vide et l'atmosphère, ou à la non-uniformité de l'indice optique de l'air dans l'atmosphère, a été accepté. En revanche, la dispersion ou la présence d'eau dans l'atmosphère ne constituent pas une justification valide. Nous n'avons également pas accepté une réponse du type « contrairement au vide, l'indice optique de l'atmosphère est strictement positif » proposée dans quelques copies.

Q11 - Les erreurs les plus fréquentes ont été observées : sur le calcul du développement limité ; sur le calcul de la troisième relation, qui a donné lieu à des oublis de facteur $1/Hc$ (ce qui conduit à une expression pourtant non homogène) ; sur le signe lors de la dérivation de l'exponentielle.

Q12 - Une justification (même succincte), rarement proposée, sur le choix des bornes à 0 et ∞ , était attendue.

Q13 - Cette question pouvait être traitée de différentes manières : beaucoup de candidats ont fait un développement au premier ordre en $\delta\lambda/\lambda$; d'autres, ayant peut-être vu dans le paragraphe suivant que $\delta\lambda \approx \lambda$, se sont limités à une soustraction. Le jury s'est adapté et les points ont été attribués à condition que le résultat soit cohérent avec la méthode choisie (signe, facteur numérique, puissance).

Q14 - Question sélective. Les copies ayant fait l'effort de proposer un schéma représentant correctement les angles θ_S et θ_T ont été bonifiées, même si la conclusion n'était pas bonne.

Q15 - Une moitié des copies indique que la Lune totalement occultée est bleue.

Q16 - Si l'estimation de la fréquence du fondamental est quasiment toujours bonne, l'amplitude du pic 2 est plus délicate. Beaucoup de copies proposent $20 \log(a^2) = -50$.

Q17 - L'estimation de T_a est presque toujours bonne. La formule de Shannon a posé plus de difficultés. Les valeurs erronées, fréquemment proposées, ont été 3 kHz (en ne considérant que le pic 1) ou 1,5 kHz (en divisant par 2 la fréquence du pic 2, par mauvaise connaissance de la formule de Shannon).

Q18 - Question assez mal traitée. Les copies, se limitant à affirmer que le nombre de pixels est égal au produit τf_M sans justification, ne se sont vu attribuer qu'une partie des points.

Q19 - La condition sur τ_d a été assez peu correctement proposée. On ne pouvait pas se contenter d'affirmer « il faut τ_d très grand » (sans préciser par rapport à quoi). La condition « $\tau_d > T_a$ » n'est pas non plus suffisante. Quelques copies ont proposé une condition sur τ_d liée à la résolution verticale. Les points ont été accordés à condition, là aussi, que la relation obtenue ne soit pas une simple inégalité, mais bien une comparaison des ordres de grandeur. Concernant la partie graphique, beaucoup de candidats ont utilisé le document réponse pour cette question. Le deuxième pic donne souvent lieu à un segment horizontal alors que le premier était bien associé à un segment oblique. Les fréquences en $t = 0s$ et $t = 0,5\tau_d$ n'étaient pas toujours indiquées.

Q20 - Question plutôt bien traitée. Les erreurs courantes ont été : une surestimation de la durée du chant (les candidats n'ayant pas pris en compte que l'émission débute vers $70ms$) ; une inversion des fréquences (les copies proposent la fréquence du fondamentale à $2,2kHz$ et l'harmonique 4 à $0,6kHz$).

Q21 - Correctement traitée par la moitié des copies. Les fautes courantes ont été une erreur de signe dans la phase « $t + dn/cs$ », l'oubli du facteur 2 dans ψ' . Quelques copies proposent une expression de ψ' sous forme d'une somme, tout à fait acceptable.

Q22 - Bien traitée également par la moitié des copies avec les mêmes fautes que pour la question précédente.

Q23 - Bien traitée.

Q24 - Le jury s'est réjoui de constater que la condition d'interférences constructives est bien énoncée par une majorité de candidats. Quelques copies indiquent cependant que le déphasage doit être un

multiple de π . Certaines autres, n'ayant pas bien perçu le sens de la question, répondent en donnant un intervalle de valeurs correspondant aux fréquences du domaine audible pour l'oreille humaine.

Q25 - Le jury a été déçu de constater que le calcul de d_n a posé de grandes difficultés pour beaucoup de copies, qui invoquent effectivement le théorème de Pythagore, mais en proposent une application erronée.

Q26 - L'exploitation de la figure et du texte l'accompagnant ont pu poser des difficultés. Quelques erreurs sur l'estimation de d_N . La question a cependant souvent été bien traitée par les copies l'ayant abordée.

Q27 - Question souvent bien traitée par les copies l'ayant abordée.

Q28 - Question plutôt bien traitée par les copies l'ayant abordée (positionnement de t_1 et t_N corrects, fréquences en t_1 et t_N correctes). Les copies présentant des segments de droite ont été un peu pénalisées.

3.3 Physique 2 - filière MP

3.3.1 Généralités et présentation du sujet

Le sujet s'intéresse à la loi de *WIEDEMANN-FRANZ* qui lie conductivité thermique, λ et conductivité électrique γ : $\lambda/\gamma = \kappa T$

Il est découpé en trois parties indépendantes entre elles.

- La première partie s'intéresse à la mesure expérimentale de γ via la mesure de la résistance d'un fil de cuivre, et explore les difficultés liées à la mesure d'une résistance faible.
- La deuxième partie modélise à l'échelle microscopique la conduction électrique puis la conduction thermique pour faire le lien entre les deux.
- La troisième partie exploite des données expérimentales utilisant la méthode « flash » pour déterminer λ

Ce sujet permettait d'évaluer les candidats sur différents points du programme et différents thèmes (électricité, mécanique, thermodynamique, ...).

3.3.2 Commentaires généraux

Les correcteurs ont été déçus de la qualité des copies, de nombreux candidats ayant renoncé dès les premières difficultés alors que beaucoup de questions étaient abordables et les parties totalement indépendantes. Les bases ne sont pas maîtrisées pour la plupart des candidats.

Le soin apporté à l'argumentation est un élément fondamental de l'évaluation, en particulier lorsque la question consiste à démontrer un résultat annoncé par l'énoncé (cas des questions **Q6** et **Q9** de ce sujet) : les tentatives de démonstrations peu rigoureuses ne sont pas convaincantes, et il est préférable d'admettre clairement le résultat plutôt que de tordre la logique pour l'obtenir.

Lorsque les questions sont des questions de cours (cas des questions **Q5**, **Q16** et **Q17** dans ce texte), il est attendu une argumentation précise, rigoureuse, respectueuse des notations : ne pas confondre $\frac{\partial}{\partial x}$ et $\frac{d}{dx}$, définir explicitement le système étudié, nommer les principes utilisés, établir proprement le signe des constantes des équations différentielles, ...

Dans ces questions comme dans les autres, seules les réponses argumentées sont prises en compte, le manque de justification fait perdre beaucoup de points à certaines copies.

Rappelons que les applications numériques ne sont valorisées qu'assorties d'une unité adéquate.

Certaines erreurs de calcul sont facilement identifiables, en particulier celles qui conduisent

- à un résultat visiblement non homogène, par exemple $R_2 = \frac{R + R_v}{RR_v}$;
- à une faute de signe manifeste, par exemple $\lambda < 0$;
- à un résultat qui égalise vecteur et scalaire ;
- à un résultat qui égalise grandeur finie et différentielle ;

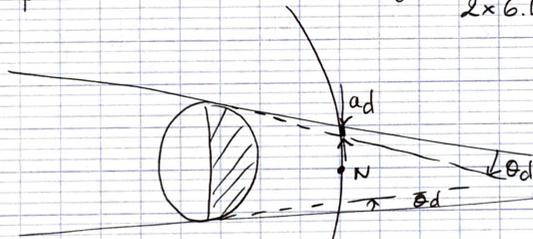
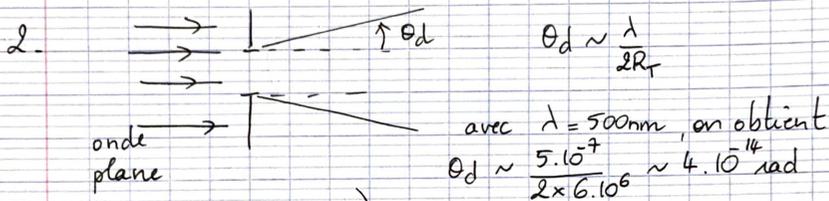
①

Au temps des Mayas

I Couleur de la Lune totalement éclipsee

A. Sources de lumière éclairant la Lune

1. La photo a été prise entre les positions 3 et 4, lorsque la Lune sort de la zone d'ombre.



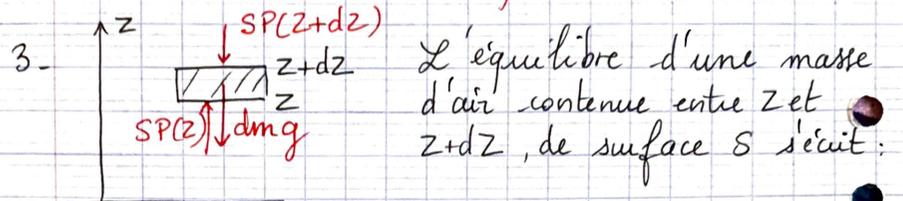
→ La taille typique de la zone éclairée par la lumière diffractée est de l'ordre de $a_d \sim r_T \theta_d \sim 4 \cdot 10^6 \times 4 \cdot 10^{-14} \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$, ce qui est ridiculement faible par rapport à la taille de la Lune. La diffraction ne peut en aucun cas expliquer que la Lune est éclairée pendant la phase de totalité.

On peut bien sûr penser, comme le suggère l'énoncé à la réfraction atmosphérique.

②

Les autres astres n'éclairent sans doute pas assez pour avoir un effet notable.

B. Modèle de l'atmosphère isotherme



$$- \rho_a(z) S dz g - SP(z+dz) + SP(z) = 0$$

$$\frac{dP}{dz} = - \rho_a g$$

or l'air est considéré comme un gaz parfait de masse molaire M_a : $\frac{P M_a}{RT} = \rho_a$

$$\frac{RT}{M_a} \frac{d\rho_a}{dz} = - \rho_a g$$

$$\frac{d\rho_a}{dz} = - \frac{\rho_a}{H_c}$$

$$\rho_a(z) = \rho_a(0) \exp\left(-\frac{z}{H_c}\right)$$

$$\text{avec } H_c = \frac{RT}{M_a g} = 8 \text{ km}$$

4. Au niveau de la mer:

$$\rho_a(0) = \frac{P(0) M_a}{RT} = \frac{1,0 \cdot 10^5 \times 29 \cdot 10^{-3}}{8,3 \times 293} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Au sommet de l'Everest:

$$\rho_a(z_e) = \rho_a(0) \exp\left(-\frac{z_e}{H_c}\right) \sim \rho_a(0) \exp(-1) \sim \frac{\rho_a(0)}{e} \approx 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Avec les données, on estime:

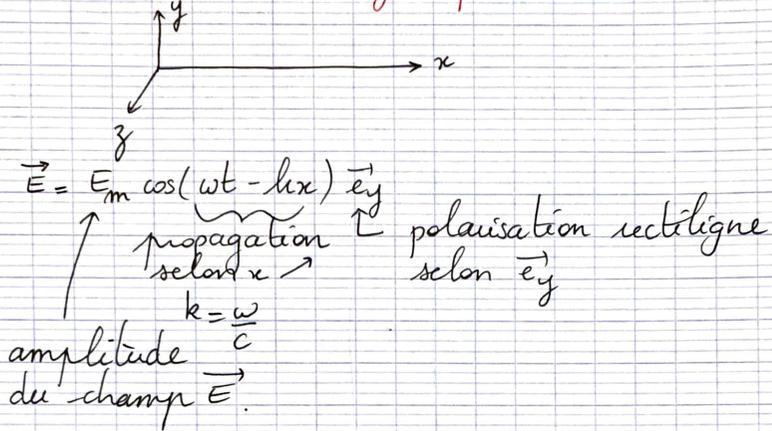
$$\rho_a'(z_e) = \frac{P(z_e) M_a}{R T(z_e)} = \frac{321 \cdot 10^2 \times 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \times 250} = 0,45 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

3

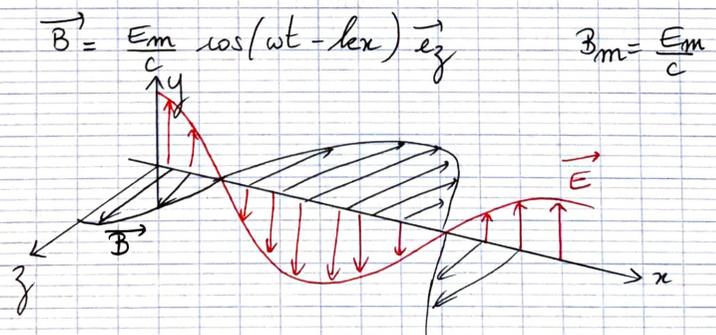
L'écart relatif est faible (~4% si on ne fait pas trop d'années) : le modèle de l'atmosphère isotherme est réaliste sur les 10 km d'atmosphère à partir du sol.

c. onde électromagnétique incidente.

5.



Pour une onde électromagnétique plane progressive x propageant dans le vide, on a $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{u}_x \wedge \vec{E}$



$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}$ ($\vec{k}, \vec{E}, \vec{B}$) forme un trièdre direct. Les champs \vec{E} et \vec{B} sont en phase.

4

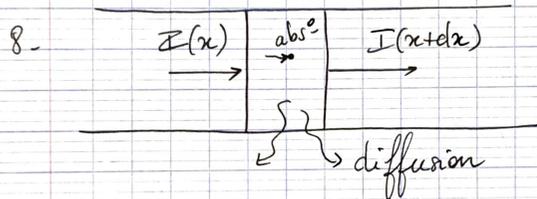
6. $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_m^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kx) \vec{e}_x$

$I_0 = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c} \rightarrow E_m = \sqrt{2\mu_0 c I_0} = 8 \cdot 10^2 \text{ V.m}^{-1}$

D. Transfert du rayonnement solaire à travers l'atmosphère terrestre.

7. $\gamma_a(x) = \mathcal{N}_A \frac{n}{V} = \mathcal{N}_A \frac{P}{RT} \frac{M_a}{M_a}$ $PV = nRT$

$\gamma_a(x) = \mathcal{N}_A \frac{P_a(x)}{M_a}$



$I(x)S = I(x+dx)S + \gamma_a(x)Sdx P_a + \gamma_p(x)Sdx P_p$

↑ puissance qui entre ↑ puissance qui sort + puissance diffusée ↑ puissance absorbée

$\frac{dI}{dx} = -\gamma_a P_a - \gamma_p P_p$

avec $P_a = k_a \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 I$ et $P_p = k_p I$

$\frac{dI}{dx} = -\left(\gamma_a k_a \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 + \gamma_p k_p\right) I$

⑤

$$9. \quad \frac{dI}{I} = - \left(\gamma_a(x) k_a \left(\frac{w}{w_0} \right)^4 + \gamma_p(x) k_p \right) dx$$

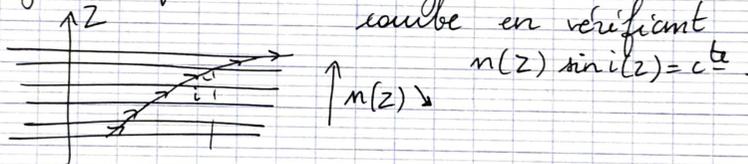
$$\int_{I(0)}^{I(x)} \frac{dI}{I} = - k_a \left(\frac{w}{w_0} \right)^4 \int_0^x \gamma_a(\xi) d\xi - k_p \int_0^x \gamma_p(\xi) d\xi = -d_0(x)$$

$$\ln \left(\frac{I(x)}{I(0)} \right) = -d_0(x)$$

$$I(x) = I(0) \exp(-d_0(x))$$

E. Réfraction atmosphérique

10. L'indice de l'atmosphère n'est pas uniforme : il y a réfraction : le rayon lumineux se courbe en vérifiant



La loi de Gladstone $n-1 \propto \rho$ indique que l'indice de l'air est plus important à basse altitude.

$$11. \quad r = R_T + Z = R_T + Z_0 + Z - Z_0 = r_0 + Z - Z_0$$

$$\left(\frac{r}{r_0} \right)^2 = \left(1 + \frac{Z - Z_0}{r_0} \right)^2 = \left(1 + \frac{u}{r_0} \right)^2 = 1 + \frac{2u}{r_0} + o\left(\frac{u}{r_0} \right)$$

$$\left(\frac{r^2}{r_0^2} - 1 \right)^{1/2} \approx \sqrt{\frac{2u}{r_0}} \approx \sqrt{\frac{2u}{R_T}}$$

6

$$n = 1 + \epsilon_\lambda \frac{\rho_a(z)}{\rho_a(0)}$$

$$dn = \frac{\epsilon_\lambda}{\rho_a(0)} da$$

$$\rho_a(z) = \rho_a(0) \exp\left(-\frac{z}{H_c}\right) = \rho_a(z_0) \exp\left(-\frac{u}{H_c}\right)$$

$$da = -\frac{1}{H_c} \rho_a(z_0) \exp\left(-\frac{u}{H_c}\right) du$$

$$12. \theta(z_0, \lambda) \approx 2 \int_{m_0}^{\infty} \left[\frac{n(m)}{n_0(m_0)} - 1 \right]^{-1/2} dm$$

$$\approx 2 \int_{\rho_a(z_0)}^{\rho_a(\infty)} \frac{\epsilon_\lambda}{\rho_a(0)} da$$

$$\approx \frac{2 \epsilon_\lambda}{\rho_a(0)} \left(-\frac{1}{H_c}\right) \rho_a(z_0) \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{u}{H_c}\right) du$$

$$\theta_d(z_0, \lambda) \approx \frac{\sqrt{2RT}}{\sqrt{H_c}} \epsilon_\lambda \exp\left(-\frac{z_0}{H_c}\right) \int_0^{\infty} \frac{\exp(-v)}{\sqrt{v}} dv$$

$$\theta_d(z_0, \lambda) \approx \theta(z_0) \epsilon_\lambda$$

$$\text{avec } \theta(z_0) = \sqrt{\frac{2RT}{H_c}} \exp\left(-\frac{z_0}{H_c}\right)$$

La déviation est maximale pour $z_0 = 0$.
 Ce sont, sans surprise, les rayons qui
 passent le plus près du sol qui sont
 le + déviés.

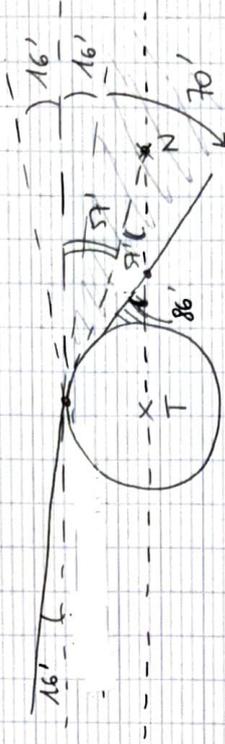
7

$$13. \delta\theta_\lambda = \theta(z_0) \delta\epsilon_\lambda$$

$$\delta\epsilon_\lambda = -2 \left(\frac{\lambda}{\lambda}\right)^2 \frac{d\lambda}{\lambda}$$

$$\delta\theta_\lambda = -2\theta(z_0) d\lambda \frac{d\lambda}{\lambda^3}$$

14.



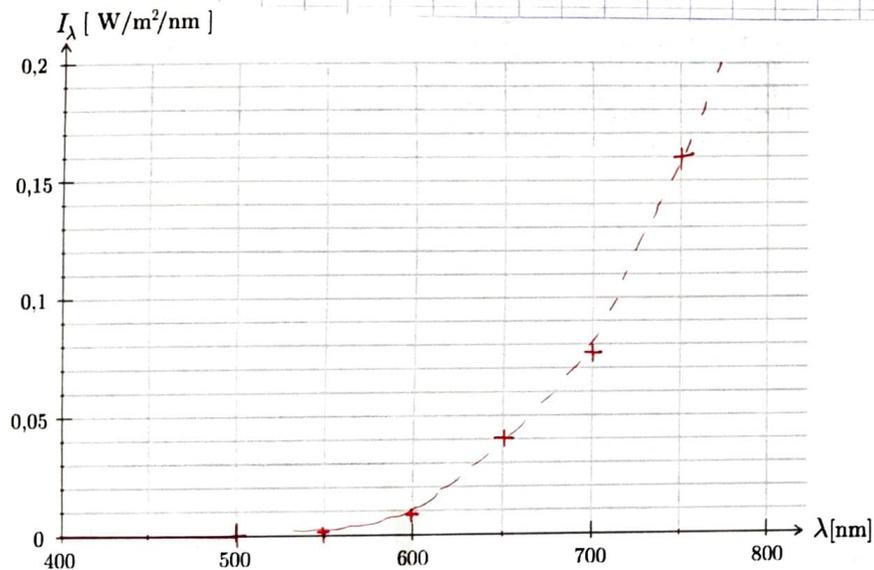
Le point N est dans la zone contenant des rayons issus du soleil et déviés par l'atmosphère : la refraction atmosphérique explique que la lune est éclairée par le soleil pendant l'éclipse.

F. prévision du spectre de la lumière reçue par la Lune

15. On relève quelques valeurs de I_λ et de $\exp(-d_0)$ pour la valeur correspondante de λ afin de tracer $I_\lambda(d) = I_\lambda \exp(-d_0)$.

λ	<500	600	650	700	750
I_λ ($W \cdot m^{-2} \cdot nm^{-1}$)	1,75	1,75	1,6	1,4	1,3
$\exp(-d_0)$	0	$5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$12,5 \cdot 10^{-2}$
$I_\lambda(\lambda)$	0	88.10	40.10	84.10	16.10

Le spectre de la lumière reçue par la Lune ne contient quasiment pas les petites longueurs d'onde et est en revanche très riche dans le rouge
 → la Lune apparaît rouge.



II Echo de la grande pyramide de Chichén Itzá

A - Sonogramme

16. On lit $f_1 \approx 1,5 \text{ kHz}$

On lit également $-50 = 20 \log \frac{a_2}{a_1}$

$$\log \frac{a_2}{a_1} = -\frac{5}{2} \Rightarrow a_2 = a_1 \cdot 10^{-5/2} = a_1 \cdot 10^{-2.5} = a_1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-0.5} = 3,16 \cdot 10^{-3} a_1$$

$$a_2 = 0,316 \text{ mV}$$

A. Si on ne considère dans le spectre que les fréquences f_1 et f_2 , le critère de Shannon est vérifié à condition d'avoir

$$f_c > 2f_2 = 4f_1 = 6 \text{ kHz}$$

La résolution est $\delta f = \frac{1}{T_a}$ - on veut $\delta f = 100 \text{ Hz}$
 → $T_a = 10 \text{ ms}$

18. $\delta f = \frac{1}{T_a}$ ne dépend que de T_a .

Nombre de pixels $N = \frac{t}{T_a} \times \frac{f_M}{\delta f}$
 nb de cases ent nb de valeurs de f pour lesquelles l'amplitude est calculée

$$i.e. N = \frac{500}{10} \times \frac{3,5 \cdot 10^3}{100} = 50 \times 35 = 1750 \text{ pixels}$$

19. Pour pouvoir suivre l'évolution temporelle de f_1 il faut qu'elle ne varie pas trop vite, ni trop lentement !

10

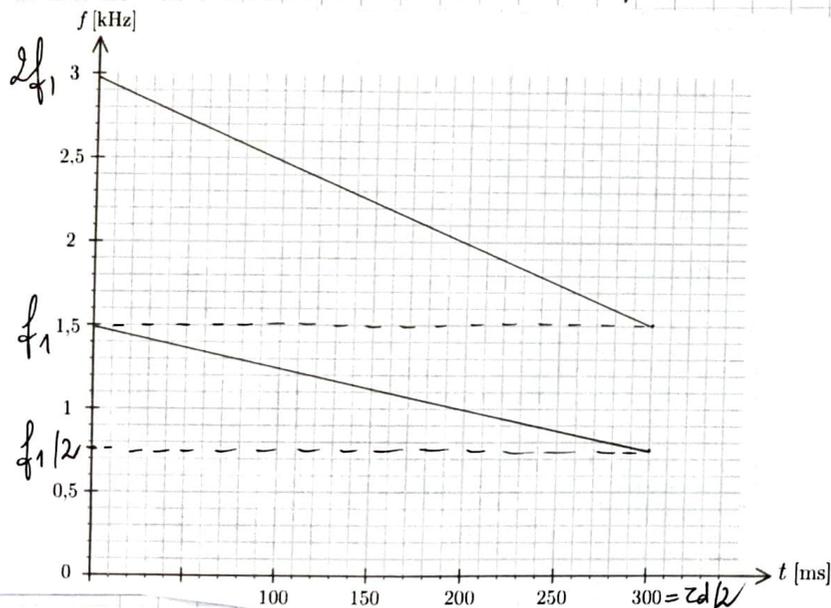
$$\frac{df_1}{dt} = -\frac{f_1}{z_d}$$

Pour que l'évolution soit sensible dans le temps de l'enregistrement il faut que f_1 varie de + d'un pixel sur la durée totale:

$$\frac{f_1}{z_d} > \frac{\delta f}{2} \Rightarrow z_d < \frac{f_1}{\delta f} \tau = 7,5 \text{ s}$$

On voudrait aussi idéalement que f_1 ne varie pas de plus d'un pixel par acquisition:

$$\frac{f_1}{z_d} < \frac{\delta f}{T_a} \Rightarrow z_d > \frac{f_1}{\delta f} T_a = 150 \text{ ms}$$



11

20. On lit (difficilement) $\tau_q \approx (200-60) \approx 140 \text{ ms}$

Pour $t = 140 \text{ ms}$, on lit, tout aussi difficile,
 $f_{q1} = 0,5 \text{ kHz}$ $f_{q2} = 1,1 \text{ kHz}$ $f_{q3} = 1,6 \text{ kHz}$ $f_{q4} = 2,2 \text{ kHz}$

B - Diffraction du son par une marche de l'escalier

21. $\psi(S, t) = \psi(S, t - \frac{SS_m}{c}) = s(t - \tau_m)$

τ_m est le temps de propagation de l'onde sonore de S à S_m . $\tau_m = \frac{d_m}{c_s}$

$$\psi'(S, t) = \psi'(S_m, t - \tau_m) = \kappa \psi(S_m, t - \tau_m)$$

$$\psi'(S, t) = \kappa s(t - 2\tau_m)$$

22. $\psi'(S, t) = \kappa s_m \cos(\omega(t - 2\tau_m))$

$$\phi'_m(t) = \omega(t - \frac{2d_m}{c_s}) \quad \phi'_m(t)$$

C - Superposition constructive en S

23. $\Delta\phi'_m = \frac{2\omega}{c_s} (d_{m+1} - d_m)$

24. Interférences constructives pour $\Delta\phi'_m = 2m\pi$

$$\frac{2\omega_m}{c_s} (d_{m+1} - d_m) = 2m\pi \quad \text{ou} \quad \omega_m = 2\pi\nu_m$$

$$\Rightarrow \nu_m = m \frac{c_s}{2(d_{m+1} - d_m)}$$

(12)

$$25. \quad d_n = SS_n = ((a+nb)^2 + (nb)^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$d_{n+1}^2 - d_n^2 = (a+(n+1)b)^2 + (n+1)^2 b^2 - (a+nb)^2 - n^2 b^2 \\ = 2ab + 2b^2(2n+1)$$

$$d_{n+1}^2 - d_n^2 = (d_{n+1} - d_n)(d_{n+1} + d_n) \\ \approx 2d_n(d_{n+1} - d_n)$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{cs}{2(d_{n+1} - d_n)} = \frac{cs \times 2d_n}{2(2ab + 2b^2(2n+1))}$$

$$v_1 = \frac{cs}{2ab} \underbrace{\frac{1}{1 + \frac{b}{a}(2n+1)}}_{g(n)} d_n$$

26. On relève sur la figure 12 :

$d_N = 50 \text{ m}$ (Le calcul donne exact le même résultat $d_N = ((a+91b)^2 + (91b)^2)^{\frac{1}{2}}$)

$d_1 = SS_1 = ((20+0,263)^2 + 0,263^2)^{\frac{1}{2}} = 20,265 \text{ m}$

$t_1 = \frac{2d_1}{c_s} = 119 \text{ ms}$

$t_N = \frac{2d_N}{c_s} = 294 \text{ ms}$

} durée de l'écho $\Delta t = t_N - t_1 = 175 \text{ ms}$

Cette durée correspond assez bien à la durée du chant du jeune quetzal de la figure 10.

(13)

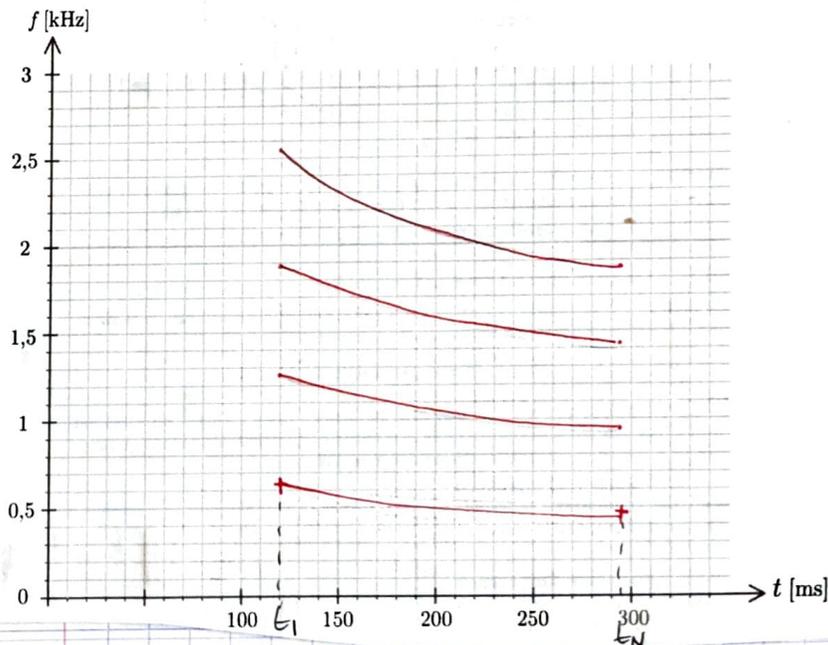
$$27. \quad v_1(t_1) = \frac{cs}{2ab} g_1 d_1 = \frac{340}{2 \times 20 \times 26,3 \cdot 10^{-2}} \times 19,5$$

$$v_1(t_1) = 630 \text{ Hz}$$

$$v_1(t_N) = \frac{cs}{2ab} g_N d_N = v_1(t_1) \frac{g_N d_N}{g_1 d_1} = 630 \times \frac{14,6}{19,5}$$

$$v_1(t_N) = 472 \text{ Hz}$$

28. L'allure du sonogramme est celle du graphe $g(n)d_n$



29. Les sonogrammes sont très similaires. La lecture de la figure 10 n'est pas aisée mais il semble que les fréquences du chant du jeune quetzal sont légèrement plus élevées que celle de ce modèle de son diffracté par les marches. La fréquence du chant du quetzal adulte est sans doute plus basse.