Pourquoi le Soleil n'explose pas,

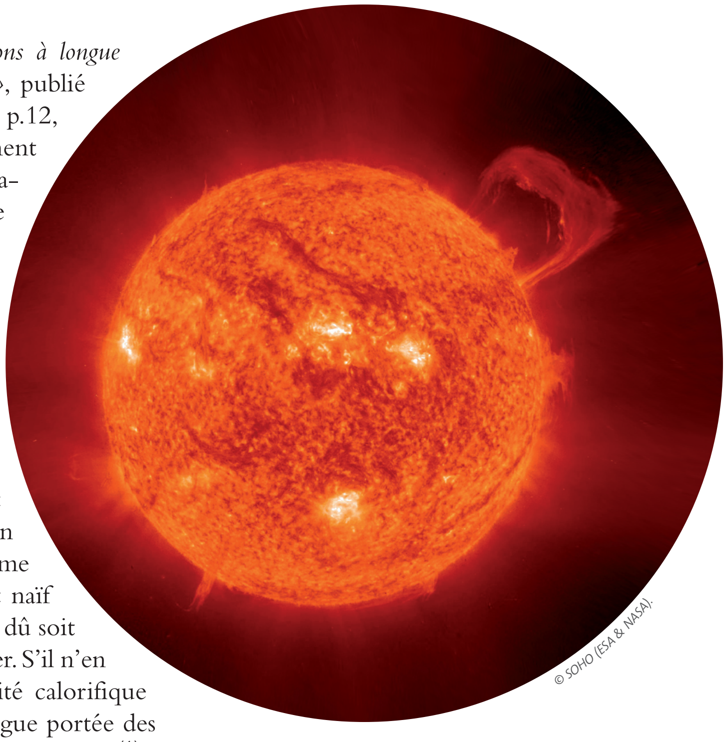
ou les bienfaits d'une chaleur spécifique négative

Roger Balian (balian@cea.fr)
Institut de Physique Théorique, CEA/Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

Une étoile comme le Soleil rayonne régulièrement, tant que son carburant nucléaire n'est pas épuisé. Pourtant, si son énergie variait dans le même sens que sa température, comme il semble raisonnable de le supposer, elle serait instable : elle ne pourrait qu'avorter ou exploser. En réalité, sa capacité calorifique est négative en raison de l'attraction gravitationnelle entre ses constituants ; c'est ce qui assure la permanence et la stabilité de son rayonnement.

Les idées présentées ici sont anciennes et bien connues des astrophysiciens. Néanmoins, il nous a semblé qu'elles méritaient de faire partie du bagage culturel de toute la communauté des physiciens, et même d'un plus large public.

Dans son article « *Interactions à longue portée et systèmes non extensifs* », publié dans *Reflets de la physique* n°7, p.12, Jacques Villain fait incidemment allusion à « l'interaction gravitationnelle qui fournit un exemple non académique (mais bien plus difficile à traiter) de chaleur spécifique négative ». Cette question n'est effectivement pas très facile à traiter, mais son importance, cruciale et souvent insoupçonnée, est telle qu'il m'a semblé utile de la présenter. Elle concerne en effet la stabilité du Soleil, condition même de notre existence ! Comme on va le voir, un raisonnement naïf suggère que le Soleil aurait déjà dû soit exploser, soit s'arrêter de rayonner. S'il n'en est rien, c'est grâce à sa capacité calorifique négative, conséquence de la longue portée des forces de gravitation entre ses constituants (1).



© SOHO (ESA & NASA).

Bilan énergétique

À l'intérieur d'une étoile, la matière est localement à l'équilibre ; la température et la densité décroissent du centre au bord. Avec une excellente approximation, l'énergie $E = U+E_G$ de l'astre se décompose en deux parties. La première, l'énergie interne thermodynamique

$$U = \int u(\mathbf{r})\mathrm{d}^3\mathbf{r}$$

est l'intégrale de la densité d'énergie $u(\mathbf{r})$, dont l'expression en fonction des variables thermodynamiques locales (température, composition et densité) est la même qu'en l'absence de gravitation. À l'échelle microscopique, elle inclut l'énergie cinétique des particules constitutives, électrons et noyaux, et leur énergie associée aux interactions coulombiennes, écrantées en raison de la neutralité électrique. La seconde, la partie gravitationnelle E_G de l'énergie, n'est pas extensive ; elle s'exprime en termes de la masse volumique locale $\rho(\mathbf{r})$ par :

$$E_G = -G\int \rho(\mathbf{r})\mathrm{d}^3\mathbf{r}\,\rho(\mathbf{r'})\mathrm{d}^3\mathbf{r'}/2|\mathbf{r}-\mathbf{r'}|\,.$$

L'énergie totale E peut varier pour deux raisons : (i) la surface perd par rayonnement une puissance L, qui est la luminosité de l'astre ; (ii) les réactions nucléaires se produisant dans le cœur y libèrent une puissance calorifique Q. On a donc à tout instant : $\mathrm{d}E/\mathrm{d}t = Q-L$ (2).

La luminosité L est déterminée par la valeur de la température T_s près de la surface de l'étoile, tandis que le taux de fusion thermonucléaire Q est gouverné par la température T_c de son cœur actif. La puissance Q est une fonction fortement croissante de T_c ; en effet, afin de venir au contact pour fusionner, deux noyaux doivent franchir par effet tunnel une barrière coulombienne, et la probabilité de traversée de cette barrière croît avec l'énergie cinétique relative des noyaux, proportionnelle à T_c. Le transport de chaleur du cœur vers la surface est lent, typiquement 100 000 ans. La luminosité L ne dépend donc pas directement de Q ; cependant, ces quantités doivent être égales en régime stationnaire. Or, la luminosité du Soleil est restée pratiquement constante sur des temps géologiques : nous observons donc la stabilité d'un régime où les températures T_s et T_c s'ajustent spontanément à des valeurs telles que L et Q s'équilibrent. Comment expliquer cette propriété ?

Article disponible sur le site http://refletsdelaphysique.fr ou http://dx.doi.org/10.1051/refdp/2008015

Une instabilité thermonucléaire ?

Supposons que le régime stationnaire où $L = Q$ soit atteint et qu'une perturbation fasse légèrement croître la température T_c du cœur. Il s'ensuit une augmentation du taux de production thermonucléaire de chaleur Q. Cette chaleur excédentaire reste piégée près du centre, en raison de la lenteur de sa progression vers la surface ; la luminosité L n'est donc pas affectée à court terme. L'énergie E de l'étoile, qui varie selon $dE/dt = Q - L$, croît. Si alors la « capacité calorifique », qu'il est naturel de définir comme $\partial E/\partial T_c$, était positive comme le suggère notre intuition, cette croissance de E entraînerait une élévation supplémentaire de la température, notamment dans le cœur ; d'où un nouvel accroissement de Q, et ainsi de suite… et l'étoile finirait par exploser ! Inversement, une petite diminution de température du cœur serait amplifiée et aboutirait au refroidissement de l'étoile, jusqu'à extinction par arrêt des réactions ! En réalité, puisque notre Soleil brûle régulièrement son carburant nucléaire sur des milliards d'années, c'est que son régime stationnaire est stable. Ceci implique qu'un excès de production de chaleur entraîne un refroidissement, c'est-à-dire que la capacité calorifique $\partial E/\partial T_c$ soit négative.

Il nous faut expliquer ce signe de $\partial(U+E_G)/\partial T_c$. Puisque la chaleur spécifique locale hors gravitation $\partial u/\partial T$ est positive, une élévation de température en un point quelconque, en particulier au centre, fait croître U. Comment varient alors E_G et $U+E_G$?

L'équilibre gravitationnel sauveur

Bien que l'équilibre thermodynamique global ne soit jamais établi, l'étoile réagit à une perturbation en maintenant son équilibre gravitationnel global ; cet ajustement est rapide grâce à la longue portée des forces. (On a une idée de cette rapidité en notant que les ondes de gravité, pour lesquelles la densité de l'étoile oscille « en bloc », ont des périodes de l'ordre de l'heure.) La condition d'équilibre s'obtient en exprimant que $E = U + E_G$ est minimale pour toute déformation virtuelle (sans transfert de chaleur ni diffusion de matière entre éléments de volume) ; ceci conduit à l'équation de l'hydrostatique qui relie localement pression et pesanteur. Écrivons en particulier la variation de $E = U + E_G$ dans la transformation adiabatique infinitésimale où chaque élément de volume de matière se déplace de $\mathbf{r}$ en $\mathbf{r}+\delta\mathbf{r}=\mathbf{r}(1+\varepsilon)$ et se dilate donc de $\delta[d^3\mathbf{r}]=d^3\mathbf{r}[(1+\varepsilon)^3-1]=3\varepsilon d^3\mathbf{r}$. L'énergie interne d'un élément de volume varie de $\delta[u(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}] = -P(\mathbf{r})\delta[d^3\mathbf{r}] = -3\varepsilon P(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}$, où la pression $P(\mathbf{r})$ est définie par l'expression habituelle du travail (laissant de côté les forces de gravitation). La variation de l'énergie interne thermodynamique est donc donnée par

$$\delta U = \int \delta\left[u(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}\right] = -3\varepsilon \int P(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}.$$

Par ailleurs, la forme en $1/r$ de l'énergie gravitationnelle fournit $\delta E_G/E_G = -\varepsilon$, de sorte que la condition $\delta(U+E_G) = 0$ dans une dilatation infinitésimale implique

$$E_G = -3\int P(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}.$$

C'est cette relation, valable pour tout objet en équilibre gravitationnel, qui va nous permettre de déterminer comment E_G et donc E varient avec la température.

La matière de toutes les étoiles de la série principale, et en particulier celle du Soleil, est constituée essentiellement d'électrons, de protons et de noyaux d'hélium. Les températures sont suffisamment élevées pour que l'ionisation soit complète (sauf près de la surface), mais assez basses pour que les particules n'atteignent pas des vitesses relativistes (13 eV $\ll k_B T \ll$ 0,5 MeV). Leurs interactions se réduisent aux forces coulombiennes, dont la contribution à l'énergie, aux températures considérées, est faible en valeur relative. On peut donc modéliser le matériau comme un mélange de gaz parfaits classiques (d'électrons, de protons et de noyaux d'hélium), dont l'énergie interne U se réduit à la somme des énergies cinétiques des particules(3). En utilisant alors localement pour chaque espèce (dont le nombre de particules par unité de volume est n) les équations d'état $P = nk_BT$ et $u = 3nk_BT/2$, on trouve que la densité d'énergie interne et la pression sont liées en tout point par $u = 3P/2$; on en tire $E_G = -2U$.

Stabilité !

On obtient en définitive la remarquable relation $E = -U$: la présence des forces de gravitation renverse le signe de l'énergie totale. Celle-ci varie donc en sens inverse des températures dans l'étoile. Un excédent d'énergie dE/dt conduit à une diminution $dU/dt = -dE/dt$ de l'énergie interne et à un refroidissement, ce qui fait baisser le taux Q de production d'énergie ; inversement, une diminution de la production de chaleur aboutit à un réchauffement, donc à une augmentation de Q. La température T_c du cœur tend donc à s'ajuster sur la valeur pour laquelle Q devient égale à L ; d'où une régulation du chauffage et l'établissement d'un régime stationnaire stable. Autre singularité : l'étoile se contracte lorsqu'elle s'échauffe, puisque l'énergie gravitationnelle (en $-1/r$) diminue en même temps que la température augmente. Ce sont ces propriétés exotiques qui assurent la stabilité du fonctionnement de la chaudière thermonucléaire des étoiles, et qui expliquent aussi leur évolution. ■

(1) La compréhension du fonctionnement et de l'évolution des étoiles passionne les étudiants. Les questions à résoudre pour y parvenir font appel à de nombreuses branches de la physique, et présentent un grand intérêt pédagogique. On pourra consulter les articles de M. Nauenberg, V. Weisskopf, "Why does the Sun shine?" *Am. J. Phys.* **46** (1978) 23-31, et de R. Balian, J.-P. Blaizot, "Stars and statistical physics: a teaching experience", *Am. J. Phys.* **67** (1999) 1189-1206.

(2) Nous n'avons pas inclus dans la définition de E l'énergie nucléaire stockée dans les noyaux, de sorte que l'abaissement de cette dernière se traduit pour E comme une source de chaleur. Ses variations sont très lentes : au centre du Soleil, la puissance calorifique dégagée par fusion représente quelques mW par kg, alors que l'énergie interne u est de l'ordre de 10^{10} J par kg.

(3) La mécanique quantique n'intervient pas pour ces étoiles de la série principale, car les distances entre électrons (0,1 nm en moyenne dans le Soleil) y sont plus grandes que la longueur thermique quantique $h/(2\pi m k_B T_c)^{1/2}$=0,02 nm. Pour les naines blanches, étoiles ayant épuisé leur combustible nucléaire, la masse volumique est 10^6 fois plus grande, de sorte que leurs électrons ont un comportement quantique. Leur matière se modélise comme un mélange de particules non relativistes sans interaction – protons et noyaux légers classiques, et électrons constituant un gaz de Fermi. Les équations d'état classiques ne sont plus valables, et le théorème dit « du viriel », qui pouvait aussi être utilisé pour démontrer directement que $E_G=-2U$ dans un gaz parfait classique autogravitant, ne s'applique plus. Cependant, on peut montrer que la relation $u=3P/2$, d'où découle $E_G=-2U$, s'étend aux gaz quantiques non relativistes. (Dans ce but, on écrit, pour chaque espèce de particules, classiques ou quantiques, le potentiel thermodynamique du gaz à l'équilibre grand canonique et on compare la pression et l'énergie interne qui s'en déduisent.) Par suite, le régime permanent est stable pour les naines blanches comme pour les étoiles de la série principale, du moins si elles ne sont pas trop massives. Pour des étoiles de masse plus élevée, plus chaudes, les constituants atteignent des vitesses relativistes et la relation $u=3P/2$ est violée, ce qui peut conduire à une instabilité explosive.