

# X - 2021 - ADS Physique

11 mai 2022

## Format de l'épreuve

- durée au tableau : 40 min
- durée de préparation sur table : 2h
- nombre d'examineurs dans le jury : 1

## 1 Sujet

Un article de *Reflets de la physique*, sur la redéfinition du Kelvin à partir de la constante de Boltzmann.

**Établir le lien entre  $k_B$  et le Kelvin et montrer l'importance de la révision du Kelvin.**

La relation suivante était donnée en préambule ( $c_s$  : vitesse du son dans un gaz) :

$$c_s^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S$$

# Le kelvin révisé et la constante de Boltzmann

Laurent Pitre (laurent.pitre@cnam.fr) et Mohamed Sadli (mohamed.sadli@cnam.fr)  
Laboratoire commun de métrologie LNE-Cnam, 61 rue du Landy, 93210 Saint-Denis

Depuis le 20 mai 2019, l'unité de température thermodynamique, le kelvin, ne repose plus sur une valeur exacte de la température du point triple de l'eau, mais sur une valeur fixe de la constante de Boltzmann.

En 2018, le système international d'unités, ou Système international (SI), connaissait sa plus grande révolution depuis la mise en place du système de mètres-kilogrammes-secondes (MKS) avec la Convention du mètre de 1875. Désormais, les définitions de cinq des sept unités de base – le mètre, la seconde, le kilogramme, l'ampère et le kelvin – sont formulées à partir des constantes fondamentales dont les valeurs sont fixées, indéfiniment (sauf si un grand bouleversement dans les lois de la physique intervient). En particulier, l'unité de température thermodynamique, le kelvin, ne repose plus sur une valeur exacte de la température du point triple de l'eau (273,16 K) mais plutôt sur une valeur fixe de la constante de Boltzmann  $k$  ( $1,380\ 649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ ). Redéfinir le kelvin à partir de la constante de Boltzmann  $k$ , reliant la température thermodynamique au quantum d'énergie d'agitation thermique, va avoir comme principal avantage de ne favoriser aucune température ni aucune méthode pour sa mesure, alors qu'avec la précédente définition, il était toujours nécessaire de référer toute mesure de température (des très basses températures en dessous de 20 K à la pyrométrie au-dessus de 1000 °C) à la température du point triple de l'eau, 273,16 K.

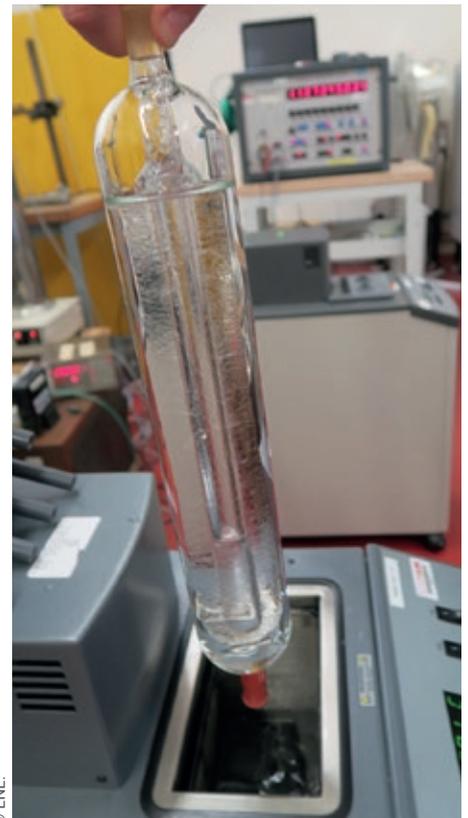
## Un peu d'histoire

Historiquement, la température a été l'une des premières grandeurs physiques qu'on a cherché à mesurer pendant la Renaissance, à la fin du XVI<sup>e</sup> siècle. Les

premiers thermomètres traçables et interchangeable ont été des thermomètres à dilatation d'alcool liés par construction au point de glace (aujourd'hui 0 °C). Ces thermomètres, très en avance sur leur temps, ont été développés par Torricelli et le duc Ferdinand II de Médicis [1] en 1650 (un siècle avant Celsius), suite au besoin de créer les premières stations météorologiques, établies aux alentours de la ville de Florence entre 1650 et 1665.

Alors que le besoin de connaître la température s'est exprimé si tôt et que la nature intensive de cette grandeur a dicté la nécessité d'une échelle constituée de repères répétables et pratiques, ce n'est que deux siècles plus tard que William Thomson (anobli ensuite et devenu Lord Kelvin) va concevoir une échelle qui permettra de décrire correctement la température dans les relations de la physique. En effet, les relations de la thermodynamique et de la physique statistique n'ont de sens que si la température est nulle lorsque les atomes et les molécules sont au repos absolu. En son honneur, l'unité de température va avoir comme nom le kelvin.

Ce n'est qu'au début du XX<sup>e</sup> siècle que la communauté scientifique a commencé à travailler sur une échelle internationale de température définissant des repères de température sur tout le domaine, ainsi que sur des instruments (thermomètres) permettant d'interpoler entre ou d'extrapoler au-delà de ces repères, appelés points fixes. La température dans l'échelle devait être



1. Cellule point triple de l'eau, ancienne matérialisation de l'unité de température, désormais un point fixe comme les autres.

aussi proche que possible de la température thermodynamique, et c'est cette quête d'équivalence, voire d'égalité, qui a motivé les actualisations de l'échelle de température. Celles-ci se sont succédé jusqu'en 1990, à une cadence moyenne d'une vingtaine d'années et avec toujours le souci de garantir autant que possible une continuité de l'unité et des mesures.

Ainsi, pour redéfinir l'unité de température tout en assurant une transition douce, la mesure de la constante de Boltzmann,  $k$ , devait se faire au point triple de l'eau [2] (fig. 1).

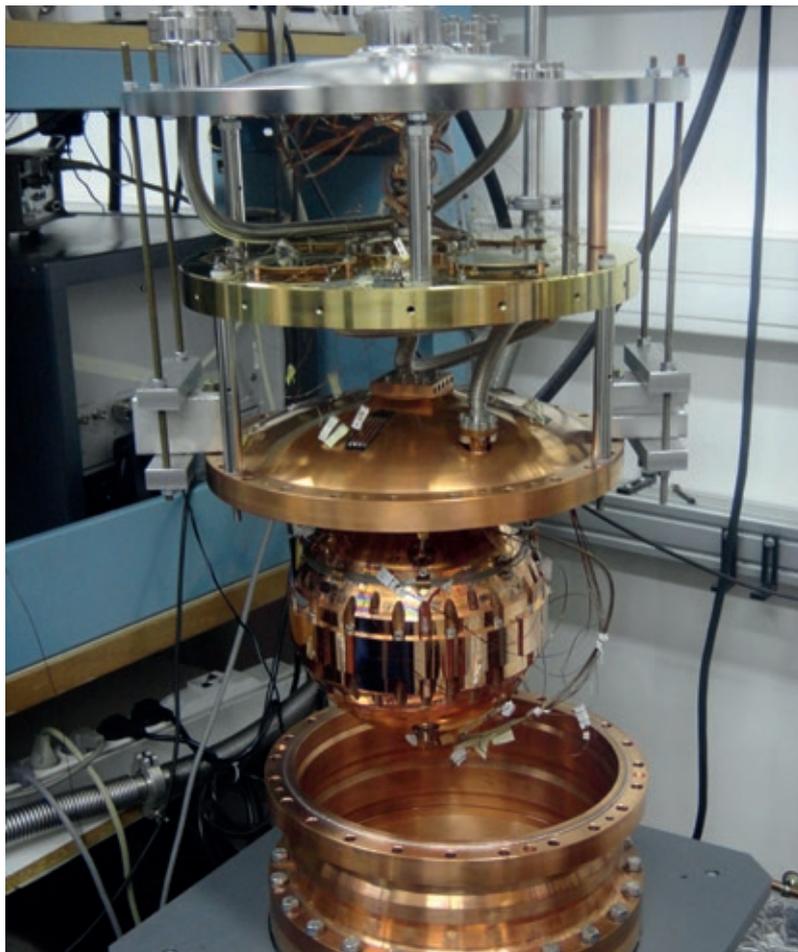
## Détermination expérimentale de la constante de Boltzmann

La détermination expérimentale de  $k$  avec l'incertitude requise pour que la redéfinition n'altère pas notablement l'exactitude de la connaissance de la température, soit typiquement de l'ordre de 0,273 mK ou  $10^{-6}$  en valeur relative, n'est pas chose aisée.

Des chercheurs du monde entier se sont attelés à cette tâche durant les dix dernières années en exploitant des lois de la physique dans lesquelles intervient soit le produit  $kT$ , soit le produit  $RT$  où  $R = kN_A$  est la constante molaire des gaz (constante des gaz parfaits) et  $N_A$  la constante d'Avogadro. Il est à noter que l'incertitude relative sur  $N_A$  en 2017 étant de  $1,2 \times 10^{-8}$ , elle était négligeable devant celle de  $k$  ; les précisions sur les déterminations expérimentales de  $k$  et  $R$  sont donc essentiellement équivalentes.

La thermométrie des gaz parfaits, basée sur l'équation d'état  $pV = nRT$  où  $n$  est la concentration molaire en gaz par unité de volume, ne pouvait convenir pour cette mesure : en effet, il est impossible de mesurer  $n$  et le volume  $V$  au niveau d'exactitude requis. Il en était de même pour la loi d'Einstein sur le mouvement brownien et pour la loi de Curie décrivant l'aimantation d'un échantillon. La loi de Planck pour le rayonnement de corps noir ne pouvait pas non plus être utilisée pour mesurer  $k$  au niveau d'exactitude requis à la température du point triple de l'eau ; cette méthode, qui repose sur des mesures radiométriques absolues de la densité spectrale de luminance d'un corps noir, est bien mieux adaptée au domaine spectral visible et donc aux très hautes températures (au-delà de 1000 °C).

Plusieurs autres lois pouvaient être utilisées pour déterminer la valeur de  $k$ , telles que celles qui associent la température à la vitesse du son et à la masse molaire (thermométrie acoustique à gaz), à la constante diélectrique ou à l'indice de réfraction (thermométrie à gaz par mesure de la constante diélectrique), à la puissance de bruit électrique dans une largeur de bande donnée (thermométrie à bruit de Johnson) ou à la largeur spectrale d'une résonance d'absorption optique (thermométrie par mesure de l'élargissement Doppler). Notons que seules les trois premières méthodes étaient assez précises pour contribuer à la valeur qui a été fixée pour  $k$  [3].



© Laurent Pitre

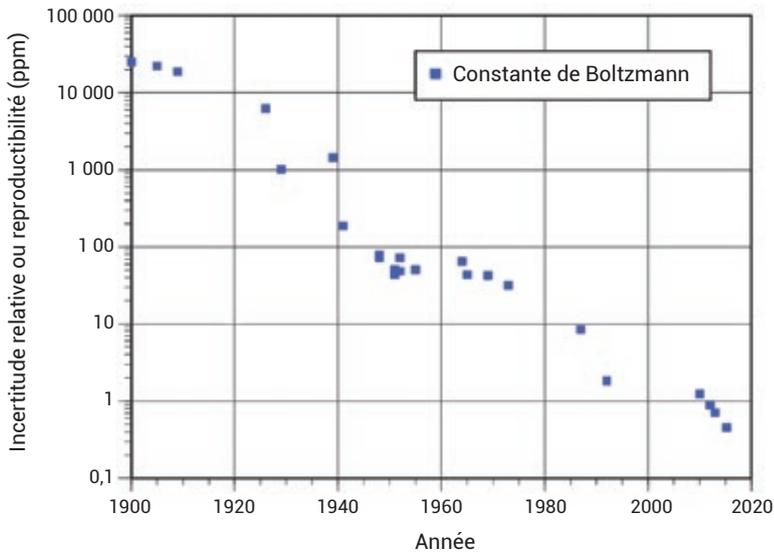
**2. Résonateur sphérique utilisé par l'équipe du LNE-Cnam pour mesurer la constante de Boltzmann  $k$  par thermométrie acoustique.** Le résonateur, dont le volume intérieur est de quelques litres, est rempli de gaz rare (hélium ou argon) et placé dans un cryostat. On mesure les fréquences acoustiques de ses modes d'oscillation radiale.

### La mesure de $k$ par thermométrie acoustique

La mesure de la constante de Boltzmann par voie acoustique, réalisée par notre équipe au LNE-Cnam, est basée sur le fait que la vitesse de propagation du son dans un gaz de composition connue (généralement un gaz rare tel que l'hélium ou l'argon) est fonction de la température et de la pression : c'est le principe de la thermométrie acoustique des gaz.

Atteindre la meilleure précision sur la mesure nécessite de prendre en compte les écarts par rapport au comportement du gaz idéal. Pour les gaz monoatomiques, où les capacités thermiques spécifiques à volume et pression constants sont indépendantes de la température, la vitesse acoustique  $u$ , extrapolée à pression nulle, est liée à la température thermodynamique  $T$  de manière simple :  $u^2 = (5/3) RT / M$ , où  $M$  est la masse molaire du gaz.

En pratique, la vitesse  $u$  est déduite des fréquences de résonance acoustiques du gaz dans un résonateur quasi sphérique dont le volume est de quelques litres. La figure 2 montre la photo d'un tel résonateur utilisé dans notre laboratoire, avant sa mise en place dans un cryostat. On mesure ces fréquences acoustiques pour des modes d'oscillation radiale, sous différentes pressions et à une température donnée. Les dimensions internes du résonateur sont mesurées par interférométrie optique, ce qui permet de relier les fréquences à la vitesse  $u$ . Cette vitesse est extrapolée à pression nulle ; on en déduit le produit  $RT$  et donc la constante de Boltzmann connaissant la température, la masse molaire du gaz, ainsi que la constante d'Avogadro. Toutes ces données sont suffisamment précises pour obtenir une incertitude globale sur  $k$  correspondant à l'objectif assigné, c'est-à-dire inférieure à  $10^{-6}$  en valeur relative.



3. Évolution de l'incertitude relative de la mesure de la constante de Boltzmann au cours du temps. Le dernier point correspond à la mesure du LNE-Cnam : c'est la mesure la plus précise de cette constante, qui ne sera désormais plus mesurée.

Notre dernière mesure de  $k$  [4], avec une incertitude de  $4,8 \times 10^{-7}$ , a été la plus précise parmi celles prises en compte dans l'ajustement des constantes réalisé par le CODATA en 2017 [3]. Les principales composantes de l'incertitude étaient constituées de cinq éléments presque égaux. Cela signifie que la thermométrie acoustique des gaz a atteint une limite qui ne sera probablement pas dépassée avant de nombreuses années. En effet, pour

réduire encore cette incertitude, il faudrait travailler en parallèle pour réduire toutes les contributions de même niveau, ce qui est très difficile [5].

Cette mesure a joué un rôle important dans le choix de la valeur de la constante de Boltzmann qui a été fait pour redéfinir le kelvin. Elle a mis un point final à une longue série de mesures dont les premières datent des géants de la physique moderne (Planck, Einstein, Perrin), avec une incer-

#### Références

- 1• D. Camuffo et C. Bertolin, "The earliest temperature observations in the world: the Medici Network (1654–1670)", *Climatic Change* **111** (2012) 335–363.
- 2• L. Pitre, « Le kelvin, de l'artéfact à la constante de Boltzmann », conférence grand public dans le cadre des « jeudis de la mesure », 4 octobre 2018, LNE Paris. [www.youtube.com/watch?v=OA1NMv2OCqQ](http://www.youtube.com/watch?v=OA1NMv2OCqQ)
- 3• P.J. Mohr et al., "Data and analysis for the CODATA 2017 special fundamental constants adjustment", *Metrologia* **55** (2018) 125–146.
- 4• L. Pitre et al., "New measurement of the Boltzmann constant  $k$  by acoustic thermometry of helium-4 gas", *Metrologia* **54** (2017) 856–873.
- 5• L. Pitre et al., "Determinations of the Boltzmann constant", à paraître dans *C.R. Physique* (2019), DOI : 10.1016/j.crhy.2018.11.007.

titude de l'ordre de  $10^{-1}$  qui n'a cessé de diminuer régulièrement jusqu'à aujourd'hui (fig. 3). D'un point de vue concret, les méthodes les plus à même de s'imposer pour mettre en pratique à l'avenir la nouvelle définition du kelvin seront les mesures de température thermodynamique par voie acoustique, telles que celle décrite ici, jusqu'à 500 °C, et par voie radiométrique, par des mesures reliées aux grandeurs électriques, au-dessus de 500 °C. ■

## Quelques vidéos consacrées au nouveau Système international d'unités

De mai à novembre 2018, le Laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE) a organisé à Paris un cycle de sept conférences dédiées à chacune des unités du Système international (SI).

Sur le thème « Évolution des unités de mesure : une révolution ? », ces conférences ont été l'occasion de présenter ces sept unités de mesure : leur histoire, leur nouvelle définition et les implications de ces redéfinitions.

Animées par les chercheurs du LNE et des laboratoires du Réseau national de la métrologie française, les vidéos de ces conférences (d'environ une heure chacune) peuvent être retrouvées sur la chaîne YouTube LNE : [www.lne.fr/index.php/fr/actualites/videos-conferences-SI-unites-mesure](http://www.lne.fr/index.php/fr/actualites/videos-conferences-SI-unites-mesure)

- « Le mètre, l'aventure continue... » - Marc Himbert
- « La candela, une touche d'humain dans les unités de mesure » - Gaël Obein
- « La mole : pourquoi une unité spécifique à la chimie ? » - Sophie Vaslin-Reimann
- « La seconde : vers une redéfinition » - Sébastien Bize
- « Le kelvin : de l'artéfact à la constante de Boltzmann » - Laurent Pitre
- « Le kilogramme : de l'artéfact à la constante de Planck » - Matthieu Thomas
- « L'ampère ou les unités électriques à l'ère quantique » - Wilfrid Poirier

On consultera également avec intérêt la vidéo de la séance publique du 16 novembre 2018 à Versailles, lors de la 26<sup>e</sup> Conférence générale des poids et mesures (CGPM), qui s'est terminée par le vote unanime des représentants de 54 États en faveur du projet de résolution « Sur la révision du Système international d'unités (SI) » :

[www.youtube.com/watch?v=qA67T7FPBME](http://www.youtube.com/watch?v=qA67T7FPBME) .

Cette séance comportait quatre conférences scientifiques :

- Klaus von Klitzing : "The quantum Hall effect and the revised SI"
- Jean-Philippe Uzan : "The role of the Planck constant in physics"
- Jun Ye : "Optical atomic clocks – opening new perspectives on the quantum world"
- Bill Phillips : "Measuring with fundamental constants; how the revised SI will work"