

## Programme de colles - Semaine 3 - du 6/10 au 10/10

**Algèbre générale :** Exercices de révisions sur le programme de la semaine précédente.

**Arithmétique dans  $\mathbb{Z}$  :** Exercices de révision de MPSI.

**Arithmétique dans  $\mathbb{K}[X]$  :** Division euclidienne dans  $\mathbb{K}[X]$ . L'anneau  $\mathbb{K}[X]$  est principal. PGCD de deux polynômes. Relation de Bézout. Extension au cas d'une famille finie. Lemme de Gauss et corollaires usuels. PPCM. Irréductibles de  $\mathbb{K}[X]$ . Décomposition en facteurs irréductibles. Irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  et  $\mathbb{R}[X]$ .

**Rappels de MPSI dont :** racines d'un polynôme, ordre de multiplicité; un polynôme  $P \in \mathbb{K}[X]$  de degré  $d$  admet au plus  $d$  racines comptées avec multiplicité dans  $\mathbb{K}$ . Dans un corps de caractéristique nulle, formule de Taylor; caractérisation de la multiplicité d'une racine avec les dérivées. Relation coefficients-racines. Polynômes de Tchebychev. Quelques brefs rappels sur les fractions rationnelles, notamment  $\frac{P'}{P}$ .

**Quelques compléments :** Nous avons vu un certain nombre de compléments; tous les résultats sont hors-programme et donc à savoir redémontrer. Contenus d'un polynôme et applications au lien entre l'irréductibilité sur  $\mathbb{Z}$  et sur  $\mathbb{Q}$ . Critère d'Eisenstein. Élément algébrique, transcendant, sur un corps. Base télescopique. Extension de corps. Clôture algébrique de  $\mathbb{Q}$ . Étude des anneaux  $\mathbb{Z}[\sqrt{d}]$ .

**Programme de la semaine prochaine :** révisons d'algèbre linéaire de MPSI.