Programme de colles - Semaine 10 - du 8/12 au 12/12

Topologie des espaces vectoriels normés : exercices sur tout le chapitre, et tout particulièrement la connexité par arcs (pour les étudiants qui n'en ont pas eu la semaine précédente).

Fonctions à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie : Les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, à valeurs dans un espace normé de dimension finie E. Ce chapitre est principalement l'occasion de revoir l'analyse de sup ; n'hésitez pas à donner des exercices de révisions de MPSI sur les fonctions d'une variable réelle.

Dérivabilité en un point : Dérivabilité en un point. Formes équivalentes : taux d'accroissement, développement limité à l'ordre 1. Traduction en termes de coordonnées dans une base de E. Dérivabilité à droite et à gauche. Combinaison linéaire de fonctions dérivables. Dérivabilité et dérivée de $L \circ f$, où L est linéaire. Dérivabilité et dérivée de $B(f, g)$, où B est bilinéaire, de $M(f_1, \dots, f_p)$, où M est multilinéaire. Cas du produit scalaire, du déterminant. Dérivabilité et dérivée de $f \circ \varphi$ où φ est une fonction réelle de variable réelle et f une fonction vectorielle. Applications de classe $\mathcal{C}^k$. Opérations sur les applications de classe $\mathcal{C}^k$.

Intégration sur un segment $I = [a, b]$: Intégrale d'une fonction continue par morceaux. Notations $\displaystyle\int_a^b f$, $\displaystyle\int_a^b f(t)\ \mathrm{d}t$. Linéarité de l'intégrale. Relation de Chasles. Pour L linéaire, intégrale de $L(f)$. Expression en fonction des intégrales des coordonnées dans une base. Inégalité triangulaire $\displaystyle\left\|\int_a^b f\right\| \leqslant \int_a^b \|f\|$. Sommes de Riemann associées à une subdivision régulière.

Dérivation de $x \mapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\ \mathrm{d}t$ pour f continue. Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe $\mathcal{C}^1$.

Intégrale $x \mapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\ dt$: Dérivation de $x \mapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\ \mathrm{d}t$ pour f continue. Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe $\mathcal{C}^1$.

Formules de Taylor : Formule de Taylor avec reste intégral. Inégalité de Taylor-Lagrange. Formule de Taylor-Young à l'ordre n. Les étudiants doivent connaître la différence de nature entre la formule de Taylor-Young (locale) et les formules de Taylor globales (reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange).

Pas de colles la semaine suivante. Le programme de la rentrée portera sur les suites et séries de fonctions.