

Programme de colles - Semaine 19 - du 16/3 au 20/3

Équations différentielles linéaires : le cours est terminé. Nous continuerons de corriger des exercices lundi et mardi. Les étudiants manqueront donc peut-être encore de recul et de pratique en début de semaine.

Généralités : Équation différentielle linéaire : $x' = a(t)(x) + b(t)$, où a est une application continue de I dans $\mathcal{L}(E)$ et b une application continue de I dans E . Forme matricielle : systèmes différentiels linéaires $X' = A'(t)X + B(t)$. Équation différentielle homogène associée à une équation différentielle linéaire. Principe de superposition.

Problème de Cauchy. Mise sous forme intégrale d'un problème de Cauchy.

Représentation d'une équation scalaire linéaire d'ordre n par un système différentiel linéaire. Problème de Cauchy pour une équation linéaire scalaire d'ordre n .

Théorème de Cauchy linéaire : Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy. Adaptation aux systèmes différentiels linéaires. Cas des équations scalaires d'ordre n . Cas des équations homogènes : l'ensemble des solutions est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{F}(I, E)$ de dimension $\dim(E)$. Pour t_0 dans I , l'application $x \mapsto x(t_0)$ est un isomorphisme de cet espace sur E . Cas des équations scalaires homogènes d'ordre n . Structure de l'ensemble des solutions d'une équation avec second membre.

Cas d'équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1 ou 2 non normalisées : $a(x)y' + b(x)y = c(x)$ et $a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = d(x)$. Les étudiants doivent savoir exploiter la recherche de solutions développables en série entière.

Systèmes différentiels linéaires homogènes à coefficients constants : Résolution du problème de Cauchy

$$x' = a(x), \quad x(t_0) = x_0$$

si a est un endomorphisme de E et x_0 un élément de E . Traduction matricielle. Pour les calculs explicites, on se borne aux deux cas suivants : A diagonalisable ou $n \leq 3$.

Variation des constantes : Pour une équation différentielle linéaire scalaire homogène d'ordre 2, wronskien d'un couple de solutions. Caractérisation des bases de l'espace des solutions. Méthode de variation des constantes pour les équations différentielles linéaires d'ordre 2. Le Wronskien et la méthode de variation des constantes dans le cas général ne sont plus au programme mais ont été brièvement vus.

Des compléments usuels, notamment sur les zéros d'une équation linéaire scalaire homogène d'ordre 2, ou sur le lemme de Gronwall, ont été vus.