

Programme de colles - Semaine 3 - du 5/10 au 9/10

Algèbre générale : Exercices de révisions sur le programme de la semaine précédente.

Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$: Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$. L'anneau $\mathbb{K}[X]$ est principal. PGCD de deux polynômes. Relation de Bézout. Extension au cas d'une famille finie. Lemme de Gauss et corollaires usuels. PPCM. Irréductibles de $\mathbb{K}[X]$. Décomposition en facteurs irréductibles. Irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.

Rappels de MPSI dont : racines d'un polynôme, ordre de multiplicité; un polynôme $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré d admet au plus d racines comptées avec multiplicité dans $\mathbb{K}$. Dans un corps de caractéristique nulle, formule de Taylor; caractérisation de la multiplicité d'une racine avec les dérivées. Relation coefficients-racines. Polynômes de Tchebychev. Interpolation de Lagrange. Quelques brefs rappels sur les fractions rationnelles, notamment $\frac{P'}{P}$.

Quelques compléments : Nous avons vu un certain nombre de compléments; tous les résultats sont hors-programme et donc à savoir redémontrer. Contenus d'un polynôme et applications au lien entre l'irréductibilité sur $\mathbb{Z}$ et sur $\mathbb{Q}$. Critère d'Eisenstein. Élément algébrique, transcendant, sur un corps. Base télescopique. Extension de corps. Clôture algébrique de $\mathbb{Q}$. Étude des anneaux $\mathbb{Z}[\sqrt{d}]$.

Programme de la semaine prochaine : révisons d'algèbre linéaire de MPSI.