

Conducteurs et ondes électromagnétiques

Chapitre 18

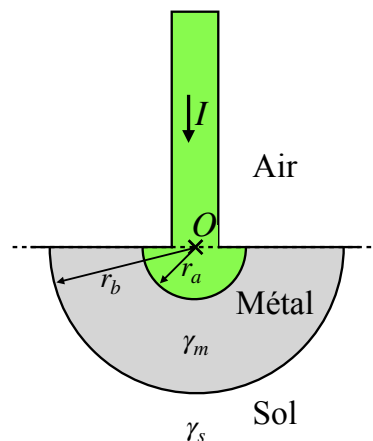
I - Conduction électrique

1 Paratonnerre

Une prise de terre de paratonnerre est modélisée par une coque hémisphérique métallique de centre O , de rayon intérieur r_a , et de rayon extérieur r_b . On note γ_m la conductivité électrique du métal qui la constitue. Cette prise est enfoncée dans le sol, assimilé au demi-espace $z > 0$ (Oz verticale descendante) et de conductivité électrique γ_s .

La prise de terre se décompose ainsi en deux résistances hémisphériques R_m et R_{sol} , l'une en métal de rayon intérieur r_a et de rayon extérieur r_b , l'autre associée au sol de rayon intérieur r_b et de rayon extérieur infini.

Elle est destinée à recevoir un courant I provenant d'un paratonnerre. Il sera supposé indépendant du temps et descendant.



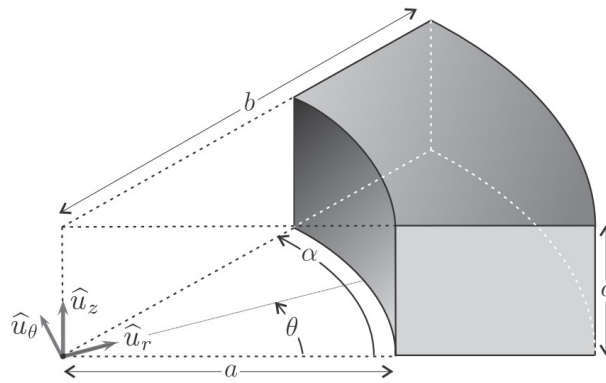
On suppose que le courant qui traverse la prise de terre est radial. Son vecteur densité est de la forme $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$ en coordonnées sphériques.

1. Rappeler l'unité de la grandeur $j(r)$. Exprimer $j(r)$ en fonction de I et de r .
2. Exprimer le champ électrique $\vec{E}$ au sein du métal en fonction de I, r, γ et $\vec{e}_r$.
3. Exprimer R_m en fonction de γ_m, r_a et r_b .
4. Exprimer R_s en fonction de γ_s et r_b .
5. En déduire l'expression de la résistance globale de la prise de terre R_{prise} .

6. Évaluer R_{prise} pour $r_a = 1 \text{ cm}$, $r_b = 35 \text{ cm}$, $\gamma_m = 106 \text{ S m}^{-1}$ et $\gamma_s = 60 \times 10^{-3} \text{ S m}^{-1}$ (pour un sol argileux).
7. La législation impose $R_{\text{prise}} < 25 \Omega$. L'installation du paratonnerre est-elle conforme aux règles de sécurité ? Sinon, que préconisez-vous pour remédier à ce problème ?

2 Etude d'un conducteur ohmique torique

Un conducteur ohmique est caractérisé par une conductivité électrique γ de l'ordre de $1 \times 10^8 \text{ S m}^{-1}$. Il forme un tore tronqué de section rectangulaire de rayon intérieur a , de rayon extérieur b , d'épaisseur c .



On cherche à déterminer la résistance orthoradiale R d'une portion de ce conducteur comprise entre les angles $\theta = 0$ où on applique un potentiel uniforme $V = U$ et $\theta = \alpha$ où on applique un potentiel $V = 0$.

1. On rappelle la valeur numérique de la constante $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ dans les unités du système international. Rappeler le nom et l'unité pratique de cette constante.
2. Etablir, dans un conducteur ohmique, l'équation différentielle vérifiée par la densité volumique de charge ρ . En déduire que $\rho \simeq 0$ tant que la durée T caractéristique de variation des grandeurs électromagnétiques est très supérieure à une durée τ dont on donnera l'expression en fonction de γ et ϵ_0 ainsi que la valeur numérique.
3. Montrer qu'un terme peut être négligé dans l'équation de Maxwell-Ampère si $T \gg \tau$.
4. Etablir l'équation vérifiée en régime permanent dans le conducteur ohmique par le potentiel V .
5. On suppose que V ne dépend que de l'angle θ en coordonnées cylindriques. Déterminer les expressions de $V(\theta)$, du champ $\vec{E}$ et de la densité de courant $\vec{j}$.

6. Déterminer l'expression de l'intensité totale I traversant une section rectangulaire droite quelconque de ce tore. En déduire sa résistance orthoradiale R en fonction de a , b , c , γ et α .
7. Rappeler l'expression de la résistance d'un conducteur filiforme de section S et de longueur L . Vérifier qu'elle est cohérente avec l'expression du conducteur torique quand b est très proche de a .

3 Effet Hall dans un semiconducteur

On se propose d'étudier un des effets d'un champ magnétique uniforme et stationnaire sur les propriétés électromagnétiques d'un matériau semi-conducteur dans le cadre des régimes stationnaires : l'effet Hall.

Le milieu matériel, électriquement neutre, est décrit comme un ensemble d'électrons (charge $-e$) évoluant au sein d'un réseau constitué de charges positives fixes. Les interactions de ces électrons "de conduction" avec le milieu sont entièrement prises en compte en leur affectant une masse effective m (différente de celle m_e d'un électron dans le vide) et en introduisant une force de "frottement" d'expression $-\alpha\vec{v}$, où α est un coefficient positif, caractéristique du milieu: la vitesse $\vec{v}$ décrit la dérive moyenne de l'ensemble des électrons par rapport au réseau sous l'action d'un champ électromagnétique.

On considère un échantillon parallélépipédique dont le volume est délimité par les plans $x = 0, x = L, y = 0, y = \ell, z = -a/2, z = a/2$ (Figure 1).

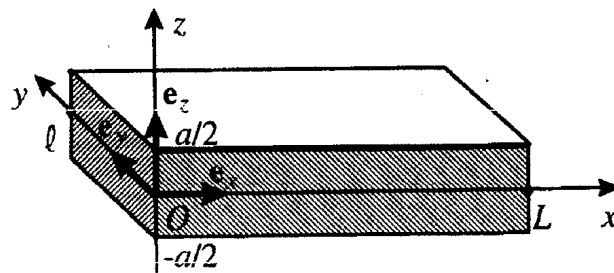


Figure 1: Échantillon étudié.

1. (a) Dans ce matériau, on applique un champ électrique $\vec{E}$ stationnaire. Écrire l'équation du mouvement d'un électron animé de la vitesse $\vec{v}$.
- (b) A un instant pris comme origine, ce champ est brusquement annulé ; déduire l'évolution ultérieure de la vitesse de l'électron et donner une signification physique au coefficient $\tau = m/\alpha$.
- (c) En régime stationnaire, montrer qu'en présence d'un champ électrique $\vec{E}$, le courant volumique $\vec{J}$ vérifie bien la loi d'Ohm.

- (d) En déduire la conductivité électronique γ en fonction de e , m , τ et de la densité volumique n des électrons de conduction.
2. Dans un matériau semi-conducteur, tel que l'arséniure de gallium $GaAs$ dopé au silicium, la conduction est assurée par des électrons dont la masse effective m est $0,06m_e$. Sachant qu'à très basse température la valeur de la conductivité est $\gamma = 100 Sm^{-1}$, calculer τ pour $n = 10^{24} m^{-3}$.
3. Un courant de densité volumique stationnaire circule parallèlement à l'axe Ox : $\vec{J} = J\vec{e}_x$. L'épaisseur a étant faible devant les dimensions latérales L et ℓ , l'échantillon est assimilé à une nappe de courant uniforme d'extension latérale infinie et d'épaisseur a .
- (a) A l'aide des symétries d'une telle distribution, préciser l'orientation du champ magnétique $\vec{B}$ qu'elle crée en tout point de l'espace. Justifier le fait que ce champ est nul dans le plan $z = 0$.
- (b) A partir de la forme locale du théorème d'Ampère, calculer $\vec{B}$. Trouver sa valeur maximale pour $a = 10\mu m$ et $J = 10^6 Am^{-2}$.
4. L'échantillon est désormais plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$, uniforme et stationnaire, dirigé selon Oz , $\vec{B} = B\vec{e}_z$.
- (a) Écrire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $\vec{v}$ d'un électron du matériau soumis à la force de frottement et à ce champ magnétique.
- (b) Montrer que, lorsque τ tend vers l'infini, le vecteur $\vec{v}$ est un vecteur tournant dont on précisera le vecteur rotation. Calculer la norme ω_c de ce dernier, appelée pulsation cyclotron, pour $B = 1T$ et $m = 0,06 m_e$.
5. On prend en compte les effets d'un champ électrique $\vec{E}$, parallèle au plan Oxy , et du champ $\vec{B}$ appliqué précédemment. On néglige le champ magnétique créé par le milieu. Les effets d'amortissement sont toujours décrits par la force de frottement $-\alpha\vec{v}$. Établir, en régime stationnaire, les relations liant les composantes J_x et J_y du courant volumique aux composantes E_x et E_y du champ électrique. Montrer qu'elles peuvent s'écrire sous la forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix}$$

dans laquelle $\rho_{xx} = \rho_{yy} = 1/\gamma$ et $\rho_{xy} = -\rho_{yx} = B/(ne)$

6. L'échantillon a la forme d'un ruban allongé selon Oy ($a \ll L \ll \ell$) (Figure 2a). On applique une différence de potentiel V entre les plans $x = 0$ et $x = L$ métallisés. Le champ électrique $\vec{E}$ est supposé uniforme: $\vec{E} = E\vec{e}_x$. Calculer la résistance d'un

tel échantillon. Quelle est la modification relative induite par le champ magnétique (effet de magnétorésistance)? Calculer cette modification pour $B = 1T$, $\gamma = 100Sm^{-1}$, $n = 10^{24}m^{-3}$ et $m = 0,06 m_e$.

7. L'échantillon a la forme d'un ruban allongé selon Ox ($a \ll \ell \ll L$) (Figure 2b). Un courant stationnaire d'intensité I circule selon cette direction avec un courant volumique uniforme $\vec{J} = J\vec{e}_x$.
 - (a) Montrer que le champ électrique possède alors une composante E_y non nulle.
 - (b) Donner l'expression de la différence de potentiel V_H appelée tension de Hall, qui apparaît entre les plans $y = 0$ et $y = \ell$. Calculer V_H pour $I = 1mA$, $a = 10\mu m$, $n = 10^{24}m^{-3}$ et $B = 1T$. Quel est l'intérêt d'un tel dispositif?
8. Des mesures effectuées à très basse température (quelques K) sur un échantillon $GaAs$ d'épaisseur très faible ($a = 10nm$), placé dans un champ magnétique intense (B de quelques teslas), montrent que la composante ρ_{xy} varie en fonction de B par paliers. Cet effet, découvert par Von Klitzing en 1980, porte le nom d'effet Hall quantique ; la répartition des électrons en niveaux d'énergie conduit à écrire la densité volumique des électrons sous la forme: $n = p e B / (ah)$ où p est un entier non nul et h la constante de Planck.
 - (a) Montrer que, dans ce cas, la valeur de la résistance transverse, définie par $R_t = V_H/I$, se met sous la forme $R_t = R_K/p$ où R_K est une résistance que l'on calculera.
 - (b) Pourquoi la résistance R_K , appelée constante de Klitzing, est-elle désormais utilisée comme étalon?

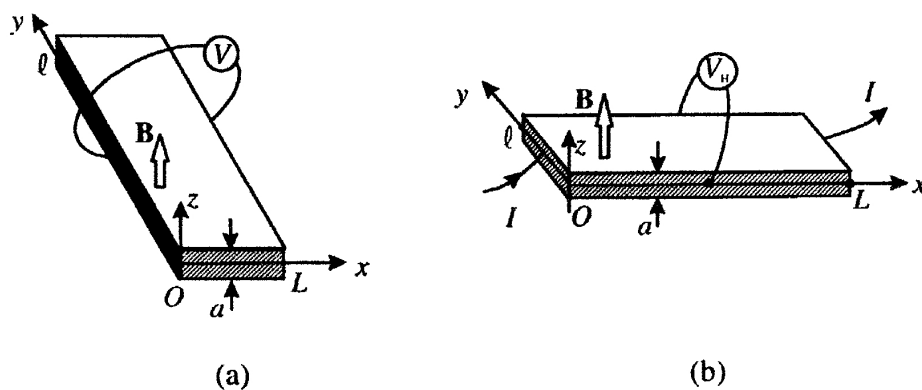


Figure 2: Échantillon en forme de ruban allongé.

II - Bilan énergétique dans un conducteur

4 Bilan sur un fil électrique

Un conducteur ohmique de conductivité γ , cylindrique de rayon R et d'axe (Oz) , est parcouru par un courant électrique décrit par un vecteur densité de courant $\vec{j} = j\vec{u}_z$ uniforme et stationnaire.

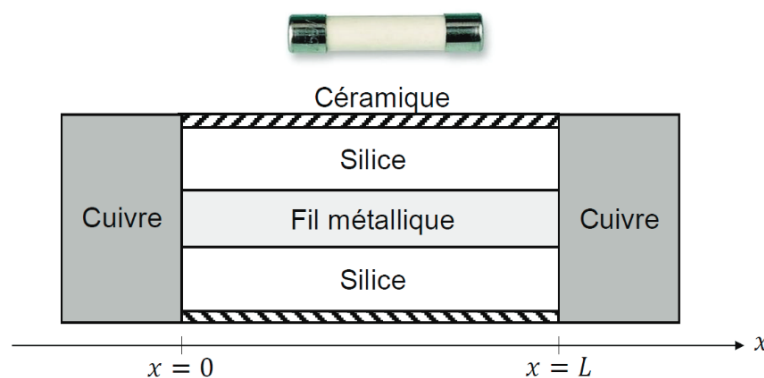
1. Déterminer la puissance dissipée dans une portion de longueur ℓ de conducteur.
2. Déterminer le flux du vecteur de Poynting à travers la surface latérale de la portion considérée et commenter en lien avec la question 1.

5 Fonctionnement d'un fusible

Un fusible en céramique est constitué d'un fil métallique cylindrique de section S , de longueur L . On note la masse volumique μ , les conductivités thermique λ et électrique σ , la capacité thermique massique c du fil métallique. On considère que toutes ces grandeurs sont uniformes dans le fil métallique et indépendantes de la température.

Le fil métallique est soudé à ses deux extrémités sur des plots de cuivre massif que l'on considère conducteur électrique et thermique parfait. Le cuivre est maintenu à une température constante T_0 . Il s'agit de la température de l'air extérieur au fusible. Le fil métallique est inséré dans une gaine en silice assurant une isolation latérale thermique et électrique parfaite.

Le fil métallique est parcouru par un courant d'intensité I constante.



On considère que la température T ne dépend que de la position x et du temps t .

1. Rappeler la loi de Fourier. Préciser sa signification physique ainsi que celle de chacun de ses termes. Donner les unités de chaque terme.

- Montrer que l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température peut s'écrire sous la forme :

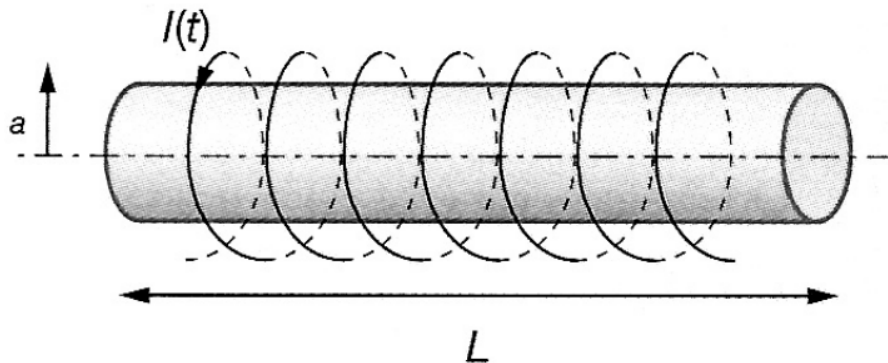
$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{I^2}{\sigma S^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1)$$

- Établir le profil de température dans le fil métallique en régime stationnaire. Tracer l'allure de ce profil.
- La température de fusion du métal est notée T_f . Déterminer l'intensité maximale I_{max} supportée par le fusible. Donner la position x_f du fil métallique où débute la fusion du métal lorsque le courant dépasse cette valeur.

III - Réflexion sur un conducteur

6 Effet de peau

Un cylindre métallique de rayon a et grande longueur L , et de conductivité γ , est placé à l'intérieur d'un solénoïde de très grande longueur parcouru par un courant $I = I_0 \cos(\omega t)$ à la fréquence $f = 1 \text{ kHz}$.



On donne $\gamma = 10^8 \Omega^{-1}.m^{-1}$.

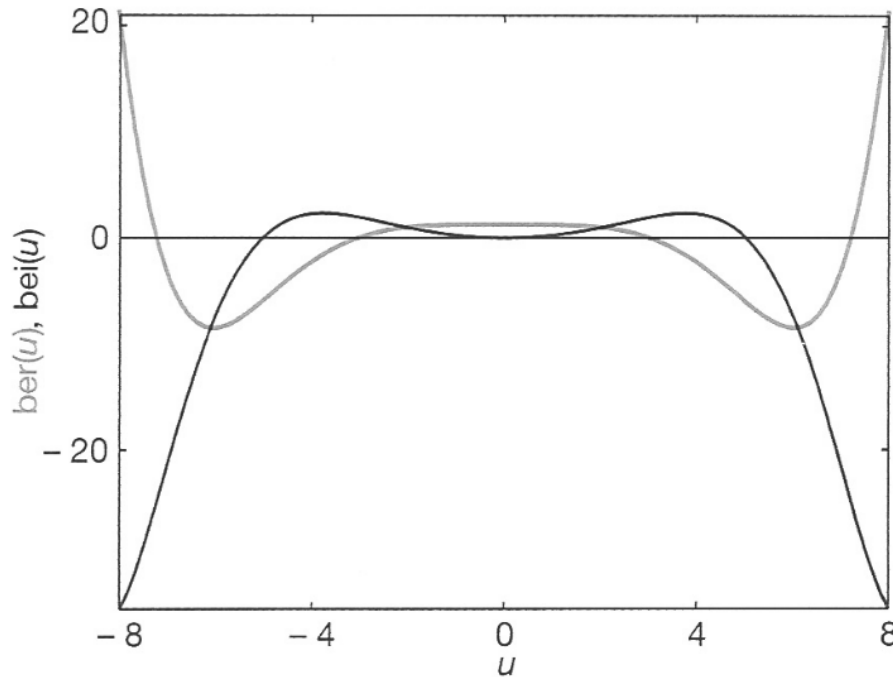
- Quelle est l'unité de $\delta = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \gamma \omega}}$? Calculer cette quantité.
- On observe un échauffement du cylindre. Expliquer.
- Montrer que l'équation de Maxwell-Ampère prend une forme simplifiée dans le cylindre métallique. En déduire l'équation aux dérivées partielles satisfaite par le champ magnétique dans le cylindre métallique.
- Quelle est la forme du champ magnétique $\vec{B}$ dans le cylindre? Montrer que son amplitude complexe $\underline{B}$ obéit à l'équation:

$$\frac{d}{du} \left(u \frac{dB}{du} \right) = iuB \quad (2)$$

où u est une variable qu'on définira.

5. La solution est une fonction de Bessel-Kelvin, dont les parties réelle ber et imaginaire bei sont tracées ci-dessous. Commenter.

Que dire des courants?



7 Polarisation par réflexion

Une onde électromagnétique plane progressive harmonique polarisée circulairement gauche se propage dans le vide selon l'axe (Ox) .

1. (a) Donner l'équation de propagation du champ électrique associé à cette onde.
 (b) Pour une onde de pulsation ω et de vecteur d'onde k , donner l'expression du champ électrique associé à l'onde électromagnétique.
 (c) Retrouver la relation de dispersion.
 (d) Déterminer l'expression du champ magnétique.
2. L'onde électromagnétique rencontre en $x = 0$ un métal supposé parfaitement conducteur occupant l'espace $x > 0$.
 (a) Quelles-sont les conditions aux limites imposées au champ électrique à l'interface vide-conducteur parfait ?

- (b) Déterminer le champ électrique associé à l'onde réfléchie.
- (c) Quelle est la polarisation de l'onde réfléchie?
- (d) Le champ magnétique est-il continu à l'interface air/conducteur parfait?

8 Pression de radiation

Soit une onde plane, monochromatique, de fréquence ν , se propageant dans la direction et le sens de $\vec{e}_x$, dont le champ électrique est $\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$. On rappelle que l'éclairement $\mathcal{E}$ est la puissance moyenne qui traverse une surface d'aire unité perpendiculaire à la direction de propagation.

1. Exprimer $\mathcal{E}$ en fonction de ϵ_0, c et E_0 .
2. On considère cette onde comme un faisceau de photons se propageant dans la direction et le sens de $\vec{e}_x$.
 - (a) Exprimer le nombre N_0 de photons traversant par unité de temps l'unité de surface perpendiculaire à Ox en fonction de $\mathcal{E}$ et de ν .
L'onde arrive sur une surface plane perpendiculaire à Ox , d'aire S , parfaitement réfléchissante. On étudie le rebondissement des photons sur cette surface.
 - (b) Quelle est la quantité de mouvement reçue par la paroi au cours d'un choc photon-paroi ?
 - (c) Quelle est la force subie par la paroi en fonction de $\mathcal{E}, S$ et c ?
 - (d) Exprimer la pression p subie par la paroi en fonction de $\mathcal{E}$ et c puis en fonction de ϵ_0 et E_0 .
3.
 - (a) Reprendre la question ci-dessus lorsque la paroi est parfaitement absorbante.
 - (b) Calculer $\mathcal{E}, E_0$ et p sur une paroi totalement absorbante pour un laser ayant un diamètre $d = 5.00 \text{ mm}$ et une puissance moyenne $\mathcal{P} = 100 \text{ W}$ (laser utilisé industriellement pour la découpe de feuilles).
4. L'onde est maintenant absorbée par une sphère de rayon a , bien inférieur au rayon du faisceau. Quelle est, en fonction de $\mathcal{E}, a$ et c la force $\vec{F}$ subie par la sphère?
5. Le Soleil donne au voisinage de la Terre (juste au-dessus de l'atmosphère terrestre) l'éclairement $\mathcal{E} = 1.40 \times 10^3 \text{ W m}^{-2}$. L'émission est isotrope, la distance Terre-Soleil est égale à $D = 1.50 \times 10^8 \text{ km}$. Sur une surface de dimensions petites devant D , l'onde arrivant du Soleil est quasi-plane. Quelle est la puissance $\mathcal{P}_0$ émise par le Soleil?
Un objet sphérique, de rayon a , de masse volumique μ , est, dans le vide interplanétaire, à

la distance r du Soleil et absorbe totalement le rayonnement solaire. Évaluer le rapport entre la force due à l'absorption du rayonnement solaire et la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur cet objet dans les deux cas suivants:

- Cas d'une météorite: $\mu = 3.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ et $a = 1.0 \text{ m}$.
- Cas d'une poussière interstellaire: $\mu = 1.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ et $a = 0.1 \mu\text{m}$.

Commenter.

Données: constante de la gravitation universelle $\mathcal{G} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ et la masse du Soleil: $M_S = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$.

IV - Cavité électromagnétique

9 Etude d'une cavité

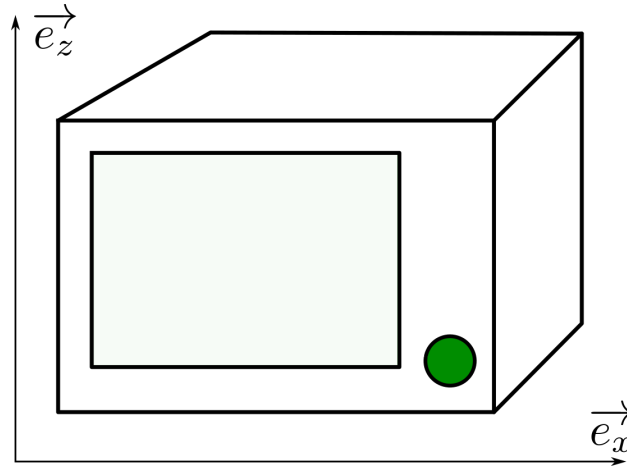
Une cavité sans pertes d'axe Ox et de longueur L est constituée par l'association de deux miroirs métalliques parfaits confondus respectivement avec les plans $x = 0$ et $x = L$. On suppose qu'à l'intérieur de la cavité le champ électrique d'une onde monochromatique polarisée selon $\vec{e}_z$ a pour représentation complexe:

$$\vec{E}(x, t) = E_1 e^{i(\omega t - kx)} \vec{e}_z + E_2 e^{i(\omega t + kx)} \vec{e}_z \quad (3)$$

1. On donne la relation de passage sur le champ électrostatique: $\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$. Sachant que le champ électrostatique est nul à l'intérieur d'un conducteur parfait, en déduire les conditions aux limites imposées par la présence d'un métal parfait en $x = 0$ et $x = L$?
2. En déduire l'expression de E_2 en fonction de E_1 et la suite f_n des valeurs possibles de la fréquence de telles ondes pouvant exister dans la cavité. On exprimera f_n en fonction d'un entier naturel n non nul et d'une fréquence particulière f_1 dépendant de L et de c . Ces fréquences correspondent aux modes propres de la cavité.
3. (a) Établir l'expression $\vec{E}_n(x, t)$ du champ électrique dans la cavité à la fréquence f_n en fonction de E_1, n, x, L et c .
 (b) Justifier l'expression d'onde stationnaire qu'on donne à ce type d'onde.
 (c) Montrer qu'il existe des abscisses x_p , où le champ électrique est constamment nul. Donner la distance entre deux valeurs consécutives de x_p .
 (d) En déduire le champ magnétique $\vec{B}_n(x, t)$ associé à cette onde. Expliciter les abscisses des points où le champ magnétique est constamment nul.

10 Four à micro-ondes

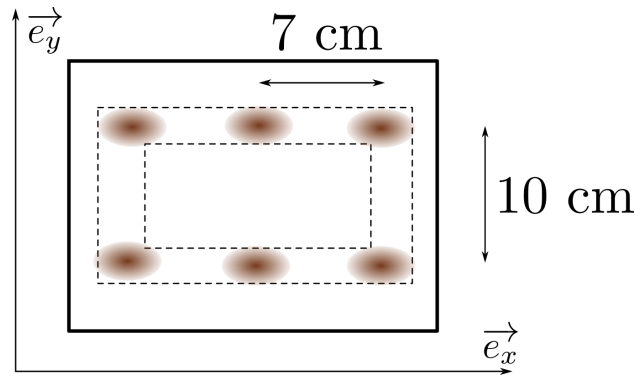
On modélise un four à micro-ondes par un parallélépipède rectangle de largeur ℓ selon $\vec{e}_x$, de profondeur p selon $\vec{e}_y$ et de hauteur h selon $\vec{e}_z$ avec $\ell > p > h$. Les parois du four sont supposées parfaitement conductrices, ce qui impose la nullité de la composante tangentielle du champ électrique et de la composante normale du champ magnétique au niveau des parois. On assimilera l'intérieur du micro-ondes équivalent au vide pour les ondes électromagnétiques.



1. Rappeler les équations de Maxwell vérifiées par les champs électrique et magnétique dans le four et en déduire l'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}$.
2. On cherche un champ électrique sous la forme:

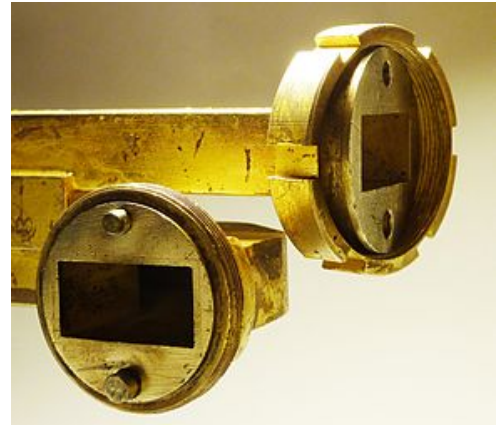
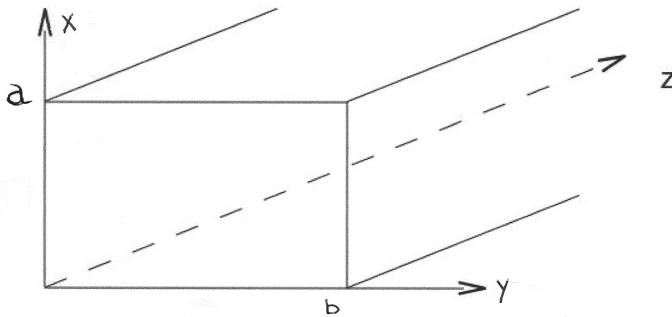
$$\vec{E} = \begin{cases} E_{0x} \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) \sin(k_z z + \varphi_z) \cos(\omega t) \vec{e}_x \\ E_{0y} \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) \sin(k_z z + \varphi_z) \cos(\omega t) \vec{e}_y \\ E_{0z} \sin(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) \cos(k_z z + \varphi_z) \cos(\omega t) \vec{e}_z \end{cases} \quad (4)$$

- (a) Comment se nomme ce type d'onde? Expliquer pourquoi il est judicieux de chercher le champ électrique sous cette forme.
 - (b) Déduire de l'équation de propagation une relation entre k_x, k_y, k_z et ω .
 - (c) Montrer que $\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0$ et que les pulsations ω du champ sont quantifiées par trois entiers n_x, n_y et n_z .
 - (d) Donner la pulsation ω_f du premier mode non nul du champ en cavité en fonction de ℓ, p et h . Donner l'expression du champ électrique associé à ce premier mode.
3. On place des copeaux de chocolat de façon uniforme à l'intérieur du four et on le met à pleine puissance en bloquant la rotation du plateau. On retire ensuite les copeaux qui n'ont pas fondu. On obtient les figure suivantes. Déterminer la fréquence du four à micro-ondes.



11 Guide d'ondes rectangulaire

Quatre plans métalliques parfaitement conducteurs (voir figure) délimitent un guide d'ondes rectangulaire de longueur infinie suivant Oz , de section droite rectangulaire et dans lequel règne un vide poussé (permittivité ϵ_0 , perméabilité μ_0).



On se propose d'étudier la propagation dans ce guide suivant la direction Oz d'une onde électromagnétique monochromatique de pulsation ω , dite *transverse électrique* et dont le champ électrique s'écrit:

$$\vec{E} = f(y) \cos(\omega t - k_g z) \vec{u}_x$$

Dans cette expression:

- $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ désignent les vecteurs unitaires des axes (Ox, Oy, Oz) .
- $f(y)$ désigne une fonction réelle de la variable y ,
- k_g une constante positive, on posera $k_g = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ (λ_g est la longueur d'onde guidée),
- on notera $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c}$.

1. On commence par étudier la structure de l'onde.

- (a) Pour le champ électrique $\vec{E}$ proposé, définir la polarisation et la direction de propagation.

- (b) Quelle est l'équation de propagation vérifiée par le champ $\vec{E}$ à l'intérieur du guide ; en déduire l'équation différentielle à laquelle doit satisfaire la fonction $f(y)$.
 - (c) Écrire la continuité de la composante tangentielle du champ $\vec{E}$ en $y = 0$ et $y = b$ (on rappelle que les parois sont parfaitement conductrices), en déduire $f(0)$ et $f(b)$.
 - (d) On pose $K = k_0^2 - k_g^2$. Justifier que seul $K > 0$ donne une solution physiquement acceptable et déterminer la fonction $f(y)$.
 - (e) Montrer qu'intervient un nombre entier non nul n (on pourra supposer n positif).
 - (f) À chaque valeur de n correspond un mode de propagation. Écrire alors l'expression du champ électrique et le représenter dans une section du guide ($z = c^{te}$, $t = c^{te}$) pour les modes $n = 1, 2, 3$.
 - (g) Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$.
 - (h) Exprimer k_g en fonction de k_0 , π , n , b . En déduire λ_g en fonction de λ_0 , b et n .
 - (i) Montrer qu'il existe une fréquence de coupure f_c en dessous de laquelle il n'y a plus propagation. *Application numérique:* sachant que $f_c = 2,5$ GHz, calculer b .
 - (j) Exprimer la vitesse de phase v_φ de l'onde en fonction de c , n et du rapport f/f_c (f étant la fréquence de l'onde). *Application numérique:* Calculer v_φ pour $f = 2f_c$ et $n = 1$. Commenter.
2. Nous nous intéressons désormais à la transmission d'énergie dans le guide d'ondes.
- (a) Donner l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$.
 - (b) Quelle est la valeur moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi} \rangle$ du vecteur de Poynting?
 - (c) En déduire la puissance moyenne transmise par une section droite du guide d'ondes.
 - (d) Donner l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique.
- On admet que la moyenne temporelle de cette densité s'écrit:
- $$\langle u_{em} \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c^2} \left(\sin^2 \left(\frac{n\pi}{b} y \right) + \frac{n^2 \pi^2}{2k_0^2 b^2} \cos \left(\frac{2n\pi}{b} y \right) \right) \quad (5)$$
- (e) En déduire la vitesse de propagation de l'énergie v_e .
 - (f) Quelle relation simple peut-on observer entre v_φ et v_e ?
 - (g) Si les parois du guide d'ondes ont une conductivité finie, quelle en est la conséquence la plus importante?