

Lycée Baimbridge, MP 2025-2026

6 septembre 2025

Physique Chimie

DS 1

Durée : 2 heures

*Calculatrice **autorisée***

Le sujet est constitué de trois parties totalement indépendantes qui traitent toutes du domaine de la mécanique. Il n'est pas nécessaire de les aborder dans l'ordre.

La partie 1 analyse un diapason comme un oscillateur mécanique. La partie 2 s'intéresse aux orbites des satellites. La partie 3 s'intéresse à la formation d'une étoile à travers les concepts de force gravitationnelle et potentiel gravitationnel.

Les réponses doivent systématiquement être justifiées (sauf mention explicite du contraire). La clarté de la rédaction et la justesse du raisonnement mené seront valorisées, même si la tentative de réponse n'est pas aboutie ou si la réponse obtenue à la fin de la question est incorrecte.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur de sujet, merci de l'indiquer clairement sur votre copie, et de poursuivre votre composition en expliquant les initiatives que vous êtes amené·e à prendre.

Comme au concours, le sujet est long. Il n'est pas nécessaire de tout faire pour avoir une bonne note.

1 Etude d'un oscillateur mécanique : le diapason (E3A 2022)

On étudie un oscillateur mécanique faiblement amorti très utilisé en musique : le diapason. Les branches du diapason sont décrites comme un oscillateur masse-ressort oscillant selon un axe horizontal, amorti par frottement fluide linéaire en la vitesse.

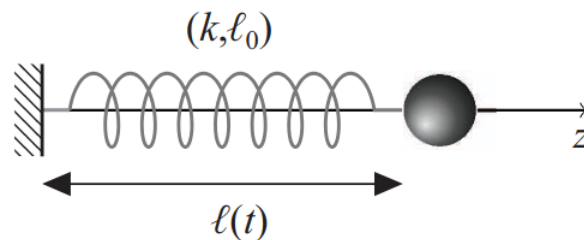


Figure 1: Modélisation des branches du diapason par un oscillateur masse-ressort horizontal. La coordonnée z repère la position de la masselotte sur l'horizontale.

On note m la masse de la masselotte, k la constante de raideur du ressort linéaire équivalent, ℓ_0 sa longueur à vide et $\ell(t)$ sa longueur à l'instant t (voir figure 1). De plus, on suppose que la masselotte est soumise à une force $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$.

□ 1 – Quel phénomène physique la force $\vec{f}$ modélise-t-elle ? Justifier par un argument énergétique le signe de la constante λ .

À l'instant $t = 0$, on percute l'une des branches du diapason, ce qui provoque la mise en mouvement de chaque branche. On suppose le choc instantané, c'est-à-dire que les branches pseudo-oscillent librement pour $t > 0$. Une note est alors émise.

□ **2** – On note $z(t) = \ell(t) - \ell_0$ la position de la masselotte. Établir l'équation différentielle dont $z(t)$ est solution pour $t > 0$.

□ **3** – Exprimer la fréquence propre et le facteur de qualité Q de ce système en fonction de k , m et λ .

□ **4** – Sachant que l'on obtient des pseudo-oscillations, établir l'expression littérale de $z(t)$ en fonction de k , m et λ et de constantes d'intégration que l'on ne cherchera pas à déterminer.

La masse de certains diapasons, utilisés par les musiciens, de fréquence propre voisine de 500 Hz vaut 30 g. Pour un diapason sans caisse de résonance, l'émission sonore est détectable à l'oreille pendant environ une trentaine de secondes.

□ **5** – Réaliser une estimation de la constante de raideur du ressort équivalent. De même, réaliser une estimation de la constante de raideur de ressorts utilisés en travaux pratiques. Commenter.

□ **6** – Proposer une estimation du facteur de qualité du diapason. Comparer cette valeur à celle d'un oscillateur masse-ressort de travaux pratiques.

□ **7** – Est-il correct d'affirmer que les branches d'un diapason de fréquence propre f_0 oscillent à la fréquence f_0 après percussion ? On s'appuiera sur une discussion numérique à partir d'un développement limité à l'ordre 1 de la pseudo-période en $1/Q^2$.

Pour préciser l'estimation précédente du facteur de qualité du diapason, on réalise un enregistrement à l'aide d'un microphone en utilisant un diapason équipé d'une caisse de résonance en bois permettant d'augmenter l'intensité de l'émission sonore. On obtient les deux enregistrements présentés sur la figure 2.

□ **8** – Exploiter la figure 2 pour estimer au mieux la fréquence propre et le facteur de qualité du diapason (on reproduira sommairement le (ou les) graphique(s) utilisées pour faire apparaître la méthode graphique employée pour ces déterminations). Comparer la valeur du facteur de qualité mesuré en présence de la caisse de résonance à celui du diapason en son absence. Commenter.

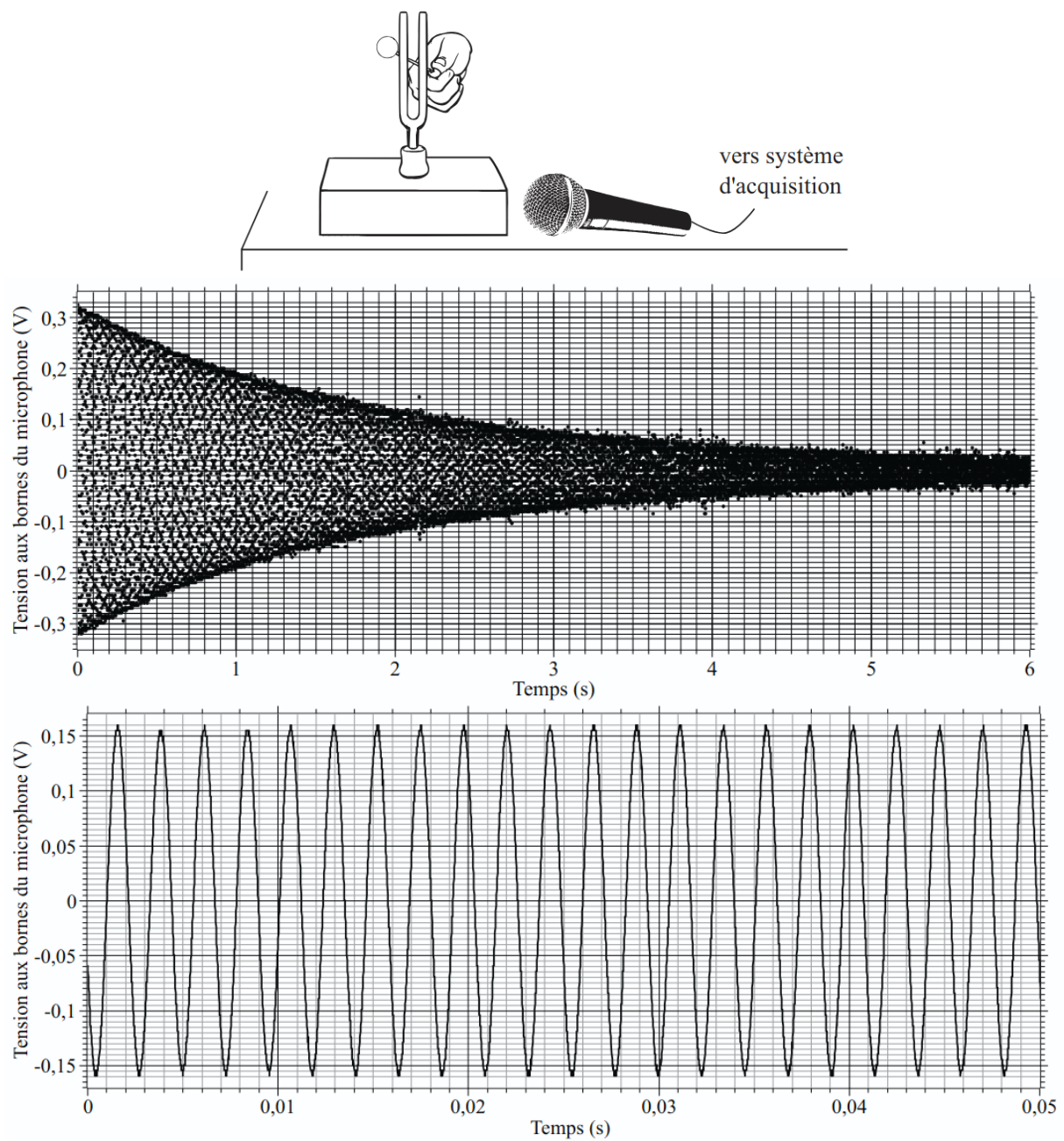


Figure 2: Tension aux bornes d'un microphone enregistrant le son émis par la caisse de résonance du diapason en réponse à une percussion avec le marteau (lors de deux mesures).

2 Étude du mouvement d'un satellite (CCINP 2025)

Les systèmes d'observation des océans par satellite ont été imaginés et développés au début des années 70. Depuis, plus d'une quinzaine de satellites d'observation embarquant des altimètres radars ont été lancés dans le but d'observer le comportement des océans (figure 2). Issues d'une coopération du CNES et de la NASA, la série des satellites Topex-Poséidon, initiée en 1992, puis celle des satellites Jason, ont permis de mesurer l'élévation moyenne des mers avec précision : (3.6 ± 0.1) mm/an durant ces trente dernières années.

On se propose dans cette partie d'étudier le mouvement d'un tel satellite, en orbite autour du centre O de la Terre, modélisée par un corps de répartition de masse à symétrie sphérique, de rayon R_T et de masse M_T .

2.1 Force centrale conservative

On commence par étudier le mouvement d'un mobile quelconque, de masse m et assimilé à un point matériel M , dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_T$ considéré comme galiléen. Le mobile n'est soumis qu'à la seule action de la Terre.

□ 9 – Rappeler la définition du référentiel géocentrique et celle d'un référentiel galiléen.

□ 10 – Donner l'expression $\vec{F}_g$ de la force de gravitation exercée par la Terre sur le mobile de masse m .

□ 11 – Montrer que le moment cinétique $\vec{\mathcal{L}}_O$ du mobile par rapport au point O est une constante du mouvement. En déduire que la trajectoire du mobile est plane.

Dans la suite, on associera au référentiel $\mathcal{R}_T$ le repère orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ de façon à ce que le moment cinétique $\vec{\mathcal{L}}_O$ soit aligné avec $\vec{e}_z$. On posera $\vec{\mathcal{L}}_O = \mathcal{L}_O \vec{e}_z$ et on se placera en coordonnées polaires (r, θ) , de centre O , pour décrire le mouvement du mobile (figure 3).

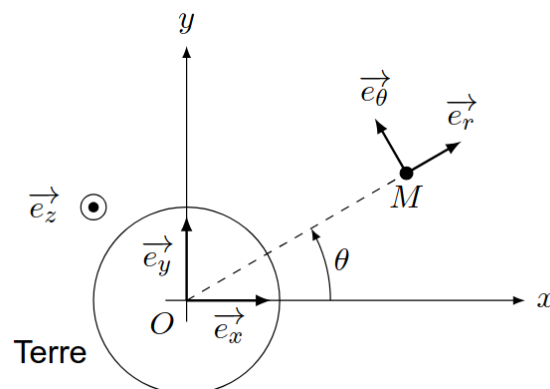


Figure 3: Description du mouvement du mobile dans le système de coordonnées polaires

□ **12** – Montrer que la force gravitationnelle s'exerçant sur le mobile dérive d'une énergie potentielle $\mathcal{E}_p$. Établir l'expression de celle-ci en la prenant, par convention, nulle à l'infini.

□ **13** – Montrer que l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$ est une constante du mouvement et qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \mathcal{E}_{p,eff}(r) \quad (1)$$

où $\mathcal{E}_{p,eff}(r)$ est un terme, appelé énergie potentielle effective, que l'on exprimera en fonction de $G, m, M_T, \mathcal{L}_O$ et de r .

□ **14** – Expliquer pourquoi l'énergie mécanique du mobile est nécessairement supérieure ou égale à son énergie potentielle effective.

□ **15** – Représenter graphiquement, pour une valeur donnée de $\mathcal{L}_O$, l'énergie potentielle effective $\mathcal{E}_{p,eff}$ du mobile en fonction de r . Faire apparaître sur le graphique l'énergie mécanique d'une trajectoire associée à un état lié. On rappelle que, pour une force centrale en $1/r^2$, la trajectoire d'un état lié est elliptique.

□ **16** – Pour un mouvement elliptique quelconque, indiquer à quelles positions particulières l'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle effective. Caractériser le mouvement du mobile dans le cas où l'énergie mécanique est égale au minimum de l'énergie potentielle effective.

La plupart des mesures effectuées par les satellites altimétriques se font à partir de l'orbite altimétrique de référence, que l'on considérera ici comme une orbite circulaire de rayon R . Dans la suite, le mobile étudié correspond à un satellite altimétrique de masse m , assimilable à un point matériel.

□ **17** – Exprimer l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,alt}$ du satellite situé sur l'orbite altimétrique de référence, en fonction de G, m, M_T et de R .

□ **18** – Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier d'une orbite circulaire, en utilisant les paramètres liés à l'orbite altimétrique.

On admettra que la troisième loi de Kepler est valable plus généralement pour un mouvement elliptique. Son expression peut se déduire de l'équation obtenue pour le mouvement circulaire, en remplaçant le rayon R de l'orbite circulaire par le demi-grand axe a de la trajectoire elliptique.

2.2 Jason-2 : un exemple pour la fin de vie des satellites

En fin de vie, pour que ne soit pas laissé un objet non contrôlé sur l'orbite altimétrique de référence, le satellite Jason-2 a été dirigé vers une orbite dite "cimetière", d'altitude légèrement moins haute que celle de l'orbite altimétrique de référence, avant d'être définitivement abandonné. On se propose dans cette sous-partie d'étudier le cas d'une manœuvre de ce type dans le cas très simplifié, illustré figure 4, d'un transfert entre deux orbites circulaires coplanaires sous la seule action de l'attraction terrestre. L'orbite de transfert, appelée orbite de Hohmann, correspond à une ellipse dont l'un des foyers est le centre O de la Terre, dont l'apogée A est situé sur l'orbite altimétrique de référence (rayon R) et dont le périégée P est sur l'orbite cimetière (rayon R_c).

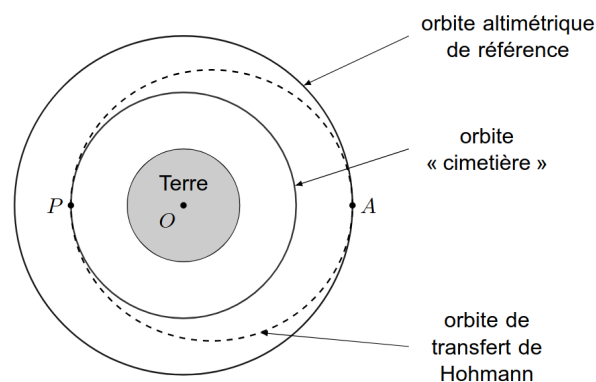


Figure 4: Tracé des différentes orbites du satellite

□ **19** – En utilisant l'équation 1, montrer que l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,tr}$ du satellite sur l'orbite de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{E}_{m,tr} = -\frac{GM_T m}{R + R_c} \quad (2)$$

□ **20** – Exprimer la variation d'énergie mécanique $\Delta\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_{m,tr} - \mathcal{E}_{m,alt}$ nécessaire pour passer de l'orbite initiale à l'orbite de transfert. Commenter le signe de $\Delta\mathcal{E}_m$.

□ **21** – En justifiant la réponse, indiquer s'il faut accélérer ou freiner le satellite pour le transférer en P de l'orbite de transfert à l'orbite cimetière.

3 Formation des étoiles (Mines-Ponts 2024)

On considère une étoile en train de se former : l'étoile grossit au fur et à mesure du temps en capturant du gaz qui se trouve dans son environnement. On suppose que l'étoile est sphérique.

Du fait de la symétrie sphérique de l'étoile, on va définir son énergie gravitationnelle W_g comme l'énergie mécanique qu'un opérateur fournit à l'étoile pour la constituer, à partir de gaz sans interaction car pris à grande distance, en couches concentriques de rayon croissant (figure 5).

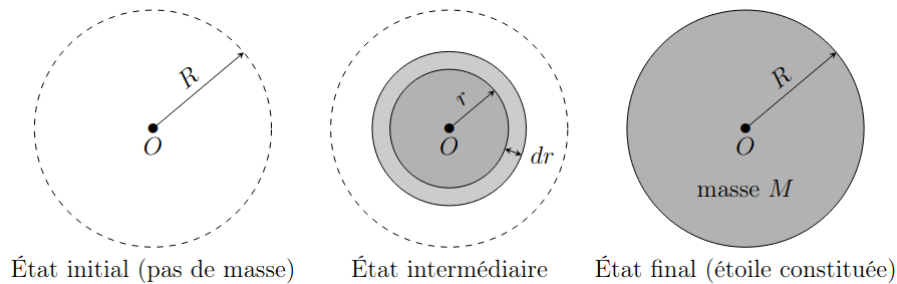


Figure 5: Constitution progressive de l'étoile.

Ce calcul sera effectué pour une évolution quasi-statique, l'opérateur agissant à tout instant pour compenser exactement les forces gravitationnelles.

□ **22** – Donner et justifier physiquement le signe de W_g . Expliquer pourquoi on nomme parfois $E_\ell = -W_g$ l'énergie de liaison de l'étoile.

□ **23** – On s'intéresse à la phase de croissance de l'étoile, et en particulier à un accroissement de r à $r + dr$. Exprimer la masse volumique ρ , supposée uniforme et constante, de l'étoile en fonction de M et R . En déduire, en fonction de M, R et r , les expressions de m (masse déjà constituée dans une sphère de rayon r) et de dm (masse à apporter pour faire passer ce rayon de r à $r + dr$).

□ **24** – On suppose que lorsque l'étoile a atteint un rayon r , le champ gravitationnel qu'elle crée est le même que si toute sa masse était concentrée en O . Donner le champ gravitationnel créé par l'étoile en tout point de l'espace.

□ **25** – En calculant la circulation du champ gravitationnel le long d'un contour bien choisi, en déduire le potentiel gravitationnel à la surface de l'étoile.

□ **26** – Justifier que la contribution dW_g à l'énergie gravitationnelle de l'accroissement (passage de r à $r + dr$) s'écrit :

$$dW_g = -\frac{Gmdm}{r} \quad (3)$$

Calculer l'énergie gravitationnelle totale W_g de l'étoile en fonction de G, M et R .

Fin du sujet