

Lycée Baimbridge, MP 2025-2026

à rendre pour le 11 mars 2026

Physique Chimie

DM 19

Le LIDAR (Centrale MP 2014)

Le 27 Septembre 2013 le GIEC (Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat) présentait son nouveau rapport : la température moyenne sur Terre qui a déjà augmenté de 0.8°C depuis l'ère pré-industrielle devrait continuer à s'accroître, de 1.1 à 6.4°C durant le siècle prochain. Les activités humaines semblent être la principale cause de ce réchauffement climatique (certitude à 95%) et notamment la production humaine de gaz à effet de serre, principalement le dioxyde de carbone. Le 17 Octobre 2013 l'OMS (Organisation Mondiale de la Santé) et le CIRC (Centre International de Recherche sur le Cancer) déclaraient l'air que nous respirons cancérigène à cause des polluants (particules fines essentiellement) qui le composaient. Dans ces circonstances, il apparaît essentiel de surveiller et de contrôler la qualité de notre atmosphère.

Le LIDAR (Light Detection And Ranging) atmosphérique répond parfaitement à ces attentes. En utilisant des sources laser il fournit en effet des informations sur la composition et la concentration des différents constituants de l'atmosphère, et permet également par effet Doppler de suivre le déplacement de nuages de particules.

Ce problème étudie le principe de fonctionnement du LIDAR atmosphérique. Celui-ci est proche de celui du radar. C'est un instrument de sondage atmosphérique à distance, utilisant des ondes électromagnétiques dont la longueur d'onde se situe dans le domaine de transparence de l'atmosphère, entre 0.3 et $10\text{ }\mu\text{m}$ environ. L'émetteur est un laser à impulsions. Le rayonnement émis interagit avec les particules et les molécules de l'atmosphère, dans la direction de la ligne de visée. Une partie du rayonnement est renvoyée dans la direction de l'émetteur : elle est rétrodiffusée. Le lidar mesure l'intensité rétrodiffusée au cours du temps pour la caractérisation des aérosols et des gaz. Certains lidars utilisent l'effet Doppler et mesurent la fréquence du signal rétrodiffusé pour étudier la vitesse des vents par exemple.

1 Équations simplifiées du lidar atmosphérique

Le laser, situé à l'altitude $z = 0$, émet un signal électromagnétique de puissance $\mathcal{P}_0$. La traversée de l'atmosphère atténue la puissance du faisceau. À l'altitude z , celle-ci est $\mathcal{P}(z)$. Une couche d'atmosphère située entre z et $z + dz$ rayonne la puissance : $d\mathcal{P}_{\text{ray}} = \alpha(z)\mathcal{P}(z)dz$. L'axe des z est orienté suivant la verticale ascendante et $\alpha(z)$ est fonction de la nature et de la concentration des particules et molécules situées à l'altitude z .

On supposera pour simplifier que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques est la même en tout point, on la note c .

□ 1 – L'aire de la section droite du faisceau laser est notée S . La durée de l'impulsion laser est t_ℓ . À quelle date est reçue par le laser l'impulsion émise à la date t_0 et diffusée par une molécule se situant à la distance z ?

□ 2 – Le signal reçu à la date t a été diffusé par des molécules se trouvant dans un cylindre de volume $S\Delta z$. Donner l'expression puis la valeur numérique de Δz sachant que le lidar émet des impulsions de durée $t_\ell = 7.0 \text{ ns}$.

□ 3 – Les impulsions sont émises à la fréquence $F_\ell = 20 \text{ Hz}$. Ce lidar permet-il de sonder l'atmosphère jusqu'à une altitude de 12 km ?

□ 4 – Établir l'équation différentielle vérifiée par la puissance $\mathcal{P}(z)$. En déduire l'expression de $\mathcal{P}(z)$ en fonction de $\mathcal{P}_0$ et de l'intégrale $\int_0^z \alpha(u)du$.

Seule la puissance diffusée dans la direction du laser est utile. On note k la fraction de la puissance diffusée qui retourne vers le laser. Le facteur k est un coefficient sans dimension dépendant uniquement de la nature de l'interaction entre l'onde électromagnétique et la molécule. On note $\mathcal{P}_{\text{rd}}(z)$ la puissance rétrodiffusée par le volume $S\Delta z$ sondé par l'impulsion laser et situé à l'altitude z .

□ 5 – Montrer que, si on note $\beta(z) = k\alpha(z)$, $\mathcal{P}_{\text{rd}}(z) = \frac{1}{2}ct_\ell\beta(z)\mathcal{P}(z)$.

La lumière rétrodiffusée revient vers l'émetteur en traversant à nouveau l'atmosphère. Cette lumière est reçue par un détecteur d'aire A , situé en $z = 0$. La puissance reçue par le détecteur est égale à

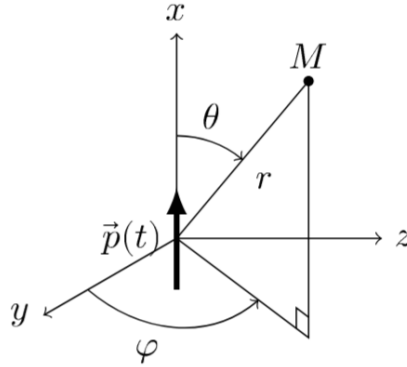
$$\mathcal{P}_{\text{détecteur}} = K\mathcal{P}(0)\frac{ct_\ell}{2}\beta(z)\frac{A}{z^2}\exp\left(-2\int_0^z \alpha(u)du\right) \quad (1)$$

où K est un facteur numérique sans dimension.

□ 6 – Commenter soigneusement l'expression de la puissance reçue par le détecteur.

Cette puissance reçue est très faible (de l'ordre de quelques nanowatts pour une cible située à 3 kilomètres), le signal doit donc être amplifié. L'étude du signal permet de remonter à la fonction $\alpha(z)$ et donc à la composition du volume d'atmosphère sondé.

2 Dipôle rayonnant



Les molécules atmosphériques, excitées par l'onde électromagnétique du laser, de pulsation ω , vont se comporter comme des dipôles oscillants, diffusant l'onde reçue. Nous modéliserons, pour simplifier, la molécule comme un dipôle de moment $\vec{p}(t) = p(t)\vec{u}_x$ situé en un point O . Un point de l'espace est repéré par ses coordonnées sphériques d'origine O et d'axe Ox .

On pose $p(t) = e\ell(t) = e\ell_0 \cos(\omega t)$.

La longueur d'onde du laser est de l'ordre de quelques micromètres.

□ 7 – Quelle est la relation entre la pulsation ω de l'onde et sa longueur d'onde λ si on prend la relation de dispersion d'une OPPM dans le vide ?

□ 8 – Les échelles de longueur décrivant le système vérifient $\ell_0 \ll \lambda$ et $\ell_0 \ll r$. Préciser la signification physique de ces deux inégalités.

□ 9 – Définir la zone de rayonnement. Est-il légitime d'étudier le champ rayonné par la molécule dans cette zone ?

L'observation montre que le champ magnétique rayonné par le dipôle décroît en $1/r$, qu'il est indépendant de φ , qu'il varie en $\sin \theta$ et que sa norme est proportionnelle à l'accélération des charges donc à la dérivée seconde de p , notée p'' . On peut donc écrire :

$$\vec{B}(M, t) = \alpha \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r} p'' \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_\varphi \quad (2)$$

où α est un coefficient qui s'exprime en fonction de constantes fondamentales.

- **10** – Justifier par un argument de symétrie que le champ magnétique en M est dirigé par $\vec{u}_\varphi$.
- **11** – Quelle est la signification du terme $t - r/c$ dans l'expression de $\vec{B}$?
- **12** – Justifier par une analyse dimensionnelle que l'expression $\alpha = 1/c$ est cohérente.
- **13** – Déterminer l'expression du champ électrique sachant que l'onde rayonnée a localement la structure d'une onde plane progressive.

3 Puissance rayonnée

- **14** – Établir l'expression du vecteur de Poynting $\vec{R}$ de ce champ.
- **15** – Établir que l'expression de la puissance moyenne rayonnée à travers la sphère de centre O et de rayon r s'écrit

$$\langle \mathcal{P}_m \rangle = \frac{\mu_0}{12\pi c} \omega^4 p_0^2 \quad (3)$$

- **16** – Comment peut-on interpréter le fait que $\langle \mathcal{P}_m \rangle$ ne dépend pas de r ?

La molécule est excitée par l'onde électromagnétique du laser. Le moment dipolaire résultant de cette excitation s'écrit : $\vec{p}(t) = \frac{e^2}{m\omega_0^2} \vec{E}(0, t)$, où e est la charge élémentaire, m la masse de l'électron, ω_0 une pulsation caractéristique de la molécule traduisant l'interaction entre l'électron et le reste de la molécule et $\vec{E}(0, t)$ le champ électrique émis par le laser au point O où se trouve la molécule.

- **17** – Montrer que $\langle \mathcal{P}_m \rangle$ peut se mettre sous la forme

$$\langle \mathcal{P}_m \rangle = \sigma \mathcal{E}_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 \quad (4)$$

où $\mathcal{E}_0$ est l'éclairement de l'onde excitatrice, défini comme la puissance moyenne reçue par une surface orthogonale à la direction de propagation et σ une grandeur que l'on exprimera en fonction de e , μ_0 et m et dont on donnera la dimension.

On s'intéresse maintenant à des molécules situées au voisinage de l'altitude z .

- **18** – Exprimer alors la grandeur $\alpha(z)$ utilisée précédemment en fonction de σ , des pulsations ω et ω_0 et de la densité moléculaire $n(z)$ à l'altitude z .

Le traitement du signal reçu par le détecteur permet de remonter à la fonction $\alpha(z)$ donc à la concentration en molécules, comme les molécules d'eau, de diazote, de dioxyde de carbone.