

Lycée Baimbridge, MP 2026-2027

19 septembre 2026

Physique Chimie

DS 2

Type CCINP

Durée : 4 heures

*Calculatrice **interdite***

Le sujet est constitué de quatre parties totalement indépendantes. Il n'est pas nécessaire de les aborder dans l'ordre.

Les réponses doivent systématiquement être justifiées (sauf mention explicite du contraire). La clarté de la rédaction et la justesse du raisonnement mené seront valorisées, même si la tentative de réponse n'est pas aboutie ou si la réponse obtenue à la fin de la question est incorrecte.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur de sujet, merci de l'indiquer clairement sur votre copie, et de poursuivre votre composition en expliquant les initiatives que vous êtes amené·e à prendre.

Comme au concours, le sujet est long. Il n'est pas nécessaire de tout faire pour avoir une bonne note.

1 Oscillateur à frottement solide (Petites Mines)

Dans ce problème, on s'intéresse à un système masse-ressort en contact avec un solide. C'est le cas, par exemple, des accéléromètres et des sismomètres modernes. Nous voulons caractériser la réponse d'un tel système à une perturbation, et en particulier identifier l'effet des frottements solides sur le mouvement.

Un solide M , assimilé à un point matériel de masse m , est mobile sur un plan selon un axe horizontal (Ox) et relié à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , dont l'autre extrémité est attachée à un point fixe. On choisit comme origine O de l'axe la position du solide lorsque le ressort est à sa longueur à vide ℓ_0 (voir figure 1).

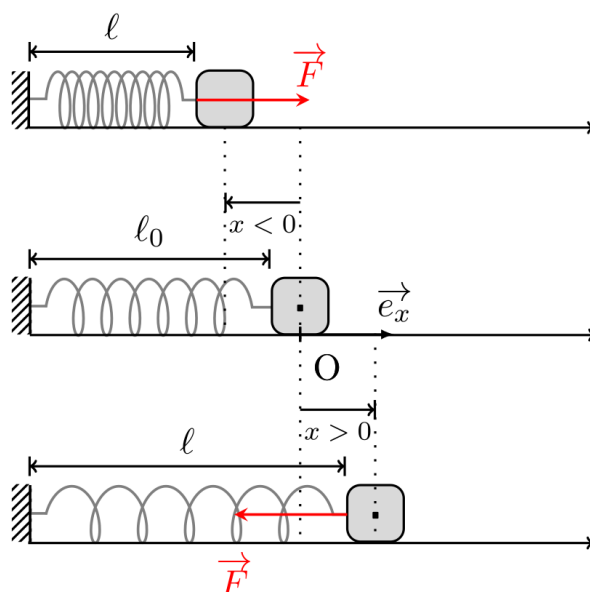


Figure 1: Oscillateur à frottement solide. La force $\vec{F}$ indiquée en rouge correspond à la force de rappel du ressort.

Dans un premier temps, **on néglige les frottements entre la masse et le support.**

- ☐ **1** — Représenter, sur un dessin, les forces exercées sur M dans le cas où $x > 0$, faire un bilan de ces forces, puis, par application de la relation fondamentale de la dynamique, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.
- ☐ **2** — Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique emmagasinée dans le ressort en fonction de k et x .
- ☐ **3** — Exprimer l'énergie mécanique du système masse + ressort en fonction de m, k, x et de sa dérivée $\dot{x}$. Est-elle conservée au cours du mouvement ?
- ☐ **4** — De ce qui précède, déduire à nouveau l'équation différentielle du mouvement de M .

□ 5 – Résoudre l'équation différentielle et obtenir l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de M dans le cas où M est lâchée à $t = 0$ de l'abscisse x_0 avec la vitesse $\dot{x}_0 \vec{e}_x$.

On prend maintenant en compte les frottements. Des frottements solides de coefficient de frottement f existent entre le mobile et le plan. On néglige la différence entre coefficient de frottement statique et dynamique.

□ 6 – Grâce à un schéma des forces quand M est en mouvement, et en précisant le sens du mouvement, déterminer l'angle ϕ entre la réaction du support et la verticale en fonction de f .

□ 7 – On donne à M l'élongation (l'abscisse) x_0 , positive ou négative, et on l'abandonne sans vitesse. A quelles conditions sur x_0 , M démarrera-t-elle ? Entre quelles limites de x se situera donc la position d'équilibre finale de M ?

□ 8 – Du fait que les frottements n'ont pas toujours le même sens, montrer que la force de frottement $\vec{F}_f$ peut s'écrire :

$$\vec{F}_f = -\epsilon f m g \vec{e}_x \quad (1)$$

où le coefficient ϵ est tel que $\epsilon = +1$ si $\dot{x} > 0$ et $\epsilon = -1$ si $\dot{x} < 0$. Écrire alors l'équation différentielle en x du mouvement de M .

□ 9 – Pour toute la suite du problème, on prendra x_0 positive et très supérieure à la limite de démarrage de M , de telle façon que M effectue plusieurs oscillations. Écrire puis résoudre l'équation sur l'intervalle $[x_0, x_1]$ où x_1 est l'abscisse de M quand M s'arrête pour la première fois. Quelle est la durée de cette première étape ? Trouver la valeur de x_1 .

□ 10 – Le phénomène se reproduisant de x_1 à x_2 où M s'arrête à nouveau, etc., le mouvement de M est pseudo périodique. Déterminer la pseudo période T des oscillations.

□ 11 – Exprimer le travail de $\vec{F}_f$ sur le parcours $[x_1, x_2]$ en fonction de f, x_1 et x_2 . Sans rechercher à nouveau l'équation horaire du mouvement de M , déterminer alors grâce à un théorème énergétique, l'élongation x_2 quand M s'arrête pour la deuxième fois. (En fonction de x_0, f et k)

□ 12 – De l'étude qui précède, déduire la nature de la décroissance de l'amplitude du mouvement au cours du temps. Déterminer l'équation $x_{max}(t)$ de la courbe reliant les maxima de x .

□ 13 – Quelle est la différence, au niveau de l'enveloppe de $x(t)$, pour un oscillateur amorti par frottements solides avec un oscillateur amorti par frottements visqueux (loi de frottement proportionnelle à la vitesse) ? Tracer l'allure de la réponse du système et son enveloppe dans les deux cas.

2 Détecteur de pluie capacitif (E3A)

La première voiture française à avoir été vendue avec le détecteur de pluie en série est la Peugeot 406 en 1997. Cette dernière est en général commercialisée avec l'option allumage automatique des phares.

Nous étudions ici un capteur de pluie capacitif. Un élément chauffant intégré au capteur permet de le maintenir sec en vaporisant l'eau tombée. Ceci évite les fausses communications dues au brouillard ou à des phénomènes de condensation (rosée du matin). Le capteur est une platine sur substrat céramique, son principe de fonctionnement repose sur une détection de type capacitive. Ainsi l'accumulation de pluie sur la surface de la plaque aura pour conséquence de modifier la valeur de sa capacité, ainsi que les lignes du champ électrique.

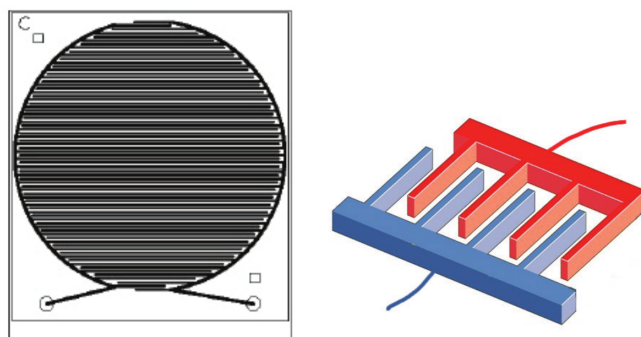


Figure 2: Cellule capacitive et schéma de principe de sa géométrie

□ 14 – Justifier que ce capteur puisse se modéliser par l'association de condensateurs en parallèle et établir l'expression de la capacité équivalente de N condensateurs en parallèle.

□ 15 – On s'intéresse au champ électrique créé par un plan infini (Oxy) de densité surfacique σ , plongé dans le vide. Montrer, par l'étude des symétries et des invariances que celui-ci s'écrit sous la forme :

$$\vec{E} = E(z)\vec{e}_z \quad (2)$$

avec $E(-z) = -E(z)$.

□ 16 – Établir alors l'expression de $E(z)$ en fonction de σ et ϵ_0 par application du théorème de Gauss.

□ 17 – En admettant que le résultat précédent reste valable pour un plan fini, établir l'expression de la capacité C_0 d'un condensateur plan dont le diélectrique est assimilé à du vide, constitué de deux armatures planes identiques de surface S , distantes de e et portant des charges opposées $+q$ et q .

□ **18** – La cellule capacitive est assimilée à une association de 40 condensateurs. La capacité totale de l'ensemble vaut $C_{\text{tot}} = 2 \text{ pF}$. On suppose l'épaisseur des armatures négligeable, et la surface d'une armature vaut $S = 0.5 \text{ mm}^2$. On rappelle la permittivité électrique du vide $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \approx 10^{-11} \text{ SI}$. Évaluer l'épaisseur e entre les armatures d'un condensateur.

□ **19** – Montrer que l'unité de la permittivité diélectrique du vide ϵ_0 peut s'écrire sous la forme $F^\alpha \cdot m^\beta$ avec α et β des coefficients à déterminer.

□ **20** – La capacité du condensateur varie en fonction de la présence ou non de gouttes d'eau sur le capteur. Afin de mesurer sa valeur, le condensateur est chargé avec courant constant i et l'on mesure la durée Δt nécessaire pour que la tension à ses bornes atteigne la valeur de référence U_{ref} . Exprimer la capacité C du condensateur en fonction de i , U_{ref} et Δt .

□ **21** – Tracer l'allure de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps, lors d'une charge sous une tension constante U_{ref} à travers une résistance R . Tracer le graphe de la tension aux bornes du condensateur lors d'une charge à courant constant i l'emmenant à une tension finale U_{ref} . Comparer les graphes.

□ **22** – Proposer un montage permettant de mesurer la capacité C d'un condensateur au laboratoire, en précisant les mesures effectuées.

Dans la pratique le condensateur utilisé dans le capteur capacitif est intégré dans le feuilletage des vitres. À l'approche d'une couche d'eau, les lignes du champ électrique sont modifiées (il s'agit du même principe utilisé pour les écrans tactiles capacitifs). Les lignes de champ sur un tel capteur sont les suivantes :

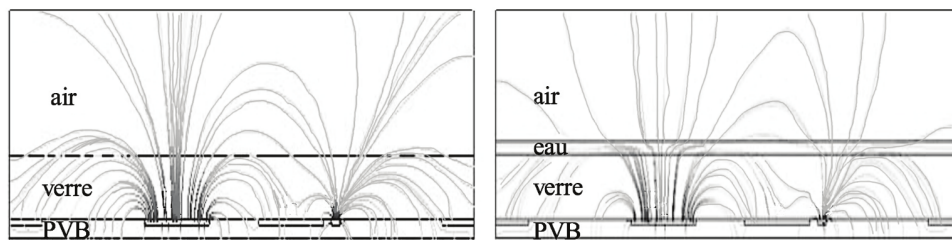


Figure 3: Lignes du champ électrique sur la surface du capteur en absence d'eau, et déformation de ces lignes en présence de gouttes d'eau. PVB représente la plaque du capteur.

□ **23** – Préciser la zone où la norme du champ électrique est la plus grande.

3 Exfoliation du graphène avec un morceau de scotch (Centrale, CCINP)

Le graphène est un cristal bidimensionnel, constitué d'atomes de carbone répartis régulièrement sur un réseau hexagonal en forme de nid d'abeille. En appliquant un simple morceau de Scotch sur un cristal de graphite, les physiciens Konstantin Novoselov et Andre Geim ont réussi, en 2004, à isoler et à observer une unique feuille de graphène. Ils ont reçu le prix Nobel de physique en 2010 pour ces travaux. Le graphène s'est avéré être un matériau fascinant, aux propriétés électroniques exceptionnelles et donne lieu, depuis 2004, à des recherches variées à la fois en physique fondamentale et en physique appliquée.

3.1 Le carbone

Le carbone présente des isotopes : les carbones 12, 13 et 14 de masses molaires respectivement $12.0000 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $13.0000 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $14.0000 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

☐ **24** – Qu'est-ce qu'un isotope ? On pourra s'aider d'un exemple autre que le carbone.

☐ **25** – Sachant que la masse molaire du carbone naturel est de $12.0111 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et en supposant que celui-ci ne contient pas de carbone 14, donner les fractions massiques des carbones 12 et 13.

☐ **26** – Donner la position du carbone ($Z = 6$) et de l'oxygène ($Z = 8$) dans le tableau périodique, ainsi que leur nombre d'électrons de valence.

☐ **27** – Donner la représentation de Lewis de ces deux éléments et proposer une structure de Lewis pour les molécules de CO_2 et de CO .

☐ **28** – La molécule de CO_2 (linéaire) présente-t-elle un caractère dipolaire ? Et celle de CO ? Justifier.

3.2 Diagramme de phases du carbone

Le carbone solide existe sous deux variétés allotropiques aux propriétés physico-chimiques très différentes : le diamant (dur, cassant, transparent, isolant) et le graphite (mou, noir, conducteur). On donne sur la figure ci-dessus le diagramme d'état du carbone.

☐ **29** – Quelle est la forme stable du carbone à 0°C sous 1 bar ?

☐ **30** – Sous quelles pressions le graphite peut-il se transformer en diamant ? Où peut-on rencontrer de telles pressions ?

☐ **31** – Comment expliquer que des diamants puissent être achetés dans des bijouteries ?

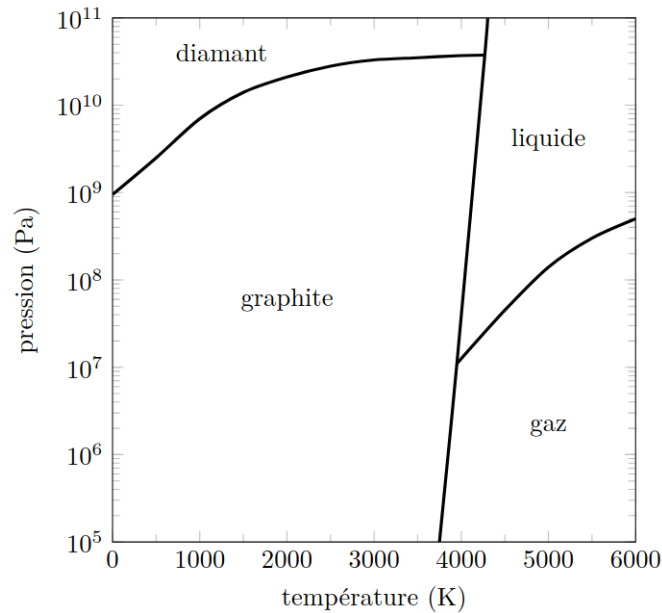


Figure 4: Diagramme de phases du carbone.

3.2.1 Structure cristallographique du diamant

Le diamant cristallise dans une structure cubique telle que les atomes de carbone forment un réseau cubique à faces centrées et occupent un site tétraédrique sur deux en alternance.

- ☐ **32** – Dessiner la maille du diamant.
- ☐ **33** – Quelle est la compacité de l'édifice en supposant qu'il y a tangence entre atomes de carbone les plus proches ?
- ☐ **34** – La masse volumique du diamant vaut $3250 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. En déduire la distance séparant deux atomes de carbone.

3.2.2 Structure cristallographique du graphite

Le graphite présente une structure en feuillets superposés de type ABAB. Au sein d'un même feuillet, les carbones ont une géométrie trigonale plane avec des angles de 120° et des longueurs de liaison de 141 pm. La maille hexagonale associée à la structure est représentée ci-dessous.

- ☐ **35** – Déterminer le nombre d'atomes en propre par maille.
- ☐ **36** – La densité du graphite étant d'environ 2,1, en déduire une estimation de la distance entre deux feuillets. (*Cette question demande une certaine prise d'initiative*)

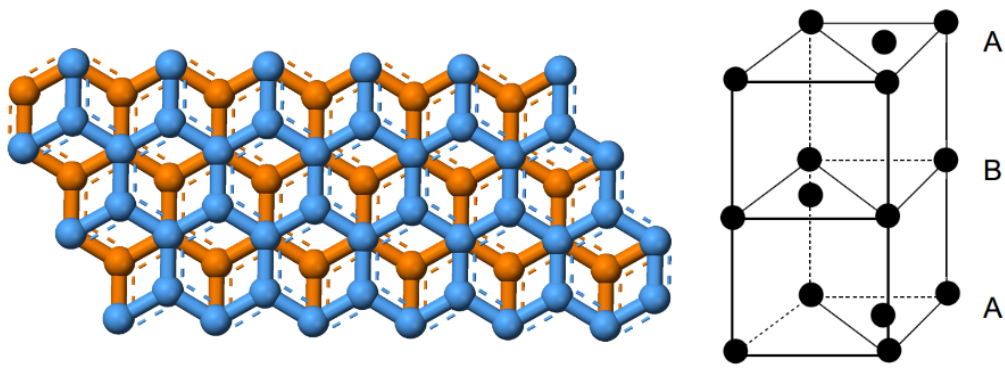


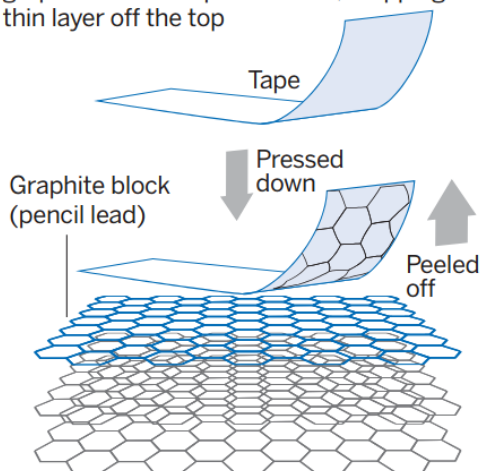
Figure 5: A gauche : représentation schématique des feuillets de graphite vus de dessus. A droite : maille hexagonale du graphite.

□ **37** – En comparant les différentes distances entre atomes de carbone rencontrées dans cette partie, discuter la nature des liaisons C-C dans le diamant, dans les feuillets du graphite et entre les feuillets du graphite. Commenter.

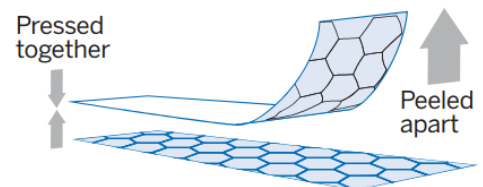
3.2.3 Du graphite au graphène

Le graphène correspond à un unique feuillet d'atomes de carbones constituant le graphite. La figure ci-dessous explique comment obtenir un tel feuillet à partir d'un bloc de graphite (tiré d'une mine de crayon par exemple) et d'un morceau de ruban adhésif.

1 A sticky 'tape' is placed on to a block of graphite and then peeled back, stripping a thin layer off the top



2 This layer of carbon is thinned further by pressing it on to other layers of tape



3 The tape is finally pressed on to a very smooth substrate such as silicon then peeled off, leaving a graphene layer a single atom thick

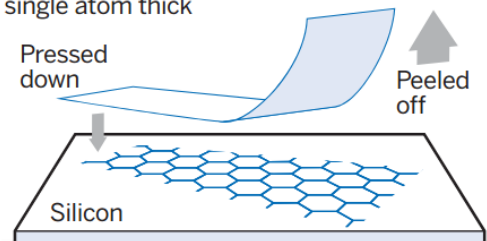


Figure 6: Illustration extraite de l'article *Faster, stronger, bendier* de Clive Cookson, publié dans *Financial Times* du 28 janvier 2013

□ **38** – À partir d'arguments qualitatifs uniquement, justifier la faisabilité d'un tel procédé.

□ **39** – Dans le domaine de la recherche, le graphène est particulièrement étudié pour ses propriétés électroniques exceptionnelles. Comment expliquer simplement les propriétés conductrices du graphène ?

4 Géophysique de la Terre (CCINP)

□ **40** – Donner les expressions des champs gravitationnel $\overrightarrow{G(M)}$ et électrostatique $\overrightarrow{E(M)}$, créés en un point M , respectivement par la masse ponctuelle m et par la charge ponctuelle q , chacune étant placée en O . En déduire les analogues gravitationnels de la charge q et de la permittivité diélectrique du vide ε_0 . En utilisant l'analogie, écrire l'énoncé du théorème de Gauss intégral relatif au champ gravitationnel $\overrightarrow{G(M)}$ créé par une distribution volumique de masse $\mu(P)$ contenue dans un volume V délimité par une surface S .

On suppose que la Terre est une sphère homogène de centre O , de rayon $R_T \approx 6000$ km et de masse volumique uniforme $\mu_T = 5400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. La masse de la Terre est $M \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

□ **41** – Exprimer le champ gravitationnel $\overrightarrow{G_T(M)}$ créé par la Terre en tout point de l'espace.

4.1 Sondage du sous-sol par gravimétrie

Les variations du champ gravitationnel au voisinage du sol terrestre peuvent renseigner sur le contenu du sol. On s'intéresse à la modification du champ gravitationnel terrestre due à un gisement de pétrole, modélisé comme une sphère homogène de rayon r' , de centre C et de masse volumique égale à $\mu_p = 900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

On cherche la variation relative du champ gravitationnel introduite par le gisement de pétrole en un point M situé sur la verticale OCZ du point C , à la surface de la Terre, avec la distance CM égale à $CM \approx d$ (figure 7).

On note $\overrightarrow{G_T(M)} = G_T(M) \overrightarrow{u_z}$ le champ gravitationnel qui régnerait sur la Terre sans la poche de pétrole et $\overrightarrow{G_{Tp}(M)} = G_{Tp}(M) \overrightarrow{u_z}$ en présence de la poche de pétrole.

□ **42** – En utilisant le principe de superposition, exprimer $G_{Tp}(M) \overrightarrow{u_z}$ et la variation relative du champ gravitationnel $\varepsilon = \frac{G_T(M) - G_{Tp}(M)}{G_T(M)}$ en fonction de μ_T, μ_P, r', d et de R_T .

□ **43** – En présence de pétrole, indiquer avec justification si le champ gravitationnel devient plus intense ou moins intense.

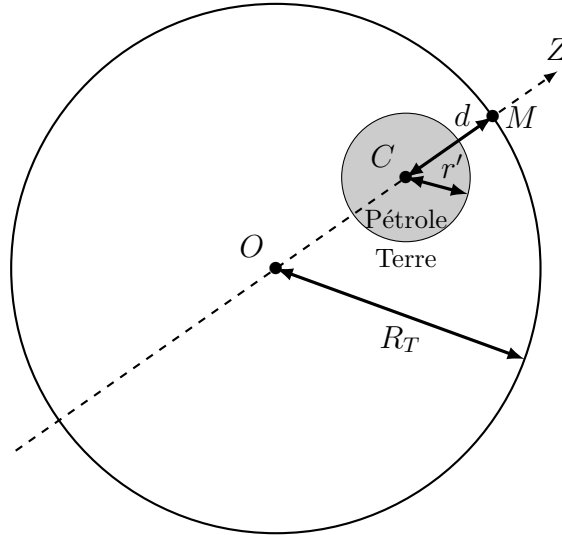


Figure 7: Présence de pétrole dans le sol terrestre

- 44 – Faire une estimation numérique de ε , en prenant : $\frac{r'}{d} = \frac{1}{2}$, $\frac{r'}{R_T} = \frac{10^{-3}}{4}$ et $\frac{\mu_P}{\mu_T} = \frac{1}{6}$. Commenter sachant que les gravimètres actuels ont une précision relative de l'ordre de 10^{-8} .

4.2 Un modèle de la température de la Terre

On souhaite déterminer l'énergie libérée lors de la formation de la planète Terre afin d'en déduire sa température. On considère pour cela une sphère de centre O , de rayon r , de masse volumique uniforme μ et de masse m . Une masse dm est apportée depuis l'infini jusqu'à la distance r sur la surface de la sphère.

- 45 – Exprimer l'énergie gravitationnelle finale $dE_{pG}(r)$ des masses m et dm . On considère l'énergie gravitationnelle nulle quand dm est infiniment éloignée de m .

On modélise la formation d'une sphère de centre O , de rayon R et de masse volumique uniforme μ par l'apport de coquilles sphériques, d'épaisseur dr et de volume $d\tau = 4\pi r^2 dr$, depuis l'infini jusqu'à la position occupée dans la sphère.

- 46 – Établir que l'expression de l'énergie gravitationnelle $E_{pG}(R)$ de cette distribution de masse totale M est : $E_{pG}(R) = -\frac{3G}{5} \frac{M^2}{R}$. Commenter le signe.

- 47 – La sphère précédente modélise la Terre. En supposant que l'énergie gravitationnelle est convertie totalement en énergie thermique, exprimer la température T_{eq} atteinte par la Terre à partir d'une température initiale voisine de 0 K, en fonction de M_T , R_T , G et de $C = 700 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ (capacité thermique massique de la Terre). Estimer T_{eq} et commenter.