

à rendre pour le 25 septembre 2025

## Physique Chimie

### DM 4

### La foudre (Adapté de CCINP PSI 2015)

## Préambule

L'électrosphère est une couche atmosphérique ionisée. L'électrosphère et la Terre, de rayon  $R = 6370$  km, forment un gigantesque condensateur terrestre, où le champ électrique par beau temps est dirigé de l'électrosphère vers la Terre et atteint environ 100 à  $120 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ .

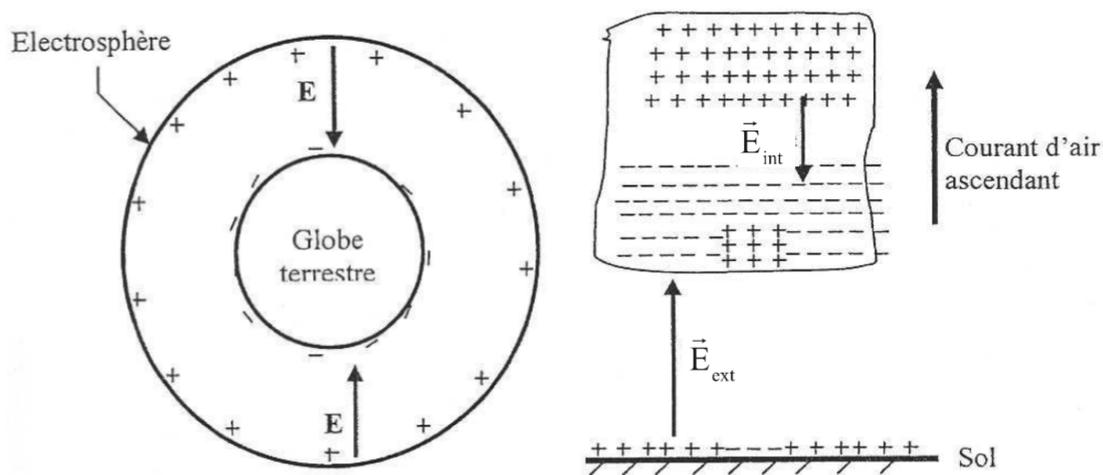


Figure 1: A gauche : Terre et électrosphère. A droite : nuage d'orage.

Les armatures de ce condensateur sont l'électrosphère et le globe terrestre, entre lesquelles il y a la troposphère et la stratosphère qui constituent le diélectrique, dont l'épaisseur est d'environ 80 km. L'air comprend en permanence des charges électriques, positives et négatives, créées par les rayonnements cosmiques créés par la radioactivité de la Terre. Par beau temps, il en résulte un courant atmosphérique de densité volumique  $\vec{j}$  tendant à décharger le condensateur.

Suite aux perturbations atmosphériques et sous certaines conditions, il se forme des nuages orageux en général de type cumulonimbus. Ils constituent une grande machine thermique dont la base et le sommet sont respectivement à 2 km et à 15 km d'altitude. Sa constitution est rendue possible par l'élevation d'air chaud par des courants ascendants dont la vitesse est de quelques mètres par seconde. Lors de son ascension, cette masse d'air se charge en humidité jusqu'à devenir un nuage. La partie supérieure, où il fait froid, est occupée par les particules de glace, tandis que les gouttes d'eau s'établissent dans la partie inférieure.

Les violents courants ascendants provoquent des collisions entre les gouttes d'eau et les microparticules de glace, plus légères et chargées positivement, ce qui produit la production de charges électriques par frottement. Ces microparticules de glace, plus légères et chargées positivement, sont emportées vers le haut par le courant d'air ascendant et occupent ainsi la partie supérieure du nuage qui forme le pôle positif. Tandis que les gouttes d'eau chargées négativement s'établissent dans la partie inférieure et créent le pôle négatif. Cependant, une petite quantité de charges positives demeurent à la base du nuage.

Le nuage fait apparaître sur la Terre, par influence électrique, une charge de signe opposé et crée ainsi deux véritables dipôles électriques :

- Un dipôle interne, généré entre les pôles positif et négatif du nuage. Si le champ électrique interne  $\vec{E}_{int}$  devient suffisamment grand, il provoque un claquage interne dans le nuage;
- un dipôle externe, généré entre la base du nuage et la surface de la Terre. Si le champ électrique externe  $\vec{E}_{ext}$  atteint des conditions critiques de l'ordre de  $20 \text{ V}\cdot\text{km}^{-1}$ , il finit par provoquer une grande décharge entre le nuage et la Terre.

## 1 Etude d'un condensateur sphérique

Un condensateur sphérique à air, dont la permittivité électrique est assimilable à celle du vide  $\epsilon_0$ , est formé de deux armatures concentriques de rayon  $R_1$  et  $R_2$  avec  $R_1 < R_2$ .

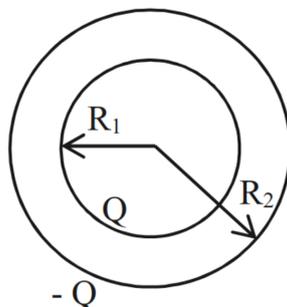


Figure 2: Condensateur sphérique.

L'armature intérieure de rayon  $R_1$  porte une charge totale  $Q$  uniformément répartie. L'armature extérieure porte la charge totale  $-Q$  uniformément répartie.

On travaillera ici dans la base classique de coordonnées sphériques  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ .

- 1 – Par des arguments clairs et précis d'invariance, justifier qu'entre les armatures, le champ électrique est de la forme  $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$ .
- 2 – Déterminer le champ  $\vec{E}$  entre les armatures, en fonction de  $r, Q$  et  $\epsilon_0$ .
- 3 – En déduire la différence de potentiel entre les armatures.
- 4 – En déduire la capacité  $C$  de ce condensateur en fonction de  $R_1, R_2$  et  $\epsilon_0$ .
- 5 – Le diélectrique n'est pas parfait. Il possède une résistivité électrique certes grande mais finie. Il crée alors un courant de densité volumique  $\vec{j}$  dans tout l'espace interconducteur. Faire un dessin montrant l'allure et le sens des lignes de courant dans le cas où  $Q > 0$ .

## 2 Analyse du préambule

- 6 – Donner une valeur approchée de la capacité du condensateur délimité par l'électrosphère et le globe terrestre.
- 7 – Le champ électrique qui règne à la surface de la Terre est-il, en général, dans le même sens ou en sens opposé suivant que le temps est clément ou orageux ?
- 8 – Lequel de l'éclair ou de la foudre correspond-il à un claquage diélectrique interne au nuage ? La foudre est-elle toujours descendante ou non ?
- 9 – Quel est l'ordre de grandeur de la différence de potentiel entre la Terre et le nuage juste avant l'arrivée de la foudre ?

## 3 Foudre et tonnerre

On modélise la foudre comme une colonne cylindrique d'axe  $(Oz)$ , de rayon  $R$ , formée d'un plasma d'électrons animés d'une vitesse de dérive  $\vec{v} = v\vec{e}_z$  supposée uniforme. On néglige la vitesse des atomes ionisés par rapport à celle des électrons et on note  $n(r)$  la densité particulaire en électrons libres dont on suppose qu'elle ne dépend que de la distance  $r = OM$  d'un point  $M$  de la colonne à l'axe  $(Oz)$ . La colonne est ainsi supposée parcourue par un courant d'intensité  $I$  caractérisé par une densité volumique de courant  $\vec{j} = j\vec{e}_z$  que l'on considère uniforme et permanent dans ce modèle simple. On se place en coordonnées cylindriques d'axe  $(Oz)$   $(r, \varphi, z)$  rapportées au trièdre  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$ . La pression locale au point  $M$  à la distance  $r = OM$  de l'axe est donnée par  $p(r) = n(r)k_B T$  où  $T$  est la température du plasma supposée uniforme et  $k_B = R/\mathcal{N}_A = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$  la constante de Boltzmann.

- 10 – Déterminer l'expression du champ magnétique en un point  $M$  intérieur à la colonne en fonction de  $\mu_0, j$  et de la distance  $r$  du point  $M$  à l'axe  $(Oz)$ .

□ **11** – Dans le cadre de l’hypothèse de densité de courant volumique uniforme, exprimer la vitesse des électrons  $\vec{v}$  en fonction de la charge  $e$  de l’électron, de  $j$  et de la densité particulaire  $n$ .

On considère un anneau de plasma de section rectangulaire d’épaisseur comprise entre  $r$  et  $r+dr$  et de hauteur  $dz$ . On note  $dS = rd\varphi dz$  un élément de sa surface latérale intérieure et extérieure (les deux seront prises égales en première approximation), et  $d\tau = dSdr$  l’élément de volume correspondant à cet anneau.

□ **12** – Montrer que sous l’effet du champ magnétique, l’anneau tend à se contracter au passage de la foudre (phénomène de magnétostriktion). En dressant alors un bilan des forces s’exerçant à l’équilibre sur l’anneau, montrer que la pression dans la colonne satisfait à l’équation différentielle :

$$\frac{dP}{dr} + \alpha r = 0 \tag{1}$$

où  $\alpha$  est une constante à déterminer en fonction de  $j$  et  $\mu_0$ .

□ **13** – En prenant pour référence de pression un point situé à la surface de la colonne de plasma en  $r = R$ , donner l’expression de  $P(r)$  ainsi que de la densité particulaire  $n(r)$  en fonction de  $j, \mu_0, R$  et  $r$ . En déduire la pression  $P(r = 0)$  et la densité  $n(r = 0)$  au centre de la colonne de foudre.

□ **14** – On désigne par  $N$  le nombre d’électrons par unité de longueur de la colonne de plasma. Montrer que la température  $T$  supposée uniforme est liée au courant total transporté  $I$  par la relation :

$$N = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi k_B T} \tag{2}$$

□ **15** – L’ordre de grandeur typique du rayon de la colonne est de  $R = 1$  mm. Elle véhicule un courant d’intensité de l’ordre de  $I \approx 10^4$  A. On donne l’ordre de grandeur de la densité volumique moyenne en électrons libres (densité particulaire moyenne) égale à  $n \approx 10^{25} \text{ m}^{-3}$ . En déduire l’ordre de grandeur de la densité volumique de courant dans la colonne. Estimer alors la température  $T$  qui règne dans la colonne ainsi que la pression  $P(0)$  en son centre.

□ **16** – Proposer une explication qualitative de l’éclair (lumière émise par la foudre).

□ **17** – En raison de cette surpression, la vitesse de l’air dépasse localement la vitesse du son. Proposer une explication qualitative du tonnerre (son émis par la foudre).