

7. Thermodynamique des systèmes ouverts

7.1 Machines thermiques dithermes : rappels

Nous avons vu en MPSI l'utilité des principes de la thermodynamique pour la description des machines thermiques, dont on rappelle la définition :

Définition Une machine thermique est un système thermodynamique échangeant du travail avec un système mécanique (ou électrique) et de l'énergie thermique avec un ou plusieurs thermostats au cours de transformations successives formant un cycle.

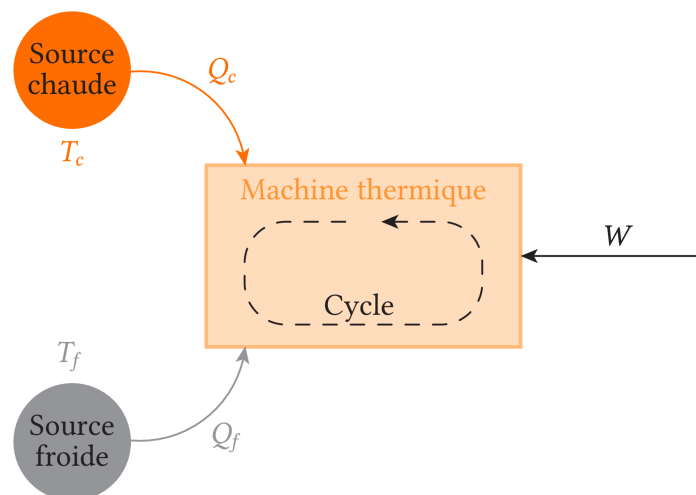


FIGURE 7.1 – Machine thermique ditherme. Source : Fillette, Froustey et Roussille (2023).

Les machines thermiques dithermes font intervenir des transferts thermiques avec deux sources : une source chaude à $T = T_c$ et une source froide à $T = T_f$. On note Q_c et Q_f le transfert thermique vers le fluide au contact de ces deux sources.

C'est le cas, par exemple, d'un réfrigérateur : on consomme de l'énergie électrique afin de

réaliser un transfert thermique depuis la source froide vers la source chaude.

Définition On définit l'efficacité d'une machine thermique ditherme comme :

$$e = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{fournie}}} \quad (7.1)$$

où E_{utile} est l'énergie obtenue à l'aide de la machine, et E_{fournie} est l'énergie fournie à la machine.

 **Capacité exigible 1** En appliquant les principes de la thermodynamique au fluide contenu dans la machine ditherme, déterminer l'efficacité maximale d'un réfrigérateur.

Pour un moteur, on peut aussi calculer l'efficacité de Carnot, et on montre que :

Propriété Dans le cas d'un moteur thermique fonctionnant en cycle fermé, l'efficacité de Carnot est donnée par :

$$e = 1 - \frac{T_f}{T_c} \quad (7.2)$$

■ **Démonstration** On a toujours $Q_c + Q_f + W = 0$ et $Q_f/T_f + Q_c/T_c \leq 0$, mais désormais la source chaude fournit l'énergie à la machine, et l'énergie utile est $-W$. Ainsi : $e = -W/Q_c$. On a alors :

$$\frac{Q_c}{T_c} - \frac{W + Q_c}{T_f} \leq 0 \quad (7.3)$$

ce qui implique directement que $e \leq 1 - T_f/T_c$. ■

Ces résultats sont utiles pour décrire certaines machines ou systèmes naturels. Cependant, un grand nombre de machines thermiques fonctionnent en réalité en circuit ouvert, dans tout ou partie de la machine : un fluide ou de la matière traverse en permanence la machine thermique. C'est le cas par exemple d'un réacteur d'avion ou encore d'un échangeur thermique qui sert à refroidir un fluide. L'objet de ce chapitre est de proposer un cadre conceptuel pour l'étude des systèmes ouverts à partir des principes de la thermodynamique.

7.2 Principes infinitésimaux

7.2.1 Premier et second principe

Nous pouvons, dans un premier temps, nous intéresser aux transformations élémentaires d'un système thermodynamique. Cela sera utile par la suite et va nous permettre de bien distinguer deux formes de nombres infiniment petits en physique.

Considérons un système thermodynamique subissant une transformation quasi-statique. Nous rappelons la définition d'une telle transformation :

Définition — Transformation quasi-statique (rappel). Une transformation thermodynamique est dite quasi-statique si elle correspond à une succession d'états d'équilibre.

Dans ce cas, nous pouvons étudier la transformation du système entre deux états infiniment proches. Entre ces deux états, le premier principe va s'écrire :

$$(\Delta U)' = W' + Q' \quad (7.4)$$

où les primes dénotent des quantités infiniment petites. Cette notation n'est pas habituelle en physique, et on a tendance à utiliser deux notations bien distinctes :

- La notation d est une différentielle : elle indique la variation infinitésimale d'une fonction d'état thermodynamique F entre l'état initial 1 et l'état final 2 supposés infiniment proches : $dF = F_2 - F_1$
- La notation δ , au contraire, indique une quantité infinitésimale qui ne peut pas s'écrire comme une différentielle mais qui est calculée lors de la transformation $1 \rightarrow 2$: $\delta X = X_{1 \rightarrow 2}$

 **Capacité exigible 2** Ecrire le premier et le second principe sous leur forme infinitésimale, en prenant soin d'utiliser correctement les notations d et δ .

7.2.2 Identité thermodynamique

On peut appliquer ces deux principes infinitésimaux à une transformation réversible sans variation d'énergie mécanique. Pour ce type de transformation, le travail reçu par le système est fonction de la pression extérieure, qui est égale à la pression à l'intérieur du système car le système est à l'équilibre : $\delta W = -pdV$. Le premier principe s'écrit donc :

$$dU = \delta Q - pdV \quad (7.5)$$

Par ailleurs la transformation étant réversible, l'entropie créée est nulle et on peut ainsi écrire :

$$dS = \delta S_{ech} = \frac{\delta Q}{T} \quad (7.6)$$

En combinant les deux équations, on obtient :

$$dU = TdS - pdV \quad (7.7)$$

En établissant cette propriété, nous avons considéré une transformation réversible. Mais les variations de U , de S et de V ne dépendent pas du chemin suivi (réversible ou non) car ce sont des fonctions d'état qui ne dépendent que des variables d'état du système (T, V, n) . Donc, elles sont les mêmes que le chemin soit réversible ou non. C'est une propriété fondamentale des fonctions thermodynamiques, on la nomme l'identité thermodynamique :

Théorème — Identité thermodynamique. Lors d'une transformation thermodynamique infinitésimale, l'énergie interne U , l'entropie S , la pression p , le volume V et la température T d'un système thermodynamique sont reliées par la relation suivante :

$$dU = TdS - Vdp \quad (7.8)$$

En utilisant la définition de l'enthalpie $H = U + pV$ et de l'enthalpie libre $G = H - TS$ on obtient les relations suivantes, qui sont utiles :

$$dH = TdS + Vdp \quad (7.9)$$

$$dG = Vdp - SdT \quad (7.10)$$



Nous n'allons pas utiliser l'identité thermodynamique et ses dérivées dans le reste du chapitre. Mais ce sont cependant des relations très utiles dans différents contextes.

7.3 Premier principe pour un système ouvert

Nous allons maintenant utiliser les principes infinitésimaux pour les appliquer au fonctionnement d'une machine à travers laquelle de la matière passe. Cela peut être, par exemple, de l'air qui

passer à travers un réacteur d'avion, ou encore des déchets qui passent à travers un incinérateur. On supposera dans toute la suite le régime stationnaire, c'est-à-dire que les propriétés du système ouvert sont indépendantes du temps. La matière s'écoule à travers le système avec un débit massique :

$$D_m = \frac{dm}{dt} \quad (7.11)$$

Comme on est en régime stationnaire, la masse à l'intérieur du système est constante, donc le débit massique entrant et sortant doivent être égaux.

Nous allons considérer que la matière rentre et sort du système selon le même axe (Ox). Nous nous plaçons en régime permanent, c'est-à-dire que le débit de matière à travers le système ainsi que la puissance thermique et mécanique fournies par le système ne varient pas dans le temps.

Le premier principe s'appliquant uniquement à un système fermé, nous allons devoir construire un système fermé pour pouvoir l'appliquer, puis en déduire des informations sur le système ouvert.

Volume de contrôle

Nous définissons un volume de contrôle $\mathcal{V}_c$ qui contient le dispositif étudié. Le volume de contrôle est fixe et il est traversé par de la matière : il correspond à un système ouvert que nous notons $\mathcal{S}$. Les propriétés de ce système ne dépendent pas du temps car nous sommes en régime permanent. Comme c'est un système ouvert, nous ne pouvons pas lui appliquer le premier principe. Nous devons construire un système fermé auquel nous pourrions l'appliquer.

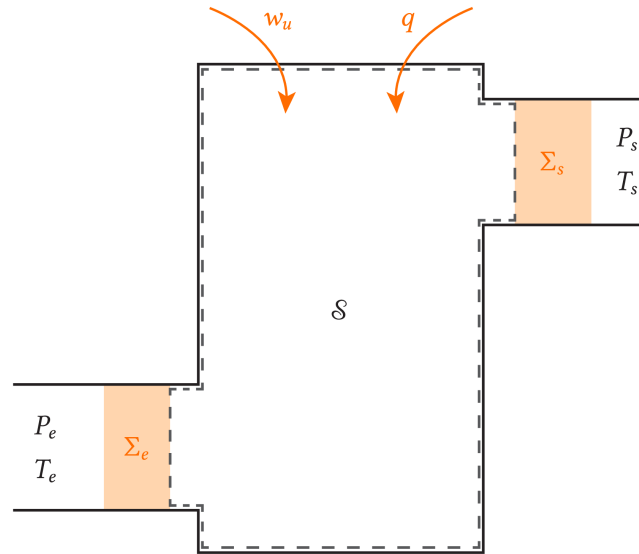


FIGURE 7.2 – Définition du volume de contrôle. Source : Fillette, Froustey et Roussille (2023).

Système fermé

Pour cela, nous définissons le système fermé Σ qui correspond à l'intérieur du volume de contrôle à l'instant t (le système $\mathcal{S}$) ainsi qu'à la matière qui va rentrer dans le système entre t et $t + dt$, que nous notons Σ_e : $\Sigma(t) = \mathcal{S} \cup \Sigma_e$. À la différence de $\mathcal{S}$, Σ se déplace dans le temps avec la matière qu'il contient. À l'instant $t + dt$, le système Σ est notamment composé de la matière qui se trouve à l'intérieur du volume de contrôle à $t + dt$ ainsi que la matière qui est sortie entre t et $t + dt$, que nous notons Σ_s : $\Sigma(t + dt) = \mathcal{S} + \Sigma_s$.

 **Capacité exigible 3** En appliquant le premier principe au système fermé Σ en régime stationnaire, relier la variation d'enthalpie massique h du fluide à la puissance thermique $\mathcal{P}_{thermique}$ et mécanique $\mathcal{P}_{mecanique}$ reçue par le fluide dans le système ouvert.

Nous avons montré que :

$$D_m \Delta(h + e_c + e_p) = \mathcal{P}_{thermique} + \mathcal{P}_{mecanique} \quad (7.12)$$

On peut définir le travail utile reçu par unité de masse de fluide, et le transfert thermique reçu par unité de masse de fluide :

Définition Le travail utile massique reçu par le système ouvert correspond au travail reçu par unité de masse qui traverse le système :

$$w_u = \frac{\delta W_u}{dm} = \frac{\mathcal{P}_{mecanique}}{D_m} \quad (7.13)$$

De même on définit le transfert thermique massique reçu par le système :

$$q = \frac{\delta Q}{dm} = \frac{\mathcal{P}_{thermique}}{D_m} \quad (7.14)$$

Nous aboutissons ainsi à la relation suivante :

Théorème — Premier principe industriel. Soit un système ouvert $\mathcal{S}$ en régime permanent, qui échange de la masse avec l'extérieur via une entrée et une sortie à un débit massique D_m . La variation de l'enthalpie massique h , de l'énergie cinétique massique e_c , et de l'énergie potentielle massique e_p à travers le système est donnée par :

$$\Delta(h + e_c + e_p) = w_u + q \quad (7.15)$$

où w_u est le travail massique reçu par le système, en considérant uniquement les forces non conservatives autres que les forces de pression.

 Dans les conditions habituelles des machines industrielles, on a $|\Delta(e_c + e_p)| \ll \Delta h$. En effet, l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau est de l'ordre de $L_v = 2250 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Pour avoir une variation d'énergie comparable, il faudrait une vitesse $v = \sqrt{2L_v} \approx 4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, ou pour l'énergie potentielle, monter l'eau à une altitude $h = L_v/g \approx 250 \text{ m}$, ce qui n'est quasiment jamais le cas dans une machine thermique.

7.4 Second principe pour un système ouvert

On note désormais s_e et s_s l'entropie massique du fluide en entrée et en sortie du système ouvert.

 **Capacité exigible 4** Relier la variation d'entropie massique à l'entropie créée et échangée par unité de masse.

On obtient le second principe industriel :

Théorème — Second principe industriel. Soit un système ouvert $\mathcal{S}$ en régime permanent, qui échange de la masse avec l'extérieur via une entrée et une sortie à un débit massique D_m . La

- **Isochores** (en tirets orange clair) : courbes de volume massique constant ;
- **Isenthalpes** : courbes d'enthalpie massique constante, ici verticales car l'enthalpie massique est l'axe des abscisses ;
- **Isentropes** (en pointillés orange foncé) : courbes d'entropie massique constante.

Dans le cas d'un changement d'état, on fait par ailleurs apparaître :

- La **courbe de saturation**, ici en noir, qui délimite les régions liquide (1), gaz (3) et la région biphasée (2).
- Les **isotitres** en noir, correspondant à des lignes où la fraction massique de gaz est constante.

 **Capacité exigible 5** Démontrer que les isothermes sont verticales dans les zones (1) et (3) en supposant le gaz parfait et les phases condensées idéales, et qu'elles sont horizontales sous la courbe de saturation.

- R** En pratique on constate que dans certaines régions du diagramme, les isothermes ne sont ni verticales ni horizontales, c'est le cas en particulier dans ou proche de la zone supercritique, où le fluide ne peut être assimilé ni à un gaz parfait ni à une phase condensée idéale.

De la même manière qu'en première année sur les diagrammes de Clapeyron, on peut utiliser le théorème des moments pour trouver une fraction massique de vapeur sous la courbe de saturation :

Propriété — Théorème des moments. On considère un point M de titre vapeur x , correspondant à une enthalpie massique h . Sur le palier isotherme, on lit h_{vap} et h_{liq} . Alors :

$$x = \frac{h - h_{liq}}{h_{vap} - h_{liq}} \quad (7.18)$$

Application à une machine frigorifique

On considère un réfrigérateur contenant le fluide R134a, dont le diagramme est présenté ci-dessous. Le fluide subit un cycle avec les étapes suivantes :

- **Compresseur** : Compression rapide du fluide de 1.3 à 8 bar
- **Condenseur** : liquéfaction à pression constante au contact de la source chaude. La liquéfaction étant exothermique, de l'énergie est cédée à l'air ambiant.
- **Détendeur** : Le fluide subit une détente adiabatique en l'absence de tout travail extérieur (pas de partie mobile dans le détendeur). La pression redescend à 1.3 bar. La température diminue à -20°C .
- **Évaporateur** : le fluide s'évapore au contact de la source froide, à pression constante. L'évaporation étant endothermique, ceci refroidit l'intérieur du réfrigérateur.

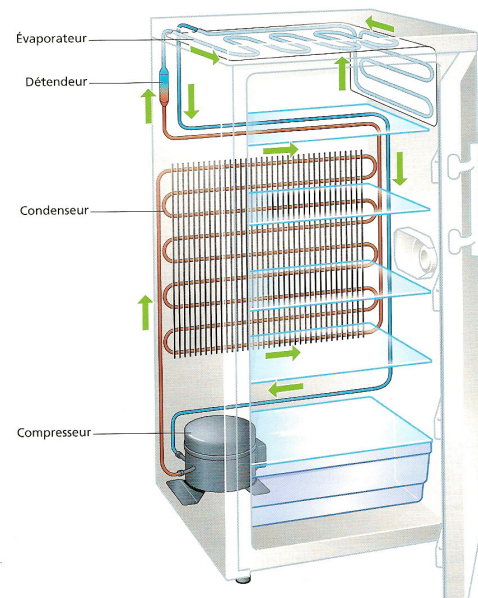


FIGURE 7.4 – Fonctionnement d'un réfrigérateur.
Source : Université du Québec.

 **Capacité exigible 6** A l'aide des différentes étapes du cycle, déterminer l'efficacité du réfrigérateur et la comparer à l'efficacité de Carnot.

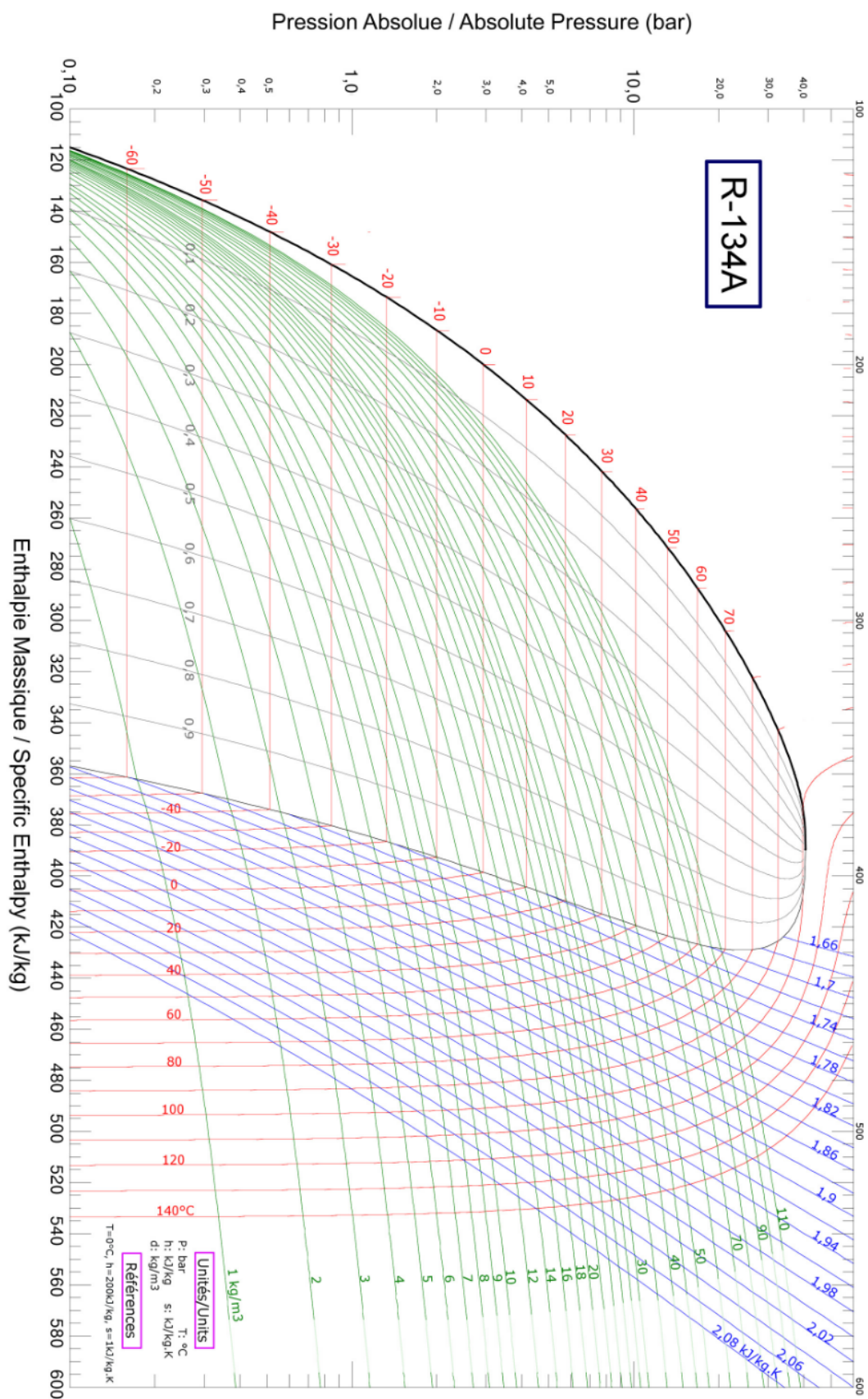


FIGURE 7.5 – Diagramme enthalpique du R134a. Source : Climalife.