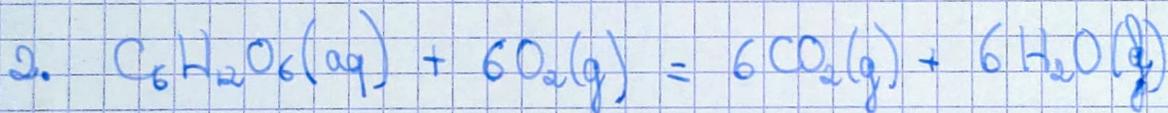
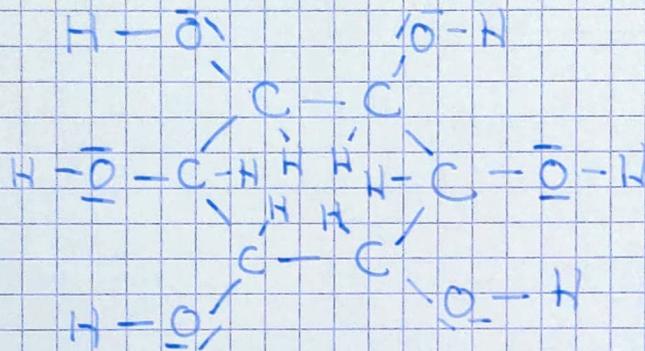


Corrige - DS3

I - Suivi médical d'un sportif

1 - Métabolisme aérobie et anaérobie

1. C : 4 e⁻ de valence O : 6 e⁻ de valence



3. $\Delta_r H^\circ = 6\Delta_f H^\circ(CO_2) + 6\Delta_f H^\circ(H_2O) - \Delta_f H^\circ(C_6H_{12}O_6)$
 $= \boxed{-2,80 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}}$ (loi de Hess)

$\Delta_r H^\circ < 0$ donc la réaction est exothermique.

Ceci est logique : c'est une réaction qui sert à nous fournir de l'énergie à partir de sucre donc elle libère de l'énergie thermique.

4. Pour consommer $E = 2,5 \cdot 10^3 \text{ kJ}$ il faut une quantité de glucose :

$$n_0 = \frac{E}{-\Delta_r H^\circ} = 0,89 \text{ mol}$$

Ceci correspond à une masse de glucose :

$$m_0 = n_0 \times M_{C_6H_{12}O_6} = \boxed{160 \text{ g}}$$

(avec $M_{C_6H_{12}O_6} = 6 \times 16 + 6 \times 12 + 12 \times 1 = 180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

On consomme donc, en raison de la stoechiométrie, $n_{O_2} = 6 n_0$ moles de dioxygène. Or on a 21% de

dioxygène donc $n_{O_2} = 0,21 \cdot n_{\text{tot,air}} = 6 n_0$

Et en supposant que l'air est un gaz parfait :

$$V = \frac{RT}{P} n_{\text{tot,air}} = \frac{6 n_0 RT}{0,21 P}$$

On prend $P = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ et $T = 298 \text{ K}$, alors :

$$V = 0,63 \text{ m}^3 = 630 \text{ L}$$

5. On a maintenant toujours pour une mole de glucose consommée et à partir de la loi de Hess :

$$\begin{aligned} \Delta_r H_2^\circ &= 2 \Delta_f H^\circ(\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3) - \Delta_f H^\circ(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) \\ &= -43 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

On constate que $|\Delta_r H_2^\circ| \ll |\Delta_r H^\circ|$: la réaction anaérobie est beaucoup moins efficace et va consommer nettement plus de sucre.

2 - Test d'effort par vélo

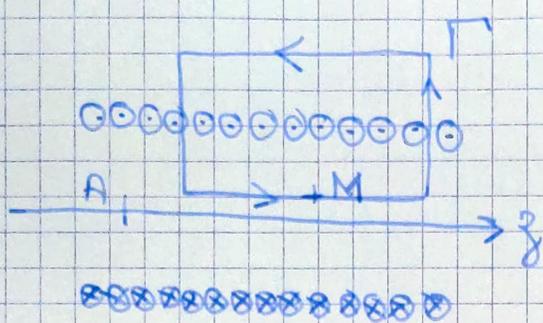
6. On se place en coordonnées cartésiennes. Alors, si M est un point de l'espace :

* En considérant le solénoïde infini, le plan passant par M et normal à \vec{e}_z est plan de symétrie de la distribution de courants. C'est donc un plan d'antisymétrie de \vec{B} .
Ainsi \vec{B} est normal à ce plan et $\vec{B}(M) = B(x, y, z) \vec{e}_z$.

* Toujours dans l'hypothèse du solénoïde infini, on a invariance par translation selon (Oz) , d'où :

$$\vec{B} = B(x, y) \vec{e}_z$$

On choisit un contour de longueur l passant par M :



On a alors :
 $\vec{B}_p = \vec{0}$ à l'extérieur du solénoïde par hypothèse.

D'où $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = l \times B(x, y)$

Et le courant enlacé par le contour est $I_{\text{enlacé}} = n \times l \times I$

Ainsi par le théorème d'Ampère :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}} \Leftrightarrow l B(x, y) = \mu_0 n l I$$

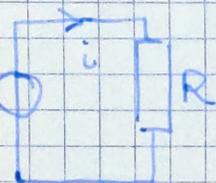
$$\boxed{B(x, y) = B_0 = \mu_0 n I}$$

Et $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e}_z$ dans le solénoïde

$\vec{B} = \vec{0}$ à l'extérieur

7. Une force électromotrice apparaît dans la spire car on a un flux variable du champ magnétique.

On modélise la spire par le circuit suivant :



Alors : $i = \frac{e}{R} = - \frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$

où Φ est le flux de \vec{B} dans la spire.

Or lorsque la spire rentre dans la zone grisée, en notant $x_F(t)$ la position du point F :

$$\Phi = a \times x_F(t) \times B_0$$

Et : $\frac{d\Phi}{dt} = a B_0 \dot{x}_F = a B_0 v_0$

D'où : $\boxed{i = - \frac{a B_0 v_0}{R}}$

8. On a une force de Laplace qui agit sur le segment FE :

$$\vec{F}_{\text{Lap}} = i \vec{EF} \wedge \vec{B}_0 = i a \vec{u}_y \wedge B_0 \vec{u}_z$$

Soit
$$\vec{F}_{\text{Lap}} = - \frac{a^2 B_0^2 v_0}{R} \vec{u}_x$$

Rq: il y a aussi des forces sur des parties des segments FC et ED mais elles se compensent.

On remarque que \vec{F}_{Lap} est selon $-\vec{u}_x$ donc s'oppose au mouvement ce qui est cohérent avec la loi de Lenz.

9. Lors de la phase de sortie Φ diminue donc $\frac{d\Phi}{dt} = -a B_0 v_0$ et $i = + \frac{a B_0 v_0}{R}$.

Par ailleurs
$$\vec{F}_{\text{Lap}} = i \vec{CD} \wedge \vec{B}_0 = -i a B_0 \vec{u}_y \wedge \vec{u}_z$$

Ainsi:
$$\vec{F}_{\text{Lap}} = - \frac{a^2 B_0^2 v_0}{R} \vec{u}_x$$
 et inchangée.

10. Il y a alors toujours une spire en train de rentrer dans la zone et une qui sort, et aucune n'est entièrement dans la zone.

11. On a ainsi
$$\vec{F}_{\text{Lap}} = \underbrace{- \frac{a^2 B_0^2 v_0}{R} \vec{u}_x}_{\text{spire qui entre}} - \underbrace{\frac{a^2 B_0^2 v_0}{R} \vec{u}_x}_{\text{spire qui sort}}$$

Et:
$$P_{\text{dissipée}} = \vec{v}_0 \cdot \vec{F}_{\text{Lap}} = - \vec{v}_0 \cdot \frac{2a^2 B_0^2 v_0}{R} \vec{u}_x$$

Soit
$$P_{\text{dissipée}} = - \frac{2a^2 B_0^2 v_0^2}{R} < 0$$

Cette puissance varie avec le carré de la vitesse.

12. Il faut alors un effort plus grand pour aller à une vitesse plus grande, ce que l'on a bien dans la réalité à cause des forces de frottement.

3 - Electrocardiogramme

13. Soit M un point de l'espace :

* $(M, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ et $(M, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ sont des plans de symétrie de la distribution de charge dans \vec{E} et dans ces deux plans : $\vec{E} = E(r, \theta, z) \vec{u}_r$

* On a invariance par rotation autour de Oz et translation selon z donc $\boxed{\vec{E} = E(r) \vec{u}_r}$

14. On prend comme surface de Gauss un cylindre passant par M , d'axe (Oz) et de longueur l .

M est dans la membrane, ainsi Q_{int} est concentrée sur la face intérieure de la membrane : $Q_{int} = 2\pi a l \times \sigma$

De plus : $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \times 2\pi r l$

On en déduit par le théorème de Gauss :

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0 \epsilon_r} \Leftrightarrow 2\pi r l E(r) = \frac{2\pi a l \sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

Soit : $E(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \times \frac{a}{r}$

Et : $\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{a}{r} \vec{u}_r}$

15. On a $\vec{E} = -\text{grad } V$.

D'où : $V_A - V_E = \int_A^E \vec{E} \cdot d\vec{u} = \int_a^{a+b} E(r) dr$
 $= \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \times a \int_a^{a+b} \frac{dr}{r}$

$$\boxed{V_A - V_E = \frac{\sigma a}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)}$$

Ce qui est équivalent à la formule donnée dans l'énoncé.

De manière générale on obtient $V(M)$ en remplaçant $a+b$ par r quelconque :

$$V_A - V(r) = \frac{\sigma a}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{r}{a}\right)$$

Soit :

$$V(r) = V_A - \frac{\sigma a}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{r}{a}\right)$$

16. Si $a \gg b$ alors $\ln\left(\frac{a+b}{a}\right) = \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right) \approx \frac{b}{a}$ et :

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r (V_A - V_E)}{b} \quad (*)$$

On a par ailleurs $\|\vec{E}\| = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{a}{r} \approx \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$ car $\frac{a}{r} \approx 1$.

Ainsi on a bien $\|\vec{E}\| = \frac{V_A - V_E}{b}$.

La charge Q portée par une longueur L de membrane est :

$$Q = 2\pi a L \times \sigma = \frac{2\pi a L}{b} \cdot \epsilon_0 \epsilon_r (V_A - V_E)$$

17. On en déduit par identification :

$$C = \frac{2\pi a L}{b} \epsilon_0 \epsilon_r$$

La surface de membrane est $S = 2\pi a L$. Ainsi :

$$C_m = \frac{C}{S} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{b} \quad (**)$$

Rq : c'est la même que pour le condensateur plan.

18. A.N : $C_m = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \times 80}{7,0 \cdot 10^{-9}} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ F} \cdot \text{m}^{-2}$

La valeur est bien compatible avec la littérature.

On a $\sigma = C_m \cdot (V_A - V_E)$ d'après $(*)$ et $(**)$.

Ainsi : $\sigma = -6,0 \cdot 10^{-4} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$

Et $\vec{E}(r) = E(r) \vec{u}_r$ avec $E(r) = \frac{V_A - V_E}{b}$.

$$E(r) = -8,6 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

19. On peut écrire que :

$$V(D) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{OD}}{4\pi \epsilon_0 OD^3} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{OD}}{4\pi \epsilon_0 d^3}$$

De même: $V(G) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{OG}}{4\pi\epsilon_0 \cdot OG^3} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{OG}}{4\pi\epsilon_0 d^3}$

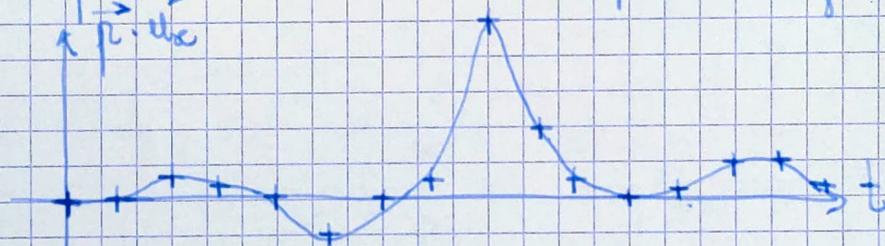
D'autre:

$$U_1 = V(G) - V(D) = \frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 d^3} \cdot (\vec{OG} - \vec{OD}) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{DG}}{4\pi\epsilon_0 d^3}$$

Or $\vec{DG} = DG \cdot \vec{u}_{DG}$ et:
$$U_1 = \frac{DG}{4\pi\epsilon_0 d^3} \cdot \vec{p} \cdot \vec{u}_{DG}$$

On a bien $U_1 = K \vec{p} \cdot \vec{u}_{DG}$ avec $K = \frac{DG}{4\pi\epsilon_0 d^3}$

20. On peut retracer la courbe à partir des flèches:



Ceci correspond à l'enregistrement d.

II - Utilisation de nanoparticules d'or en catalyse hétérogène

1 - Influences de T, p et la composition sur l'oxydation de CO



22. On utilise la loi de Hess:

$$\begin{aligned} \Delta_r H^\circ &= 2\Delta_f H^\circ(\text{CO}_2(g)) - 2\Delta_f H^\circ(\text{CO}(g)) \\ &= -565,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_r S^\circ &= 2S^\circ(\text{CO}_2(g)) - S^\circ(\text{O}_2(g)) - 2S^\circ(\text{CO}(g)) \\ &= -142,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

$$\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T \Delta_r S^\circ = -514,3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

On en déduit : $K^{\circ}(T) = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^{\circ}}{RT}\right) = \boxed{1,46 \cdot 10^{30}}$

23. • $\Delta_r H^{\circ} < 0$ donc la réaction est exothermique.

D'après la loi de Van't Hoff : $\frac{d \ln K^{\circ}}{dT} < 0$.

La réaction est favorisée à basse température.

- La réaction diminue le nombre de moles de gaz donc elle est favorisée à haute pression.

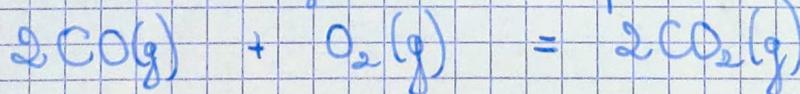
À basse température la réaction est plus lente donc il est intéressant d'utiliser un catalyseur.

24. Le quotient de réaction est :

$$Q = \frac{P_{CO_2}^2 \times P^{\circ}}{P_{CO}^2 \times P_{O_2}} = \frac{x_{CO_2}^2 \cdot P^{\circ}}{x_{CO}^2 \cdot x_{O_2} \cdot P^{\circ}} = \frac{n_{CO_2}^2 \cdot n_{tot}}{n_{CO}^2 \cdot n_{O_2} \cdot P}$$

Or on peut faire un tableau d'avancement, avec initialement n_0 mol de CO(g), σn_0 mol de O_2 (g).

D'après l'énoncé : $2x = \alpha n_0$ ← quantité de CO, qui a réagi
← quantité initiale



Etat	n_0	σn_0	0
EF	$n_0 - \alpha n_0$	$\sigma n_0 - \frac{\alpha}{2} n_0$	$2 \times \frac{\alpha}{2} n_0$
	$= n_0(1-\alpha)$	$n_0(\sigma - \frac{\alpha}{2})$	αn_0

Et à l'état d'équilibre $n_{tot} = n_0 \left[1 - \alpha + \sigma - \frac{\alpha}{2} + \alpha \right]$

D'où :

$$Q = \frac{P^{\circ}}{P} \times \frac{\alpha^2 \left(1 + \sigma - \frac{\alpha}{2}\right)}{(1-\alpha)^2 \left(\sigma - \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{P^{\circ}}{P} F(\alpha)$$

À l'équilibre : $Q = \frac{P}{P^{\circ}} \times K^{\circ}(T) = F(\alpha)$

En l'occurrence, ici $K^{\circ}(T) \gg 1$ donc $F(\alpha) \gg 1$

On veut que α soit maximal pour $F(\alpha) \gg 1$.

On voit que c'est le cas pour $\sigma \geq 1$

On pourra prendre $\sigma = 1$ pour éviter une surconsommation inutile de dioxygène.

2 - Modèle de Langmuir de l'adsorption

$$25. \quad \frac{d\theta}{dt} = \underbrace{k_a \times p \times (1-\theta)}_{\substack{\text{taux de} \\ \text{sites vacants} \\ \text{réaction en sens direct}}} - \underbrace{k_d \times \theta}_{\substack{\text{sites} \\ \text{occupés} \\ \text{réaction en sens inverse}}}$$

26. À l'équilibre: $\frac{d\theta}{dt} = 0$. Ainsi:

$$k_a p (1-\theta) = k_d \theta \Leftrightarrow Kp(1-\theta) = \theta$$

$$\Leftrightarrow Kp = \theta(1+Kp)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\theta_{\text{eq}} = \frac{Kp}{1+Kp}}$$

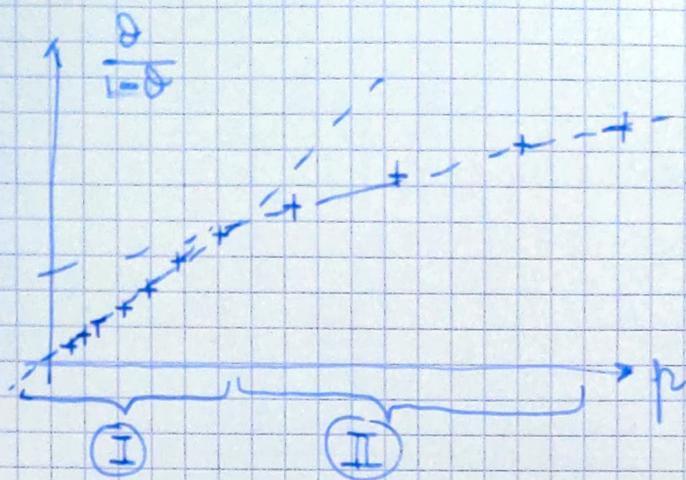
27. Dans la limite des faibles pressions: $\theta_{\text{eq}} \approx Kp$ si $Kp \ll 1$

On a pour les 4 premiers points:

$p(\text{Pa})$	5,6	11,1	16,7	25
$\frac{\theta}{p}(\text{Pa}^{-1})$	0,011	0,008	0,009	0,007

Ainsi on peut supposer $\boxed{K = 0,008 \pm 0,003 \text{ Pa}^{-1}}$

Pour voir si le modèle fonctionne bien, on remarque qu'on doit avoir $\frac{\theta}{1-\theta} = Kp$. On trace $\frac{\theta}{1-\theta}$ en fonction de p à la calculatrice. On obtient l'allure suivante:



Dans le domaine I on a bien une loi linéaire comme attendu.
 Dans le domaine II on a une loi affine : le modèle n'est pas valide.

Rq : de nombreuses autres réponses auraient aussi pu être acceptées.