

Modèle scalaire des ondes lumineuses

Chapitre 8

I - Dioptries et miroirs

1 Piscine et effet loupe

On considère une piscine, de profondeur h . De la brume présente au-dessus de la piscine diffuse la lumière.

1. On place une source lumineuse au fond de la piscine. On constate que la brume n'est éclairée qu'au-dessus d'un cercle centré sur la source.
 - (a) Expliquer le phénomène.
 - (b) Déterminer le rayon R du cercle éclairé par la source.
2. On place maintenant un objet de taille L au fond de la piscine. Une personne, dont les yeux sont situés à une hauteur H au-dessus de l'eau, voit l'objet avec une taille apparente $L' > L$.
 - (a) Expliquer le phénomène.
 - (b) Déterminer L' dans le cadre de l'approximation des petits angles.

Données : $n_{eau} = 1.33$

2 Fibre à saut d'indice

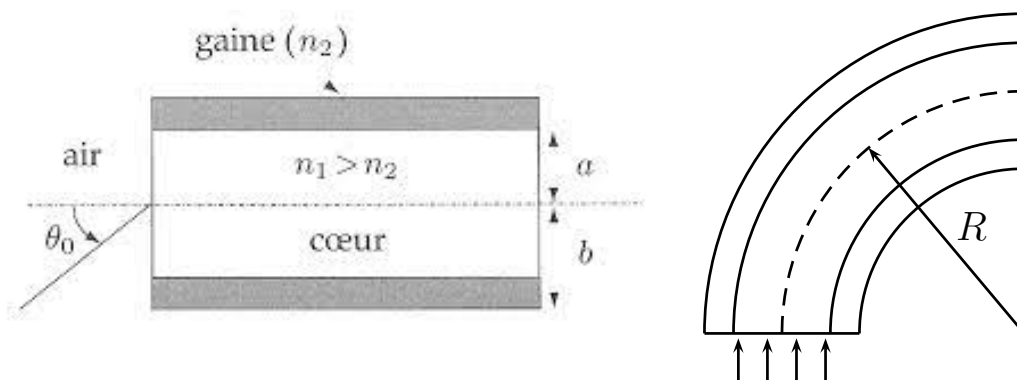


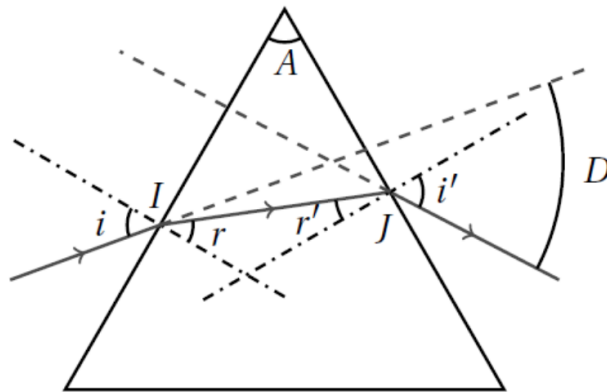
Figure 1: A gauche : fibre non courbée. A droite : fibre courbée.

On considère une fibre à saut d'indice, constituée d'un cœur en verre d'indice $n_1 = 1,66$ et de diamètre $d = 0.05$ mm entourée d'une gaine en verre d'indice $n_2 = 1,52$.

1. On veut savoir à quel angle maximal les rayons qui pénètrent dans la fibre y sont guidés.

- (a) Quelle condition doit vérifier l'angle d'incidence i à la surface de séparation cœur-gaine pour qu'un rayon lumineux se propage en restant confiné dans le cœur ? On note i_{lim} l'angle d'incidence limite et $\alpha_{lim} = \frac{\pi}{2} - i_{lim}$.
 - (b) Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence θ_0 sur la face d'entrée de la fibre est inférieur à une valeur limite θ_{lim} que l'on déterminera.
2. En réalité, la fibre n'est pas toujours droite. On courbe la fibre comme sur la partie droite de la figure : elle forme une portion d'anneau de rayon de courbure R . (Ici, le rayon de courbure correspond au rayon du cercle formé par les pointillés). La fibre est éclairée par un faisceau parallèle d'angle d'incidence nul.
- (a) Une fois dans la fibre, quel est le rayon lumineux qui arrive sur l'interface cœur-gaine avec le plus petit angle d'incidence ?
 - (b) Quel doit être le rayon de courbure R minimal pour que l'ensemble du faisceau lumineux soit guidé dans la fibre optique (c'est-à-dire pour qu'il y ait réflexion totale pour chacun des rayons) ?
 - (c) Au vu de ce résultat, le guidage vous semble-t-il assuré dans la fibre ?

3 Prisme



Un rayon incident arrivant sur un prisme d'indice n et d'angle au sommet A émerge en étant dévié d'un angle D . Le prisme est plongé dans l'air d'indice pris égal à 1.

1. Ecrire les lois de la réfraction en I et J .
2. Déterminer une relation entre r, r' et A .
3. Montrer que $D = i + i' - A$

4. La fonction $D(i)$ possède un unique minimum D_m appelé minimum de déviation du prisme. Justifier qu'au minimum de déviation $i = i'$.
5. En déduire l'expression de D_m en fonction de i et de A .
6. Montrer que :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \quad (1)$$

7. Le verre qui constitue le prisme est un milieu dispersif. Son indice optique dépend de la longueur d'onde suivant la loi de Cauchy : $n(\lambda) = A + B/\lambda^2$ où A et B sont deux constantes positives qui dépendent du matériau. Quelle est la couleur la plus déviée par le prisme ? La moins déviée ?

4 Démonstration ondulatoire de la loi de réfraction

Une onde plane arrive avec une incidence θ sur un dioptre plan séparant deux milieux d'indices n et n' . L'onde transmise est plane également et réfractée selon un angle θ' . On suppose $n' > n$.

1. Faire un schéma représentant deux rayons incidents, les rayons réfractés associés, et des surfaces d'onde dans chacun des milieux. On note I_1 et I_2 les points d'incidence sur le dioptre.
2. On note M_2 le point d'intersection de la surface d'onde passant par I_1 avec le rayon 2, et M_1 le point d'intersection de la surface d'onde passant par I_2 avec le rayon 1. Que dire des chemins optiques (I_1M_1) et (I_2M_2) ?
3. En déduire la loi de Snell-Descartes pour la réfraction.

II - Instruments d'optique

5 Observation de Mars

On représente une lunette astronomique par deux lentilles minces convergentes : l'objectif (L_1) de distance focale $f'_1 = 80$ cm, et l'oculaire (L_2) de distance focale $f'_2 = 6.0$ mm. La lunette est réglée à l'infini, c'est-à-dire qu'elle donne d'un objet à l'infini une image à l'infini.

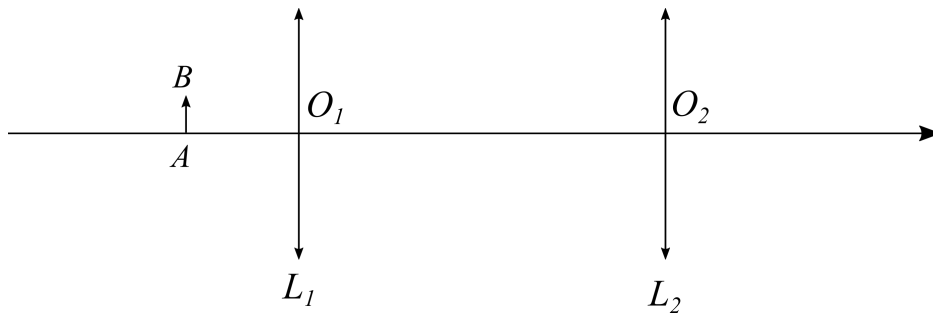
1. Déterminez la distance h entre (L_1) et (L_2). Quel est l'intérêt de cette lunette pour l'utilisateur ?

2. Représentez sur un schéma (sans respecter l'échelle) la trajectoire d'un rayon arrivant sur l'objectif avec un angle α par rapport à l'axe optique. On note α' l'angle sous lequel il émerge du système.
3. Déterminez le grossissement angulaire $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette en fonction de f'_1 et f'_2 .
4. On estime à 30° l'angle maximal sous lequel l'observateur peut voir l'image. L'observateur peut-il voir Mars en entier dans la lunette ? Même question pour la Lune.

Données : distance Terre-Mars $D_{TM} = 7.0 \times 10^7$ km, diamètre de Mars $d_M = 6800$ km ; distance Terre-Lune $D_{TL} = 3.8 \times 10^5$ km, diamètre de la Lune $d_L = 3400$ km.

6 Etude d'un microscope

Le microscope est modélisé par un système de deux lentilles minces convergentes (voir figure ci-dessous), l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f'_1 = 5.0$ mm), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2 , de centre O_2 et de distance focale image $f'_2 = 5.0$ mm). On fixe $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120$ mm. On choisit le sens positif dans le sens



de propagation de la lumière. On rappelle enfin la relation de conjugaison d'une lentille de centre O et de focale f' : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$

1. A quelle(s) condition(s) cette relation de conjugaison est-elle valable ?
2. Si F'_1 est le foyer image de L_1 et F'_2 le foyer image de L_2 , on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1F'_2}$. Exprimer Δ en fonction de f'_1 , f'_2 et D_0 , puis calculer sa valeur.

Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1 , à sa gauche, de façon que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

3. En justifiant votre construction, réaliser le schéma optique du microscope en représentant un objet, son image par le microscope, l'image intermédiaire et les rayons lumineux correspondants.
4. Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.
5. Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.
6. Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet?
7. Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$ où α' est l'angle sous lequel est vu l'objet après l'oculaire, et α l'angle maximum sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu à la distance D_m la plus courte possible de l'œil garantissant une vision nette.
 - (a) Quelle est la valeur approximative de D_m pour un œil normal? Comment s'appelle le point correspondant?
 - (b) En supposant que l'on reste dans les conditions de Gauss, exprimer G en fonction de Δ , f'_1 , f'_2 et D_m , puis calculer sa valeur.
8. On considère comme objet un réseau constitué de fines graduations séparées de $5 \mu m$. Peut-on distinguer ces graduations à l'œil nu ? Peut-on les observer au microscope ? Justifier les réponses à l'aide de valeurs numériques. On donne $1 \text{ rad} \approx 57^\circ$ et $1^\circ \approx 1.7 \times 10^{-2} \text{ rad}$.

III - Surfaces d'onde

7 Actions d'une lentille sur les surfaces d'onde

Pour toutes les questions suivantes, indiquer quel type de lentille utiliser, et le cas échéant où se trouve le centre de l'onde sphérique. Tracer un schéma sur lequel apparaissent les rayons lumineux et les surfaces d'onde :

1. Comment transformer une onde sphérique en onde plane ?
2. Comment transformer une onde plane en onde sphérique convergente ?
3. Comment transformer une onde sphérique divergente en onde sphérique convergente ?
4. Comment transformer une onde plane en une onde sphérique divergente ?

IV - Superposition de deux ondes

8 Flaque d'essence

Une goutte d'essence déposée sur une flaque d'eau s'étale en surface et forme une mince couche d'épaisseur e supposée uniforme. Un observateur regarde un reflet du soleil en incidence normale sur la flaque, et en se plaçant à la quasi-verticale de la flaque, il observe une teinte magenta. On rappelle que le magenta est la couleur complémentaire du vert.

1. En considérant uniquement les interférences entre une onde réfléchie sur l'interface air-huile et l'autre sur l'interface huile-eau, montrer que la condition d'interférences destructives s'écrit :

$$2n_{essence} \times e = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (2)$$

avec k un entier et λ la longueur d'onde de la lumière dans le vide.

2. En déduire pourquoi le reflet est coloré.
3. Estimer l'épaisseur minimale de la tache donnant cette teinte. Peut-on déterminer l'épaisseur sans ambiguïté ?

Données : $n_{eau} = 1.33$; $n_{essence} = 1.5$, $\lambda_{vert} = 500 \text{ nm}$.

9 Radar sur une falaise



Figure 2: Le Barbados Cloud Observatory. Source : Institut Max-Planck de Météorologie.

Le *Barbados Cloud Observatory* est un observatoire unique au monde : situé à la pointe la plus orientale des Antilles, au sommet de la falaise de Deebles Point, il permet d'observer les nuages d'alizé après leur longue traversée de l'Atlantique alors qu'ils ne sont pas encore

perturbés par l'effet thermodynamique des îles. Nous nous intéressons à la détection d'un nuage par le radar situé à cet observatoire.

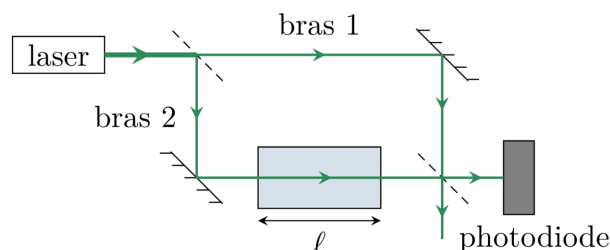
On note R la position de l'antenne, au sommet d'une falaise de hauteur $h = 30$ m. L'antenne émet et reçoit des signaux de longueur d'onde $\lambda = 10$ cm. Lorsqu'un nuage apparaît au-dessus de l'horizon, il réfléchit l'onde radar et peut donc être repéré par l'antenne.

La base des nuages se trouve typiquement à l'altitude $H = 500$ m.

1. Sachant que le signal radar renvoyé par le nuage peut être réfléchi par la surface du lac, quel phénomène peut-on observer au niveau du radar? Faire un schéma de la situation en représentant deux rayons provenant du nuage : le premier direct et le deuxième subissant une réflexion sur l'océan.
2. Exprimer la différence de marche entre les deux rayons en fonction de h, H et la distance horizontale d entre le nuage et le radar. Le radar ayant une portée de 500 km, on pourra faire une hypothèse simplificatrice.
3. Le nuage, initialement très éloigné, se rapproche de l'observatoire. A quelles distances va-t-on enregistrer les premiers minima de signal liés à la réflexion ?
4. En réalité, des processus physiques liés à la diffusion des ondes par les gouttes de pluie font que l'amplitude du signal de retour direct est nettement plus importante que celle du signal de retour réfléchi : $I_{direct} \ll I_{reflechi}$. Que peut-on en déduire sur le contraste des interférences ? Les observations seront-elles perturbées ?

10 Interféromètre de Mach-Zender

Un interféromètre de Mach-Zehnder, schématisé ci-contre, est composé de deux miroirs et de deux lames semi-réfléchissantes 1, qui transmettent la moitié de l'intensité lumineuse et réfléchissent l'autre moitié. L'interféromètre est éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda = 532$ nm, et une photodiode mesure l'intensité dans l'une des voies de sortie de l'interféromètre.



Une cuve fermée de longueur $\ell = 10.0$ cm est placée dans l'un des bras. Cette cuve contient initialement de l'air, d'indice optique n_{air} , progressivement remplacé par du méthane

d'indice $n_{\text{CH}_4} > n_{\text{air}}$. Au cours de l'opération, la photodiode permet d'observer 32 variations successives d'intensité (clair/sombre).

1. Exprimer la différence de marche entre les deux faisceaux lorsque la cuve est remplie d'air, puis lorsqu'elle est remplie de méthane, en fonction des longueurs géométriques L_1 et L_2 des bras de l'interféromètre.
2. En déduire l'indice optique du méthane, sachant que $n_{\text{air}} = 1 + 2.78 \times 10^{-4}$

V - Notion de cohérence

11 Largeur naturelle et largeur Doppler

1. Quelle est la fréquence centrale ν_0 d'une raie correspondant à la longueur d'onde dans le vide $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$? Quelle est sa couleur ?
2. La longueur de cohérence d'une telle raie de lampe spectrale liée à la seule largeur naturelle serait de $L_c = 3 \text{ m}$. Expliquer cette notion et en déduire la durée τ_0 des trains d'onde émis ainsi que la largeur spectrale naturelle $\Delta\nu$ de la raie. Quelle est la largeur $\Delta\lambda$ associée ?
3. En réalité, en raison de l'agitation thermique des molécules émettrices, la fréquence perçue est $\nu = \nu_0(1 \pm \frac{v}{c})$ où $\pm v$ est la vitesse des molécules le long de l'axe optique par rapport à l'observateur.
 - (a) Quel est l'effet physique qui cause ce décalage de fréquence ?
 - (b) Quelle est la largeur ν de la raie si on assimile la vitesse v à la vitesse quadratique moyenne lorsque la température est $T = 320 \text{ K}$, pour un gaz de masse molaire $M = 44 \text{ g/mol}$?