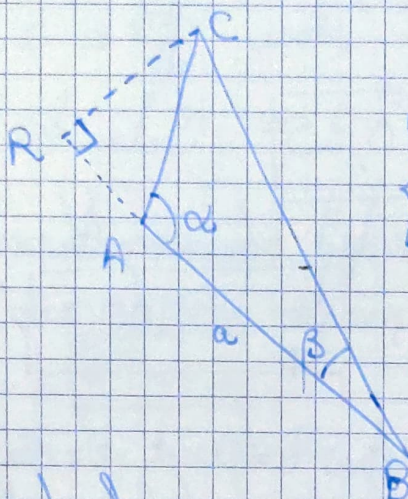


## I - Lignes et distances

1.



On remarque que :

$$\begin{cases} RB = a - AC \cos \alpha = BC \cos \beta \\ RC = AC \sin \alpha = BC \sin \beta \end{cases}$$

On divise (1) par (2) :

$$\frac{RB}{RC} = \frac{a}{AC \sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

On obtient alors :

$$\frac{a}{AC} = \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\tan \beta} = \frac{\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$$

D'où :

$$AC = \frac{a \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

2. La lune est vue à moitié éclairée par le soleil, ce qui signifie que l'axe Lune/Soleil est tangent à la surface de la Lune en face de la Terre, soit  $\lambda_{1/2} = \frac{\pi}{2}$ .

3. On a alors, en utilisant Q1 :

$$TS = \frac{TL \sin \lambda}{\sin(\theta + \lambda)} \quad \text{soit} \quad \frac{TS}{TL} = \frac{\sin \lambda}{\sin(\theta + \lambda)}$$

$$\text{Ici } \begin{cases} \sin(\theta + \lambda) = \sin(\theta_{1/2} + \frac{\pi}{2}) = \cos(\theta_{1/2}) \\ \sin(\lambda) = 1 \end{cases}$$

Notant  $\theta_{1/2} = \frac{\pi}{2} - \epsilon$  avec  $\epsilon = 3^\circ \times \frac{\pi}{180} \approx \frac{9}{180} = \frac{1}{20}$ .

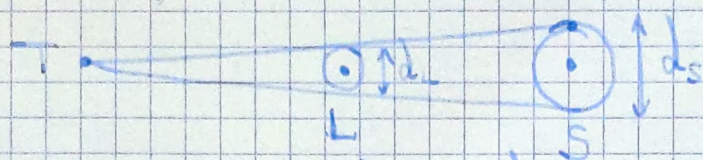
Alors  $\cos(\theta_{1/2}) = \sin \epsilon \approx \epsilon$  et :

$$\frac{TS}{TL} = \frac{1}{\epsilon} \approx 20$$

En réalité  $\frac{TS}{TL} \approx 500$ .

4. Elles ont le même diamètre apparent:

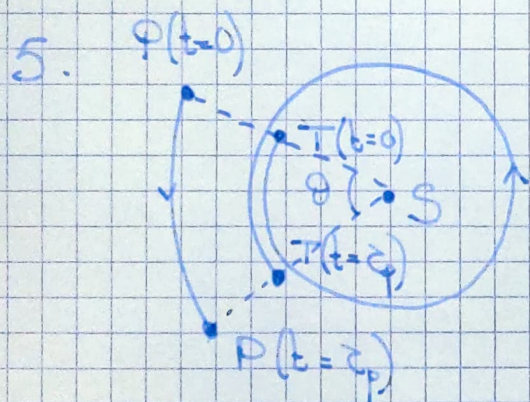
Par théorème de Thalès:



$$\frac{d_L}{d_S} = \frac{TL}{TS}$$

Or, on a vu que  $d_L \approx \frac{dT}{3}$  donc  $\frac{dT}{d_S} \approx 3 \cdot \frac{TL}{TS} \approx \frac{3}{20}$

Aristarque obtient  $\frac{dT}{d_S} \approx 0,15$ . Selon lui c'est le plus petit astre (la mouche) qui doit tourner autour du plus grand (la torche). En réalité,  $\frac{d_S}{dT} \approx 1000$ .



Entre  $t=0$  et  $t=t_p$ , la Terre a parcouru un angle  $2\pi + \theta$

On peut écrire sa vitesse de rotation de 2 façons:  $\Omega_T = \frac{2\pi + \theta}{t_p} = \frac{2\pi}{t_T}$

La planète P a parcouru  $\theta$ :

$$\Omega_P = \frac{\theta}{t_p} = \frac{2\pi}{t_p}$$

D'où:  $\frac{\theta}{t_p} = \frac{2\pi}{t_p} = \frac{2\pi}{t_T} - \frac{2\pi}{t_p}$

On en déduit:

$$t_p = \frac{1}{\frac{1}{t_T} - \frac{1}{t_p}} \approx$$

$$t_p = \frac{t_T t_p}{t_p - t_T}$$

6. On a  $t_m = \frac{t_T \cdot t_m}{t_m - t_T} = \frac{280 \cdot 365}{415} \sim \frac{800 \cdot 350}{400} \sim 700 \text{ j}$

soit  $t_m \approx 2 \text{ ans}$ .

7. 3<sup>e</sup> loi de Kepler:  $\frac{r_p^3}{t_p^2} = \frac{GM_S}{4\pi^2}$

En effet la planète n'est soumise qu'à la force de gravitation et son accélération correspond à un mouvement uniforme:

$$m \vec{a} = -m \omega^2 \cdot r_p \vec{e}_r = -\frac{G \cdot m M_S}{r_p^2} \vec{e}_r \quad \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{t_p}$$

→ la résultante est nulle.

On a supposé notamment que le référentiel héliocentrique est galiléen et que les planètes ont un mouvement circulaire uniforme.

Alors :  $\frac{r_p^3}{t_p^2} = \frac{UA^3}{t_c^2} \Leftrightarrow r_p = \left(\frac{t_p}{t_c}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot UA$

Pour Mars :  $r_p = 2^{\frac{2}{3}} UA \approx \boxed{1,6 UA}$ .

8. Les conditions de Gauss correspondent à des rayons proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe : il faut avoir  $\boxed{\theta - \varphi \ll 1}$ .

Comme les récepteurs sont dans le plan focal image de la lentille, il faut que l'objet diffusant soit à l'infini, c'est-à-dire loin par rapport à la focale :  $\boxed{O_1P \gg f}$ .

9. On peut écrire :  $y = O_1O_2 \sin(\theta - \varphi)$   
 $y = f \times \sin(\theta - \varphi)$

On  $\sin(\theta - \varphi) \approx \theta - \varphi$  dans les conditions de Gauss

Et  $\tan(\varphi) = \frac{1}{h}$   $\theta = \frac{\pi}{4}$  (exercice)

Soit :  $\frac{H}{h} = \tan\left(\theta - \frac{y}{f}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{y}{f}\right)$

Comme  $y \ll f$  :  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{y}{f}\right) \approx \tan\frac{\pi}{4} - \frac{y}{f} \left(1 + \tan^2\frac{\pi}{4}\right)$   
 (à l'ordre 1)  
 $= 1 - 2\frac{y}{f}$

D'où  $\frac{H}{h} = 1 - 2\frac{y}{f} = \frac{f - 2y}{f}$  et :

$$\boxed{H = \left(1 - 2\frac{y}{f}\right)h}$$

AN :  $H = \frac{2,3}{2,5} \times 1$  soit  $\boxed{H = 0,92 \text{ m}}$

10. On a vu :  $\theta - \varphi = \frac{y}{f}$  mais on a une incertitude

sur  $\varphi$  liée à la présence des barrettes. Si  $y=0$  alors  $\varphi=0=\frac{\pi}{4}$   
 et :  $0 - (\varphi + \delta\varphi) = \frac{y-d}{f} \Leftrightarrow \delta\varphi = \frac{d}{f}$   
 largeur d'un capteur

De plus  $H = h \tan \varphi \Rightarrow \delta H = h (1 + \tan^2 \varphi) \delta\varphi$   
 $\Rightarrow \delta H = \frac{h d}{f} \left(1 + \frac{H^2}{h^2}\right)$

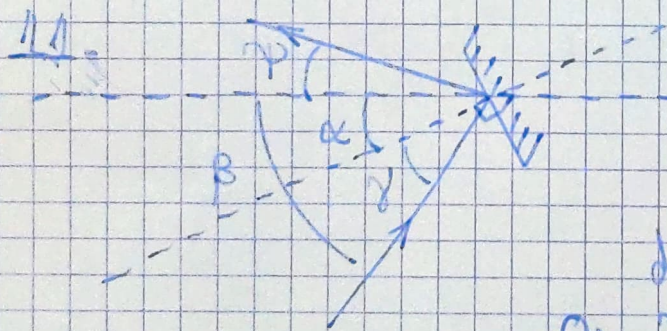
L'erreur minimale est obtenue pour :

$$\frac{d}{dh}(\delta H) = 0 \Leftrightarrow f \left(1 - \frac{H^2}{h^2}\right) = 0 \Leftrightarrow h = H$$

ce qui correspond bien à l'angle droit  $\theta = \frac{\pi}{4} = \varphi$ .

Alors :  $\frac{\delta H}{H} = \frac{h d}{f H} \left(1 + \frac{H^2}{h^2}\right) = 2 \frac{d}{f}$  car  $h = H$

AN :  $\frac{\delta H}{H} = 2 \cdot \frac{10^{-2}}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 8 \cdot 10^{-1}$



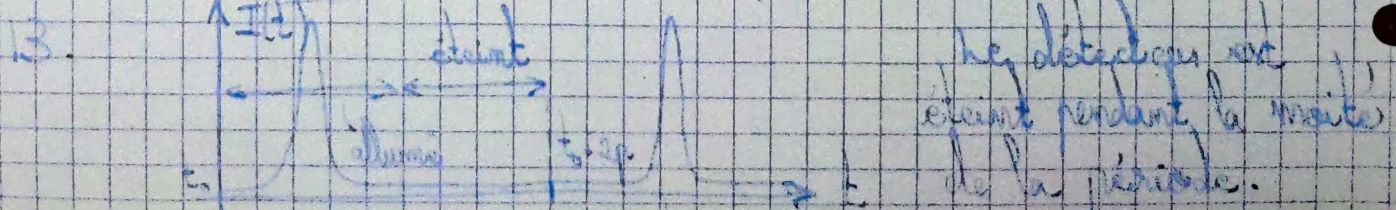
D'après l'énoncé  $\beta = \frac{\pi}{4}$

De plus par la loi de réflexion de Descartes :  $\gamma = \alpha + \psi$

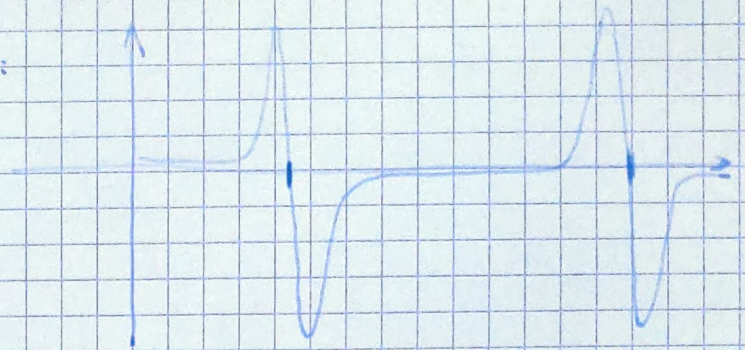
Or  $\gamma = \beta - \alpha = \frac{\pi}{4} - \alpha$

D'où :  $\psi = \frac{\pi}{4} - 2\alpha$

12. On a  $H = h \tan(\psi)$  lorsque le détecteur est éclairé, on enregistre dans un pic de luminosité lorsque  $\psi = \arctan\left(\frac{H}{h}\right)$ .  
 Il suffit de mesurer à quel moment un pic se produit pour en déduire la valeur de  $H$ .



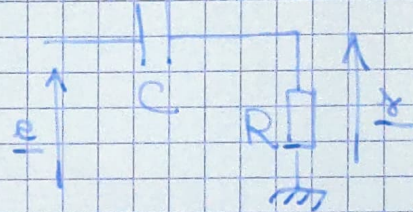
14. On peut tracer  $\frac{dI}{dt}$  :



On aura une mesure plus précise car le signal est très pentu au point recherché (contrairement au cas précédent où il est plat).

On peut faire un passe-haut :

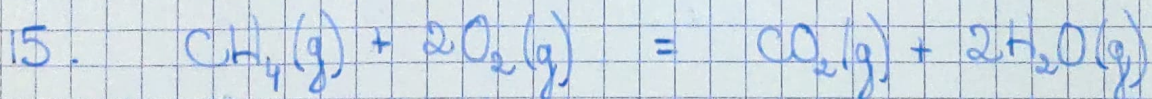
$$\frac{x}{E} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$



Si  $\omega \ll \frac{1}{RC}$  alors  $\frac{x}{E} \approx jRC\omega$  et on a un montage dérivateur (il faut se placer à basse fréquence).

## I - DKS : un exemple de revalorisation

### 1 - La chambre de combustion de la turbine à gaz



16. On applique la loi de Hess :

$$\begin{aligned}\Delta_r H^\circ &= \Delta_f H^\circ(\text{CO}_2) + 2\Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}) - \Delta_f H^\circ(\text{CH}_4) \\ &= -393 - 484 + 75 \approx -800 \text{ kJ/mol}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Et } \Delta_r S^\circ &= S_m^\circ(\text{CO}_2) + 2S_m^\circ(\text{H}_2\text{O}) - S_m^\circ(\text{CH}_4) - 2S_m^\circ(\text{O}_2) \\ &= 214 + 378 - 186 - 410 = -4 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}\end{aligned}$$

$$\text{Soit } \Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r S^\circ = -8 \cdot 10^5 + 4 \times 300 = -8 \cdot 10^5 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\text{Alors : } K^\circ(T) = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right) = \exp\left(\frac{8 \cdot 10^5}{8 \cdot 300}\right)$$

$$\approx \exp(300) \gg 1$$

La réaction est donc quantitative.

17. À pression constante on a  $\Delta H = Q$ . Ceci peut se réécrire:  $Q = \Delta_r H^\circ \times \sum \nu_i = \frac{\Delta_r H^\circ}{M_{CH_4}} \times m_{CH_4}$

D'où:  $q_{gr} = - \frac{\Delta_r H^\circ}{M_{CH_4}} = \frac{8 \cdot 10^5}{16 \cdot 10^{-3}} = \boxed{5,0 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}}$

18. Pour réaliser la réaction en conditions stoechiométriques, il faut un débit de dioxygène  $D_{O_2}$  tel que:  $\frac{D_{O_2}}{M_{O_2}} = 2 \cdot \frac{D_{m,gr}}{M_{CH_4}}$   
 débit molaire de  $O_2$  →  $M_{O_2}$   
 débit molaire de  $CH_4$  →  $M_{CH_4}$

De plus:  $\frac{D_{N_2}}{M_{N_2}} = 4 \times \frac{D_{O_2}}{M_{O_2}} \Leftrightarrow D_{N_2} = 4 \cdot \frac{M_{N_2}}{M_{O_2}} D_{O_2}$

Et:  $D_{m,O} = 2 D_{m,gr} \left( \frac{M_{O_2}}{M_{CH_4}} + 4 \frac{M_{N_2}}{M_{CH_4}} \right)$   
 $= 2 \times 10 \times \frac{32 + 4 \times 28}{16}$

$\boxed{D_{m,O} = 180 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}$

La puissance libérée est alors:  $P_{tho} = q_{gr} \times D_{m,gr}$

$P_{tho} = 5 \cdot 10^7 \times 10 = 5 \cdot 10^8 \text{ W} = \boxed{500 \text{ MW}}$

Ceci correspond à environ 1/2 réacteur nucléaire.

19. On considère un système fermé constitué des gaz qui entrent dans le réacteur et on regarde sa transformation quand ils traversent le réacteur. La réaction étant monomère on a:  $\Delta H = Q = 0$  car le réacteur est calorifugé.

Or  $H$  est une fonction d'état, on peut supposer qu'on a:

a: ① réaction chimique à 298K

② chauffage des produits et de l'azote.

Pour le molar de  $CH_4$  on a:

$$\Delta H_1 = n_0 \times \Delta_r H^\circ$$

$$\Delta H_2 = (\bar{T}_f - T_i) \times [n_{O_2} C_{p,m}(CO_2) + n_{H_2O} C_{p,m}(H_2O) + 8n_{N_2} C_{p,m}(N_2)]$$

car on a 8 mols de  $N_2$  pour 1 mol de  $CH_4$ .

D'où :  $\Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$  et :

$$\bar{T}_f = T_i + \frac{|\Delta_r H^\circ|}{C_{p,m}(CO_2) + 2C_{p,m}(H_2O) + 8C_{p,m}(N_2)} =$$

$$\approx 300 + \frac{8 \cdot 10^5}{37 + 2 \times 34 + 8 \times 29} \approx 11 \times 30 = 330 \approx \frac{1000}{3}$$

$$\approx 300 + \frac{3 \times 8 \cdot 10^5}{10^3} \approx \boxed{2700 \text{ K}}$$

Cette température est bien plus élevée que la température maximale supportée par la chambre de combustion : il va falloir introduire de l'air en excès pour limiter l'augmentation de la température.

20. Ceci permet d'augmenter la capacité thermique du mélange gazeux sans changer l'énergie libérée (par unité de masse de  $CH_4$ ) : on va donc mécaniquement réduire la température et éviter la formation d'oxydes d'azote.

21. On a pendant un temps  $dt$  une masse d'air qui entre :

$$\begin{aligned} \delta m_{\text{air}} &= D_{m,\text{air}} dt = \delta m_{O_2} + \delta m_{N_2} \\ &= \delta n_{O_2} \times M_{O_2} + \delta n_{N_2} \times M_{N_2} \\ &= \text{quantités de matière qui entrent en } dt \end{aligned}$$

$$\text{Or : } \delta n_{N_2} = 4 \delta n_{O_2} \text{ donc :}$$

$$D_{m,\text{air}} dt = \delta n_{O_2} (M_{O_2} + 4M_{N_2})$$

On en déduit le débit de  $O_2$  entrant (molaire)

$$F_{O_2}^{\text{entrant}} = \frac{D_{m,\text{air}}}{M_{O_2} + 4M_{N_2}} ; \text{ de même } F_{N_2}^{\text{entrant}} = \frac{4D_{m,\text{air}}}{M_{O_2} + 4M_{N_2}}$$

Par ailleurs le débit molaire de  $\text{CH}_4$  entrant est :

$$F_{\text{CH}_4}^{\text{entrant}} = \frac{D_{m, \text{gr}}}{M_{\text{CH}_4}} = \frac{D_{m, 0}}{2M_{\text{O}_2} + 8M_{\text{N}_2}}$$

D'où :  $F_{\text{H}_2\text{O}} = 2 F_{\text{CH}_4}^{\text{entrant}}$  ;  $F_{\text{CO}_2} = F_{\text{CH}_4}^{\text{entrant}}$  et le débit de  $\text{O}_2$

consommé est  $F_{\text{O}_2}^{\text{consommé}} = 2 F_{\text{CH}_4}^{\text{entrant}}$

Avec  $F_{\text{O}_2} = F_{\text{O}_2}^{\text{entrant}} - F_{\text{O}_2}^{\text{consommé}}$  on trouve :

| Espèce : | $\text{CO}_2$                                        | $\text{H}_2\text{O}$                                | $\text{N}_2$                                                  | $\text{O}_2$                                                            |
|----------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $F_i$    | $\frac{D_{m, 0}}{2M_{\text{O}_2} + 8M_{\text{N}_2}}$ | $\frac{D_{m, 0}}{M_{\text{O}_2} + 4M_{\text{N}_2}}$ | $\frac{4D_{m, \text{air}}}{M_{\text{O}_2} + 4M_{\text{N}_2}}$ | $\frac{D_{m, \text{air}} - D_{m, 0}}{M_{\text{O}_2} + 4M_{\text{N}_2}}$ |

22. En reprenant les notations de Q19, pour une quantité  $n_0$  de  $\text{CH}_4$  on a désormais toujours

$$\Delta H_1^0 = -\Delta H^0 \times \xi \quad \text{mais :}$$

$$\Delta H_2^0 = \left( \sum_i \frac{F_i}{F_{\text{CH}_4}^{\text{entr}}} \times C_{p, m}(i) \right) n_0 (T_f^0 - T_i)$$

$$= \Delta H_3 + n_0 \left( \frac{T_f^0 - T_i}{T_f^0 - T_i^0} \right) \frac{D_{m, \text{air}} - D_{m, 0}}{D_{m, 0}} (8C_{p, m}(\text{N}_2) + 2C_{p, m}(\text{O}_2))$$

Ici  $\Delta H_3$  correspond à la variation d'enthalpie du mélange stoechiométrique, atteignant cette fois-ci la température  $T_f^0$  (et non plus  $T_f = 2700\text{K}$ ) :

$$\Delta H_3 = \Delta H_2 \times \frac{T_f^0 - T_i}{T_f - T_i} = -\Delta H_1 \times \frac{T_f^0 - T_i}{T_f - T_i}$$

Où  $\Delta H_1^0 + \Delta H_2^0 = 0$  donc :

$$|\Delta H^0| \left( 1 - \frac{T_f^0 - T_i}{T_f - T_i} \right) = \frac{D_{m, \text{air}} - D_{m, 0}}{D_{m, 0}} \times (8C_p(\text{N}_2) + 2C_p(\text{O}_2))$$

Où encore, avec  $T_f^0 = 1600\text{K} = 1300^\circ\text{C}$   $\times (T_f^0 - T_i)$

$$D_{m,1} = D_{m,0} \left[ 1 + \frac{T_j - T_i}{(T_j - T_i)(T_j' - T_i)} \cdot \frac{|\Delta_r H^\circ|}{8C_{p,m}(N_2) + 2C_{p,m}(O_2)} \right]$$

$$= D_{m,0} \left[ 1 + \frac{1100'}{2400' \times 1300'} \times \frac{8 \cdot 10^5}{8 \times 29 + 2 \times 29} \right] = 300'$$

$$= D_{m,0} \left[ 1 + \frac{110 \times 8}{3 \times 13 \times 24} \right] = D_{m,0} \left[ 1 + \frac{110 \times 8}{40 \times 24} \right] = D_{m,0} \left[ 1 + \frac{110}{120} \right]$$

$$= 180 \times \frac{23}{12} = 15 \times 23 = 345$$

Suit  $D_{m,1} = 345 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

23. Considérons la matière entrant pendant  $\Delta t$ , on a alors  $n_{O_2} = F_{\text{entrant}} = \frac{D_{m,0} \Delta t}{2M_{O_2} + 8M_{N_2}}$

$$E_1: \Delta H_1^{\text{tr}} = \Delta_r H^\circ \times \frac{D_{m,0} \Delta t}{2M_{O_2} + 8M_{N_2}}$$

$$E_2: \Delta H_2^{\text{tr}} = \Delta t \times \sum F_i \times \int_{T_i}^{T_x} C_{p,m}(i) dT$$

$$= \frac{\Delta t}{2M_{O_2} + 8M_{N_2}} \times \int_{T_i}^{T_s} \left[ 2D_{m,air} (C_{p,m}(O_2) + 4C_{p,m}(N_2)) + D_{m,0} (C_{p,m}(CO_2) + 2C_{p,m}(H_2O) - 2C_{p,m}(O_2)) \right] dT$$

Or  $\Delta H_1^{\text{tr}} + \Delta H_2^{\text{tr}} = 0$  donc:

$$D_{m,air} = D_{m,0} \times \frac{|\Delta_r H^\circ| - \int_{T_i}^{T_s} (C_{p,m}(CO_2) + 2C_{p,m}(H_2O) - 2C_{p,m}(O_2)) dT}{2 \int_{T_i}^{T_s} (C_{p,m}(O_2) + 4C_{p,m}(N_2)) dT}$$

| 24. | Composant | A                                       | B                     | C                                       | D                                       | E                         |
|-----|-----------|-----------------------------------------|-----------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------|
|     | Unité     | J · K <sup>-1</sup> · mol <sup>-1</sup> | J · mol <sup>-1</sup> | J · K <sup>-1</sup> · mol <sup>-1</sup> | J · K <sup>-1</sup> · mol <sup>-1</sup> | J · K · mol <sup>-1</sup> |

On propose le code suivant.

def int-Cpm(gaz, T1, T2):

n = 1000

delta-T = (T2 - T1) / n

somme = 0.

for i in range(n):

! somme += Cpm(T1 + i \* delta-T) \* delta-T

return somme

(Rq: on peut en fait intégrer l'expression analytiquement...)

25. On observe un maximum de température en sortie pour  $\dot{D}_{m, \text{air}} = \dot{D}_{m0}$ : c'est le débit qui correspond à de l'air introduit en proportions stœchiométriques. De plus on voit que si on introduit plus d'air, on a une baisse de température en sortie. Pour faire fonctionner la turbine à  $1300^\circ\text{C} \approx 1600\text{K}$  on trouve  $\boxed{\dot{D}_{m0} = 295 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}$

soit un peu moins que ce qu'on avait en prenant des capacités thermiques indépendantes de la température.

Ceci était prévisible: les capacités thermiques augmentent avec la température, donc à température élevée une même quantité d'énergie provoque un échauffement moins important.

Par conservation de la masse:

$$\dot{D}_{m, \text{t}} = \dot{D}_{m, \text{gr}} + \dot{D}_{m, \text{g}} = \boxed{305 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}$$

26. D'après la fig. 4 la centrale produit 165 MW or on a vu que la puissance thermique consommée, issue du pouvoir calorifique du méthane, est de 500 MW (Q18)

On a alors  $\boxed{\eta = \frac{165}{500} = 0,33}$

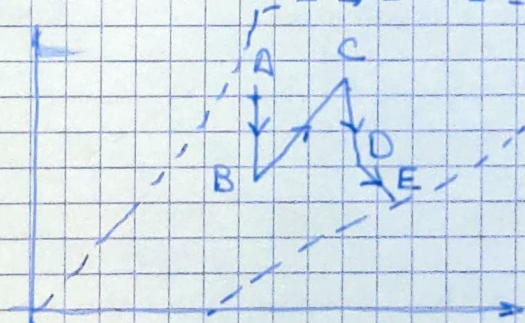
(Rq: en considérant les deux générateurs :

$$\eta = \frac{165 + 230}{500} = 0,82$$

L'énoncé n'est pas clair sur la méthode à choisir.)

## 2 - La turbine à vapeur

27. On place les points à partir des isothermes en rouge, en °C et des isobares en bleu, en bar :



28. Les points A et B ont même entropie massique.

Or :  $\Delta s = s_B - s_A = s_{\text{éch}} + s_{\text{créé}}$

Et  $s_{\text{éch}} = 0$  car la turbine est calorifugée.

Donc  $s_{\text{créé}} = 0$  ce qui implique que  $s = \text{cte}$  tout au long de la détente.

Si on avait un gaz parfait, par la loi des Laplace  $PV^\gamma = \text{cte}$

donc  $P \times \left(\frac{T}{P}\right)^\gamma = \text{cte} \Rightarrow T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cte}$

On aurait donc :  $T_B = T_A \cdot \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

$$\begin{array}{r} 840 \\ \times 0,69 \\ \hline 586 \\ 488 \\ 24 \\ \hline 563,6 \end{array}$$

$$= 840 \text{ K} \times 0,62$$

$$= 563 \text{ K} = \boxed{290^\circ \text{C}}$$

Cette valeur est sensiblement différente de celle donnée, en effet à haute pression la vapeur d'eau ne se comporte pas comme un gaz parfait.

29. On utilise la forme du premier principe industriel avec les

puissances:  $D_m(h_E - h_A) = P_{th} + P_u$   
 $= P_u$  (turbine calorifique)

Or on lit  $h_E = 3050 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ;  $h_A = 3500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

D'où:  $P_u = - \frac{500 \cdot 10^3}{3600} (3050 - 3500) \cdot 10^3$   
 $= -225 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot \text{hr}^{-1}$   
 $= - \frac{225}{3600} \cdot 10^9 \text{ W} \sim - \frac{22,5}{0,36} \text{ MW}$

$P_u \approx -65 \text{ MW}$

30. Si on effectuait une unique détente isentropique on irait jusqu'au point  $A'$  à la verticale de  $A$  sur le diagramme  $p$ - $h$  pour lequel  $h_{A'} = 2800 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ , tel que l'on arrive sur la courbe de saturation.

Alors:

$P_u = D_m(h_{A'} - h_A)$   
 $= \frac{500 \cdot 10^3}{3600} \times (2800 - 3500) \cdot 10^3$   
 $= \frac{350}{3600} \cdot 10^9 \approx \boxed{100 \text{ MW}}$

31. Le surchauffeur n'exerce pas de travail:

$P_{th} = D_m(h_E - h_B) = \frac{500 \cdot 10^3}{3600} \times (3600 - 3050) \cdot 10^3$   
 $= \frac{275}{3600} \cdot 10^9 \text{ W} \sim 3 \times 27,5 \text{ MW} \sim \boxed{82 \text{ MW}}$

On peut appliquer le premier principe entre l'entrée et la sortie de l'ensemble du circuit:

$P_{turbines} + P_{th} = D_m(h_E - h_A)$   
 $\Rightarrow P_{turbines} = D_m(h_E - h_A) - P_{th}$   
 $= - \frac{500 \cdot 10^3}{3600} \times (2500 - 3500) \cdot 10^3 - 82 \cdot 10^6$   
 $= (-150 - 82) \cdot 10^6 = \boxed{-230 \text{ MW}}$

On a gagné 130 MW en n'apportant que 82 MW supplémentaires de chauffage: le dispositif est plus efficace.

32. Si l'évolution était adiabatique réversible, on arriverait au point D' à la verticale du point C et ayant une pression  $p_{D'} = p_D = 1 \text{ bar}$ .

On lit  $h_{D'} = 2950 \text{ MW}$ .

$$\text{On a } \begin{cases} -P_{\text{us, réelle}} = D_m (h_c - h_{D'}) \\ -P_{\text{us, isentropique}} = D_m (h_c - h_{D'}) \end{cases}$$

D'où :

$$P_{\text{us, réel}} = D_m (h_D - h_{D'}) = \frac{500 \cdot 10^3}{3600} \times (3100 - 2950) \cdot 10^3$$

$$= 2,5 \cdot 10^5 = \boxed{25 \text{ MW}}$$

33. On applique le premier principe à l'échangeur (C) en sortie de turbine en supposant que l'eau est entièrement liquéfiée :

$$D_{\text{eau}} (h_{s, \text{eau}} - h_{e, \text{eau}}) + D_m (h_{\text{liq}, 26^\circ\text{C}} - h_g) = 0$$

condenseur calorifugé ↗

Or :

$$\begin{cases} h_{s, \text{eau}} - h_{e, \text{eau}} = C_{\text{eau}} (T_s - T_e) \\ h_{\text{liq}, 26^\circ\text{C}} - h_g = l_{\text{vap}} \\ D_{\text{eau}} = Q \times \rho_{\text{eau}} \end{cases}$$

D'où :

$$T_s = T_e + \frac{D_m l_{\text{vap}}}{Q \rho_{\text{eau}} C_{\text{eau}}}$$

$$= 15 + \frac{500 \cdot 10^3 \times 2,3 \cdot 10^3}{38 \cdot 10^3 \times 10^3 \times 4,2}$$

$$\approx 15 + \frac{500 \times 3}{100 \times 2} \approx \boxed{22,5^\circ\text{C}}$$

La réglementation est respectée.

### III - Extraction de l'uranium

34. La masse molaire est proportionnelle au nombre de nucléons, ainsi on peut supposer que :

$$M(^{235}\text{U}) = 235 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} ; M(^{238}\text{U}) = 238 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

La quantité

d'uranium  $^{234}$  peut être considérée comme négligeable.

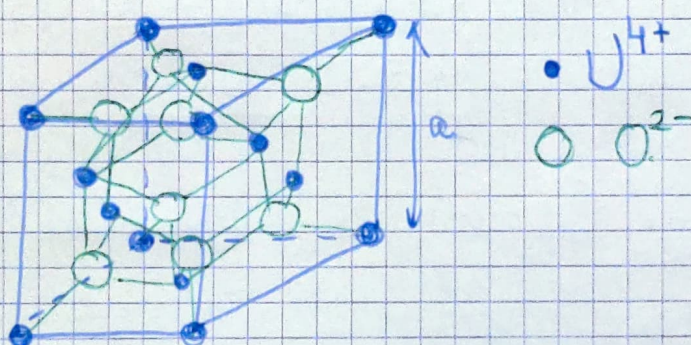
Alors:  $M = x_{235} M(^{235}\text{U}) + \underbrace{x_{238}}_{= 1 - x_{235}} M(^{238}\text{U})$

$$= M(^{238}\text{U}) + x_{235} (M(^{235}\text{U}) - M(^{238}\text{U}))$$

$$= 238 - 3 \times \frac{0,72}{100}$$

$M = 237,98 \text{ g.mol}^{-1}$

35,



36. On suppose qu'il y a tangence entre  $\text{O}^{2-}$  et  $\text{U}^{4+}$ , alors le long de la diagonale d'un petit cube de côté  $\frac{a}{2}$ :

$$r_{\text{U}^{4+}} + r_{\text{O}^{2-}} = \frac{a}{4} \sqrt{3}$$

D'où:  $a = \frac{4}{\sqrt{3}} (r_{\text{U}^{4+}} + r_{\text{O}^{2-}}) \approx 2,3 \times (110 + 120)$

$a \approx 529 \text{ pm}$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 429 \\ \hline 529 \end{array}$$

37. On a dans chaque maille:

\*  $N_{\text{O}^{2-}} = 8$  (sites tétraédriques)

\*  $N_{\text{U}^{4+}} = 6 \times \frac{1}{2} + 8 \times \frac{1}{8} = 4$

La coordination de  $\text{O}^{2-}$  est de 4 et celle de  $\text{U}^{4+}$  est de 8.

Compacité:

$$C = \left( 8 \times \frac{4}{3} \pi r_{\text{O}^{2-}}^3 + 4 \times \frac{4}{3} \pi r_{\text{U}^{4+}}^3 \right) \times \frac{1}{a^3}$$

$$= 16 \times \frac{1}{150} \times (2 \cdot 1,7 + 1,3)$$

$C \approx 0,5$

38. On peut alors écrire  $\rho = \frac{8M_{\text{O}} + 4M_{\text{U}}}{N_A a^3}$  soit

$$\rho = \frac{8 \times 16 \cdot 10^{-3} + 4 \times 238 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{23} \cdot 150 \cdot 10^6 \cdot 10^{-36}} \approx \frac{1,1}{0,9 \cdot 10^{-4}} \approx \boxed{12 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$$

39. On utilise la loi de Hess:

$$\Delta_r H_1^\circ = 3\Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}(g)) + \Delta_f H^\circ(\text{N}_2(g)) + 3\Delta_f H^\circ(\text{VO}_2(g)) - 3\Delta_f H^\circ(\text{VO}_3(s)) - 2\Delta_f H^\circ(\text{NH}_3(g))$$

$$= -3 \times 240 - 3 \times 100 + 3 \times 1200 + 2 \times 47$$

$$\approx -720 + 400 = \boxed{-320 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

Par la loi de Van't Hoff:

$$\frac{d \ln K}{dT} = \frac{\Delta_r H_1^\circ}{RT^2} \quad \text{donc la réaction est favorisée à basse température.}$$

$$\begin{aligned} 40. \Delta_r S_1^\circ &= 3S^\circ(\text{H}_2\text{O}) + S^\circ(\text{N}_2) + 3S^\circ(\text{VO}_2) - 3S^\circ(\text{VO}_3) - 2S^\circ(\text{NH}_3) \\ &= 3 \times 190 + 190 + 3 \times 80 - 3 \times 100 - 2 \times 190 \\ &= 380 - 60 = \boxed{320 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}} \end{aligned}$$

41. Alors:

$$\begin{aligned} \Delta_r G^\circ &= \Delta_r H_1^\circ - T \Delta_r S_1^\circ \\ &= -320 - \frac{320}{1000} \cdot T \quad \text{en kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \\ &\quad \text{avec } T \text{ en K} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta_r G^\circ = -320 \left( 1 + \frac{T}{1000} \right)}$$

$$42. \text{ À } T = 1000 \text{ K on a } \Delta_r G^\circ \approx -320 \times 1,9 \approx -608 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{Et: } \ln(K^\circ) = - \frac{\Delta_r G^\circ}{RT} \approx \frac{600 \cdot 10^3}{8 \cdot 900} \approx 10^2$$

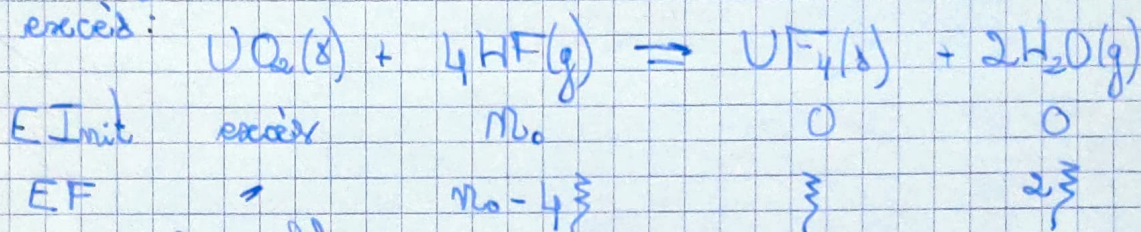
$$\text{D'où: } \boxed{K^\circ \approx e^{100} \gg 1} \quad \text{La réaction est quantitative.}$$

43. On constate que le  $\Delta_r G^\circ$  final est plus important dans le cas d'un mélange broyé. Cela n'est pas surprenant: pour que les réactifs réagissent il faut les mettre en contact donc broyer le mélange.

44. À l'équilibre:

$$K^o(T) = Q = \frac{P_{H_2O}^2}{P_{HF}^4} \cdot P_o^2$$

On fait un tableau d'avancement en supposant le solide en excès:



Alors à l'équilibre:  $x = \frac{P_{HF}}{P_{H_2O}} = \frac{n_{o_0} - 4x}{2x} = \frac{n_{o_0}}{2x} - 2$

Et on:  $\frac{x}{n_{o_0}} = \frac{1}{2(2+x)} = \frac{1}{2(2+10^{-2})} \approx \frac{1}{4}$

Et:  $K^o(T) = \frac{n_{H_2O}^2 \cdot n_{H_2O}^2}{n_{HF}^4} = \frac{4x^2 (n_{o_0} - 4x)^2}{(n_{o_0} - 4x)^4}$

$$\approx \frac{4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1}{2} \cdot 10^{-2}} \approx \boxed{800}$$