Frottements
Chapitre 2

1 Distance de freinage

On étudie une voiture qui se déplace à la vitesse v_0. Elle freine brusquement, ce qui bloque les roues. On note f le coefficient de frottement entre les roues et la route.

1. Avant le freinage du véhicule, est-on en situation de glissement ou non concernant le contact roue-sol ? Et pendant le freinage ?
2. Calculer la distance parcourue entre le début du freinage et l'arrêt. Commenter la dépendance du résultat obtenu en fonction des variables du problème.
3. Application numérique : calculer la distance de freinage pour une vitesse initiale de $80\,\mathrm{km/h}$ sur une route sèche ($f = 1$) ou mouillée ($f = 0,5$).

2 Déplacement d'un meuble

On s'intéresse à un meuble que l'on souhaite déplacer le long d'un plan. Pour cela, on choisit de tirer le meuble par le coin supérieur droit en A. Pour simplifier le problème, on supposera que le meuble a une densité uniforme. On note m la masse du meuble, h sa hauteur et a sa largeur. On note aussi f_s et f_d les coefficients de frottement statique et dynamique associés au contact entre le meuble et la surface.

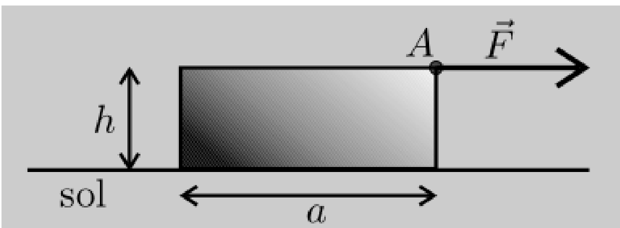

Figure 1: Schéma du meuble que l'on souhaite tirer.

1. Quelle est la force minimale à appliquer pour mettre le solide en mouvement ?
2. En tirant au point A on risque de faire basculer le meuble. Calculer à quelle condition le basculement se produit. *Indice : au moment où le meuble commence à basculer, il ne tient que sur son coin inférieur droit. Donc il s'agit du point d'application de la réaction du support.*
3. Une fois le solide en mouvement, quelle force faut-il appliquer pour déplacer le meuble à vitesse constante ?

3 Échelle

Une personne de masse m considérée comme ponctuelle monte sur une échelle de longueur L dont on négligera la masse. On considère que l'échelle peut glisser sans frottement contre le mur. En revanche, le contact de l'échelle avec le sol donne lieu à un frottement qui obéit aux lois de Coulomb avec un coefficient de frottement statique f_s. On note α l'angle entre l'échelle et le sol.

1. Faire un schéma des forces mises en jeu, et justifier leur point d'application et leur direction.
2. A quelle condition la personne peut-elle monter jusqu'en haut de l'échelle sans que celle-ci ne bascule.

4 Slip-stick et séismes

Les frottements solides peuvent générer des mouvements irréguliers de glissement puis blocages, que l'on appelle communément *slip-stick*. Ce type de mouvement saccadé est très commun :

- Le stick-slip décrit par exemple le mouvement de baskets sur un sol en plastique dans un gymnase, qui produit un bruit caractéristique ;
- Il est aussi utilisé en musique dans les instruments à cordes (violon, violoncelle...) pour produire des notes, via le frottement solide entre les cordes et l'archet ;
- Le stick-slip est aussi un excellent modèle des failles géologiques qui séparent deux plaques tectoniques, avec des phases de blocage et des phases de glissement, provoquées par le frottement solide entre les deux plaques.

Le modèle le plus simplifié du stick-slip correspond à un système masse-ressort. Considérons un solide de masse m posé sur un tapis roulant de vitesse $\vec{v_t}$ fixe régulée par un moteur. Des frottements solides, de coefficients de frottement statique f_s et dynamique f_d, existent entre le mobile et le tapis. Pour plus de simplicité, on repère la masse par sa position x définie de sorte à ce que le ressort soit à sa longueur à vide ($l = l_0$) lorsque $x = 0$.

1. On démarre un moteur qui met instantanément le tapis en translation à la vitesse constante $\vec{v_t}$. Proposer une explication qualitative de ce qui se passe.
2. Déterminer l'allongement maximal x_{max} du ressort pour lequel la masse cesse d'être entraînée par le tapis.

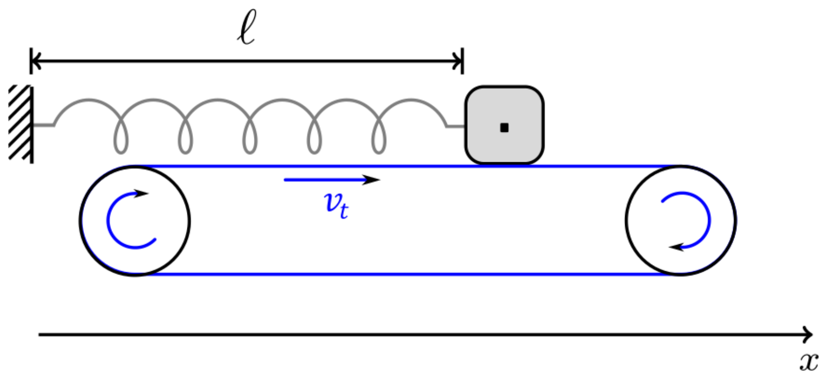

Figure 2: Modèle du phénomène de Stick-Slip. On prend pour exemple un objet attaché à un ressort se déplaçant ur un tapis roulant. Source : Poly de TD de S. Najid.

3. Donner l'équation différentielle vérifiée par la position de la masse une fois que la phase d'entraînement est finie (à partir de l'instant où la masse a une vitesse de glissement non nulle par rapport au tapis). Tracer l'allure de la solution.

4. Quelle est la condition nécessaire sur la vitesse de la masse pour que la phase de glissement s'arrête ? Quelle condition sur la position de la masse permet de maintenir la condition d'arrêt des lois de Coulomb ?

5. Justifier que la situation est alors périodique. En supposant que la phase de glissement et très rapide par rapport à la phase de blocage, estimer la période du mouvement. Tracer l'allure de la fonction $x(t)$

6. Application numérique pour un séisme : la plaque Caraïbe et la plaque Atlantique se déplacent l'une par rapport à l'autre avec une vitesse relative de $v_0 = 2\,\mathrm{cm{\cdot}an^{-1}}$. Le coefficient de frottement statique est $f_s \approx 0.7$. Enfin, l'élasticité des plaques tectoniques correspond à un rapport $k/m \approx 20\,\mathrm{s^{-2}}$. [1] Commenter l'ordre de grandeur obtenu.

[1] Ce rapport équivalent est calculé à partir de résultats de mesures réalisées en laboratoire sur des blocs de granite par Cheng Mei, Sylvain Barbot et Wei Wu et publiées en 2021 (https://doi.org/10.1029/2020GL091807), en prenant une faille de 30 km de profondeur et une densité des roches de $3000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$.

5 Traîneau sur la glace (Mines-Ponts 2019)

(Remarque : je trouve certaines questions peu précises, mais j'ai préféré les laisser ici telles qu'elles ont été posées au concours.)

Un traîneau à chiens est un dispositif de masse totale M (le pilote, ou *musher*, est compris dans cette masse) qui peut glisser sur la surface de la glace avec des coefficients de glissement statique (avant le démarrage) μ_s et dynamique (en mouvement) μ_d.

❏ **12** — Les chiens sont reliés au traîneau par des éléments de corde tendus, de masse négligeable et inextensibles. Montrer qu'un tel élément de corde transmet les tensions et que celles-ci sont colinéaires à la corde.

❏ **13** — Le trajet se fait soit à l'horizontale, soit sur une faible pente ascendante caractérisée par l'angle α avec l'horizontale. Montrer que, dans ce dernier cas, tout se passe comme dans un mouvement horizontal sous réserve de remplacer μ_d par μ'_d, que l'on exprimera.

L'intensité de la force de traction totale F exercée par l'ensemble des chiens dépend de leur vitesse v et on adoptera le modèle $F = F_0 - \beta v$ où F_0 et β sont des constantes positives. On prendra les valeurs $M = 5{,}0 \times 10^2\,\text{kg}$, $\alpha = 0$, $\mu_d = 5{,}0 \times 10^{-2}$ et $\mu_s = 8{,}0 \times 10^{-2}$.

❏ **14** — Déterminer la valeur minimale de F_0 permettant le démarrage du traîneau.

❏ **15** — La vitesse du traîneau en régime stationnaire est $v_0 = 3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, atteinte à 5% près au bout d'un temps $t_1 = 5\,\text{s}$. Exprimer d'une part β en fonction de M et t_1 et d'autre part F_0 en fonction de β, v_0, μ_d, M et g. Calculer leurs valeurs respectives.

Toujours à vitesse constante v_0, le traîneau aborde une courbe à plat qu'on assimilera à un cercle de centre O et de rayon R (cf. fig. 4). Les chiens (modélisés ici en un seul point C) doivent donc tirer vers l'intérieur du cercle.

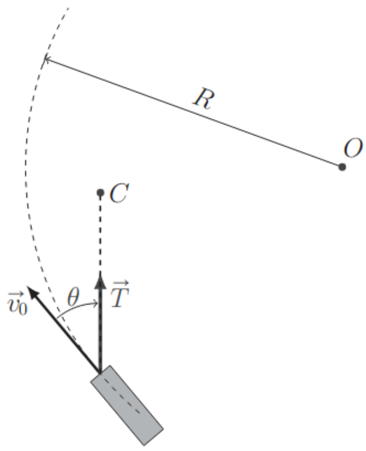

FIGURE 4 – Trajectoire circulaire du traîneau

❏ **16** — Déterminer en fonction des données la tension $\vec{T}$ de la corde et l'angle θ entre la force de traction et la trajectoire.