Lycée Baimbridge, MP 2026-2027

7 novembre 2026

Physique Chimie

DS 4
Type Centrale

Durée : 4 heures

Calculatrice ***interdite***

Le sujet est constitué de trois parties totalement indépendantes. Il n'est pas nécessaire de les aborder dans l'ordre.
Les réponses doivent systématiquement êtres justifiées (sauf mention explicite du contraire). La clarté de la rédaction et la justesse du raisonnement mené seront valorisées, même si la tentative de réponse n'est pas aboutie ou si la réponse obtenue à la fin de la question est incorrecte.
Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur de sujet, merci de l'indiquer clairement sur votre copie, et de poursuivre votre composition en expliquant les initiatives que vous êtes amené·e à prendre.
Comme au concours, le sujet est long. Il n'est pas nécessaire de tout faire pour avoir une bonne note.

1 Étude du module photographique d'un smartphone

On étudie l'appareil photographique d'un smartphone, dont les données et une photographie sont présentées ci-dessous.

Données

Appareil photographique d'un téléphone portable

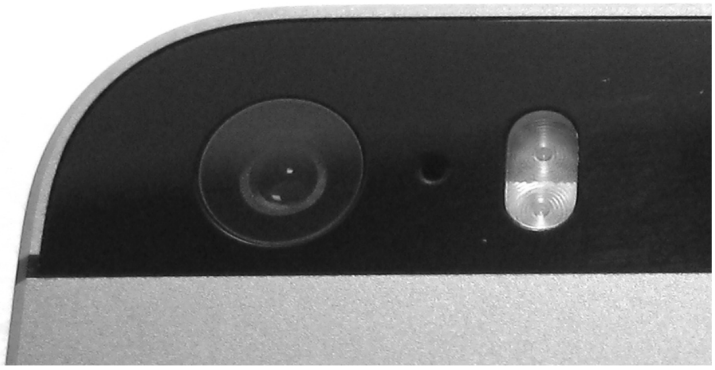
Résolution du capteur	4000×3000 pixels
Nombre d'ouverture	$N = 2{,}2$
Diagonale du capteur	1/3 de pouce
Indice de réfraction de l'air	$n_{\text{air}} = 1{,}0$
Indice de réfraction de la lentille	$n = 1{,}52$
Rayon de courbure de la lentille	$R = 4{,}0$ mm
Diamètre réel la lentille	$\Phi = 5{,}0$ mm
Distance focale effective de l'objectif	$f' = 9{,}0$ mm

Propriétés de l'oeil humain

Distance normale d'observation d'un téléphone portable	30 cm
Pouvoir de résolution d'un l'œil « normal »	$\alpha = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad

Conversions d'unités

1 pouce = 25,4 mm
1 A·h = 3600 C
1 W·h = 3600 J



1.1 Etude d'un capteur de l'appareil photographique

On considère dans un premier temps les paramètres géométriques du capteur principal, afin de vérifier si le phénomène de diffraction dégrade ou non l'image formée sur le capteur. Tous les pixels considérés sont carrés.

☐ **1** – À partir des données du téléphone, déterminer la longueur et la largeur du capteur de ce téléphone. En déduire la taille approximative d'un pixel du capteur.

Le nombre d'ouverture N de l'appareil photographique est défini par la formule ci-après, où D est le diamètre de l'ouverture et f' la distance focale de l'objectif :

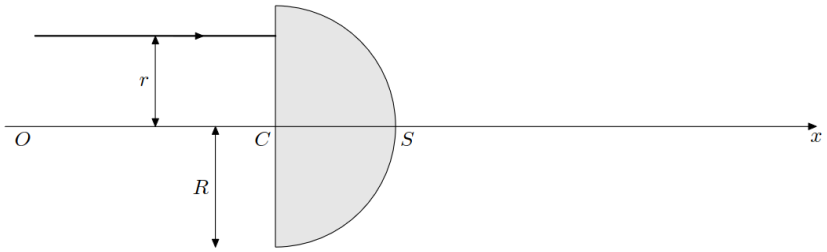
$$N = \frac{f'}{D}$$

☐ **2** – Après avoir justifié la longueur d'onde lumineuse choisie, déterminer la taille caractéristique de la tache de diffraction visible sur le capteur si l'objectif est éclairé par une source ponctuelle située à l'infini.

☐ **3** – Proposer une justification au choix de l'entreprise de configurer par défaut la prise d'image en full HD (1920×1080 pixels) au lieu de la résolution 4K (3840×2160 pixels).

1.2 Étude des aberrations géométriques dues à la lentille de l'appareil photographique

La lentille de forme plano-convexe est constituée de silice fondue associée à du quartz. On peut la modéliser dans un premier temps comme une demi-boule de rayon de courbure R et d'indice de réfraction n, plongée dans l'air dont l'indice de réfraction est pris égal à 1. Un faisceau lumineux cylindrique, de rayon $r_m < R$, arrive sous incidence normale sur la face plane de cette lentille. On note C l'intersection de la face plane de la demi-boule avec l'axe optique (Ox) et S l'intersection de la face hémisphérique avec ce même axe. On s'intéresse au rayon lumineux incident qui arrive parallèle à l'axe optique et à une distance r de cet axe.



Condition de traversée de la lentille

☐ **4** – Recopier la figure ci-dessus et compléter le trajet de ce rayon lumineux lors de son passage à travers la lentille. On notera i l'angle incident sur le dioptre verre-air et t l'angle réfracté correspondant. Déterminer l'expression de r_0, valeur limite du rayon du faisceau si l'on souhaite que tous les rayons incidents émergent de la lentille. Calculer numériquement la valeur de r_0. En réalité, le constructeur a choisi un diamètre de la lentille $\phi = 5.0\,\text{mm}$. Justifier ce choix.

Etude des rayons proches de l'axe optique

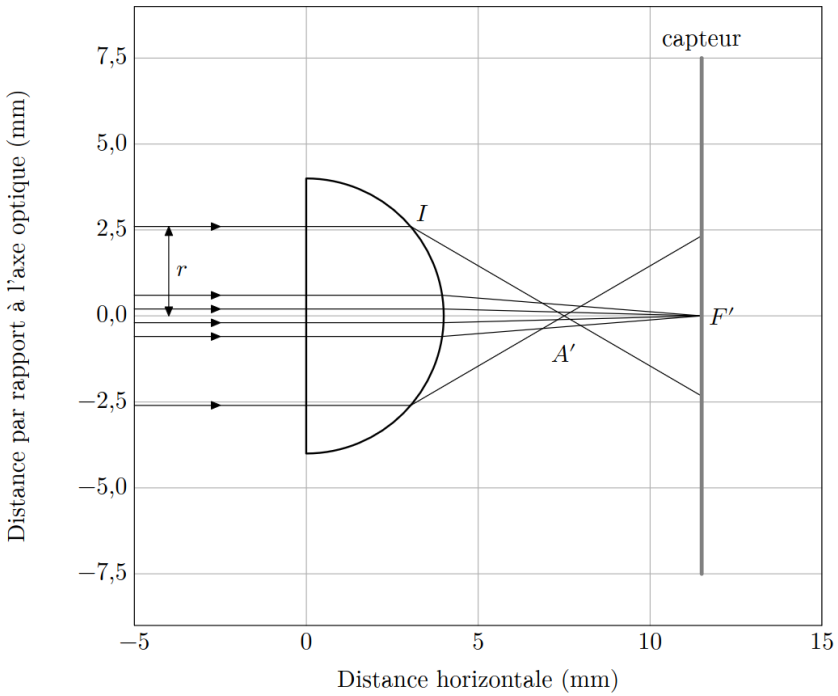
☐ **5** – On note A' la position de l'intersection du rayon incident avec l'axe optique après son passage au travers de la lentille. Montrer que la distance algébrique CA' vérifie :

$$\overline{CA'} = R\cos i + \frac{R\sin i}{\tan(t-i)}$$

☐ **6** – En déduire, en fonction de R et n, l'expression de la limite $\overline{CF'}$ de $\overline{CA'}$ lorsque la distance r tend vers 0. Calculer numériquement $\overline{CF'}$.

☐ **7** – Dans quelle condition peut-on considérer que le point F' est stigmatiquement conjugué d'un point source situé à l'infini sur l'axe ? Comment peut-on nommer le point F' ?

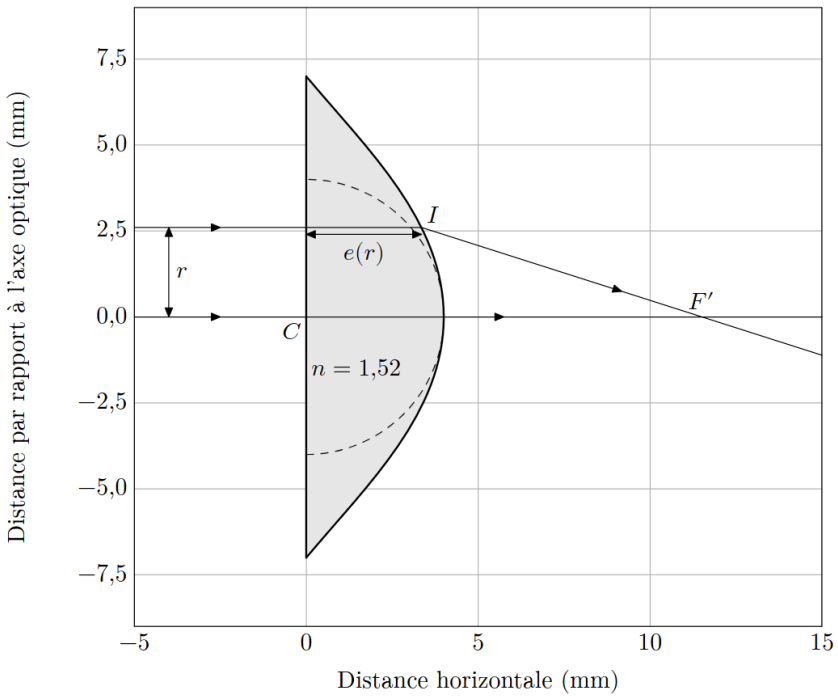
Étude de l'aberration sphérique de la lentille Le capteur de l'appareil photographique est placé dans le plan focal image de la lentille (figure 3). On s'intéresse à présent au rayon lumineux qui arrive parallèle à l'axe optique à la distance $r = r_0$ de l'axe (question 4).



☐ **8** – Déterminer numériquement la distance TSA (transversal spherical aberration) entre F' et le point où ce rayon extrême rencontre le capteur. Un schéma faisant apparaitre la distance TSA est attendu. Comparer la distance TSA à la dimension d'un pixel. Conclure sur l'adéquation de cette lentille au téléphone portable considéré.

Aide au calcul : $\sqrt{n^2-1} \approx 1$

Détermination du profil d'une lentille asphérique



On souhaite modifier le profil de la surface courbe de la lentille afin que tous les rayons incidents parallèles à l'axe Ox convergent au même point F', comme indiqué en figure 4. La lentille obtenue est dite asphérique. Pour déterminer le profil de la lentille, il est commode d'adopter une approche ondulatoire en imaginant une onde plane incidente se propageant parallèlement à l'axe Ox venant frapper la face plane de la lentille. Après celle-ci, l'onde convergera au point F' si, depuis la source, les chemins optiques associés à tous les rayons traversant la lentille et parvenant en F' sont identiques.

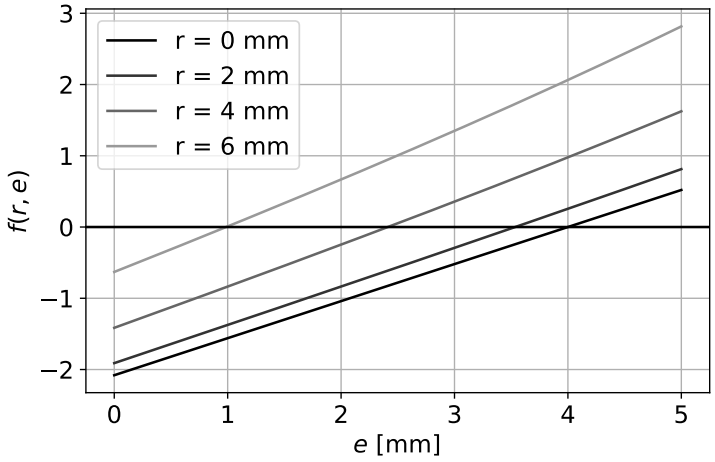
☐ **9** – Montrer que l'épaisseur $e(r)$ de la lentille à la distance r de l'axe doit vérifier :

$$ne(r) + \sqrt{r^2 + \left(\frac{nR}{n-1} - e(r)\right)^2} = nR + \frac{R}{n-1}$$

☐ **10** – Exprimer le rapport $e(r)/R$ lorsque $r \ll R$. Montrer qu'alors le profil de la lentille asphérique est pratiquement confondu avec celui de la lentille demi-boule.

On cherche à résoudre cette expression par une méthode numérique. Pour cela, on peut remarquer que l'équation précédente se met sous la forme : $f(r, e(r)) = 0$. Pour chaque valeur fixée de r, on propose de résoudre cette équation par la méthode de Newton et ainsi d'en déduire la valeur de $e(r)$.

On suppose que la fonction `f(r,e)` a été définie préalablement dans Python, aindi que sa dérivée par rapport à e, notée `derivee_f(r,e)`. On donne ci-dessous sa représentation graphique pour différentes valeurs de r :



☐ **11** – Vérifier par quelques mesures rapides la cohérence du profil dessiné sur le schéma de la lentille asphérique avec la représentation graphique de f.

Méthode dichotomique

On propose pour commencer de résoudre l'équation à l'aide du code suivant :

```
e_min = COMPLETER
e_max = COMPLETER

precision = 0.01 #precision souhaitee en mm

while e_max-e_min > precision :
    e_m = (e_max+e_min)/2
    if f(r,e_m)*f(r,e_min)<0 :
        e_max = e_m
    else :
        e_min = e_m

print("e(r) se situe entre",e_min," et ",e_max)
```

☐ **12** – Expliquer le fonctionnement du code. Proposer une valeur initiale pour `e_min` et `e_max` qui fonctionne pour toutes les valeurs de r.

Méthode de Newton

En pratique, la méthode dichotomique a une convergence très lente lorsque l'on souhaite une bonne précision. On privilégie en général la méthode de Newton, et on utilise la suite $e_{n+1} = e_n - \dfrac{f(e_n)}{f'(e_n)}$, fabriquée à partir de la fonction f et de sa dérivée f (dérivée prise par rapport à e), dont on admet qu'elle converge vers un zéro de la fonction f qui est la valeur de e recherchée.

☐ **13** – À l'aide d'une représentation graphique la plus complète possible, illustrer quelques étapes du principe de convergence de la suite e_n vers un zéro de la fonction f.

On utilise la fonction suivante :

```
def cherche_e(valeur_initiale,precision):
    e = valeur_initiale
    [instruction1]
    while residu > precision:
        eq = [instruction2]
        deq = [instruction3]
        e_old = e
        e = e - eq/deq
        residu = [instruction4]
    return e
```

☐ **14** – Proposer les quatre instructions à insérer pour le bon fonctionnement du code. Proposer une valeur pour `valeur_initiale`.

Quand on résout l'équation par cette méthode numérique, on peut tracer le profil de la lentille tel qu'il est représenté sur la figure montrant la lentille asphérique.

2 Combustion d'une poutre en bois

Le processus de combustion est une réaction chimique d'oxydation d'un combustible par un comburant (rôle le plus souvent joué par l'oxygène de l'air). Pour des raisons cinétiques, la combustion ne se produit que lorsque les réactifs sont portés à une température élevée. Il est donc nécessaire de fournir de l'énergie — généralement sous forme de transfert thermique — pour amorcer la combustion. Un feu est ainsi la résultante de la combinaison de ces trois éléments (combustible, comburant et énergie). En cas de suppression d'un élément de ce triangle du feu , la combustion s'arrête ou le feu ne prend pas.

2.1 Démarrage d'une combustion

Cette sous-partie s'intéresse au rôle de la température dans le triangle du feu. La réaction combustible-comburant est une réaction d'oxydation exothermique qui dégage de l'énergie et auto-entretient le feu.

☐ **15** – Rappeler la loi empirique d'Arrhénius et expliquer pourquoi la plupart des réactions chimiques sont accélérées par une augmentation de la température.

☐ **16** – Pour quelle phase (solide, liquide ou gaz) du combustible, l'amorçage d'une réaction de combustion devrait-il être plus aisé ? Justifier succinctement.

On appelle point d'auto-inflammation, la température à partir de laquelle une substance s'enflamme spontanément dans l'atmosphère normale. Pour une feuille de papier typique, le point d'auto-inflammation est de 232°C. Le papier est ainsi facilement inflammable si l'on concentre, à l'aide d'une loupe, les rayons du soleil sur une feuille.

On place une feuille de papier noir (de masse surfacique $\sigma = 100\,\mathrm{g{\cdot}m^{-2}}$ et de capacité thermique massique $c = 1.4\,\mathrm{kJ{\cdot}K^{-1}{\cdot}kg^{-1}}$) au foyer d'une lentille convergente de distance focale $f' = 10\,\mathrm{cm}$ et de rayon $r = 5\,\mathrm{cm}$. L'axe optique est dirigé selon la direction moyenne des rayons lumineux solaires. La lentille absorbe environ 25 % du rayonnement solaire dont le flux surfacique moyen est égal à $800\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$.

☐ **17** – Déterminer la durée minimale nécessaire à l'auto-inflammation de la feuille de papier, de température initiale 20°C, sachant que le Soleil est vu sous un diamètre angulaire apparent $\alpha = 30\,\mathrm{minutes\ d'arc}$.

☐ **18** – La durée réelle devrait-elle être plus importante ou plus faible ? Le choix du papier noir est-il judicieux ?

2.2 Combustion du bois

Un solide, en particulier le bois, passe par plusieurs phases au cours de son échauffement avant de brûler, avec apparition des flammes. D'abord l'eau qu'il contient s'évapore autour de 100°C à la pression atmosphérique, puis les constituants du bois commencent à se décomposer ; il s'agit du phénomène de pyrolyse, généralement observé entre 250°C et 500°C, qui conduit à la formation de gaz. C'est une partie de l'énergie dégagée par

la combustion de ces gaz de pyrolyse dans le dioxygène de l'air qui permet de perpétuer l'ensemble de ces étapes. Lorsque le processus de pyrolyse est terminé et qu'il n'y a plus de substances volatiles, il subsiste un résidu charbonneux rougeoyant qui dégage encore beaucoup d'énergie, sa surface extérieure atteignant 800°C. Le bois de chêne est composé principalement d'environ 25 % de lignine $C_{40}H_{44}O_6$ et 75 % de carbohydrates $C_n(H_2O)_m$ (cellulose $(C_6H_{10}O_5)_p$ et hemicellulose).

☐ **19** – Une analyse élémentaire a fourni les pourcentages massiques respectifs en élément carbone, hydrogène et oxygène de 50 %, 6 % et 44 %. Montrer que, si le bois pouvait être considéré comme un corps pur, sa formule chimique serait $CH_{1.44}\,O_{0.66}$.

Dans la suite, on assimilera le bois à un corps pur de formule chimique brute $CH_{1.44}\,O_{0.66}$.

☐ **20** – Écrire l'équation-bilan de la réaction de combustion du bois avec l'oxygène de l'air. La combustion est supposée complète et conduire à la formation de CO_2 et H_2O.

On appelle pouvoir calorifique inférieur (PCI) l'énergie dégagée par la combustion complète d'un kilogramme de combustible à pression constante, l'eau produite étant sous forme de vapeur.

☐ **21** – Pour le chêne, on mesure un PCI de $19\,\mathrm{MJ{\cdot}kg^{-1}}$. Quelle serait la valeur numérique de l'enthalpie de réaction de cette combustion ?

☐ **22** – En admettant qu'en fin de pyrolyse, les gaz libérés soient pour l'essentiel du dihydrogène H_2 et du monoxyde de carbone CO, retrouver, à partir des données tabulées, la valeur de l'enthalpie standard de réaction de la combustion de ces gaz de pyrolyse dans le dioxygène de l'air. Conclure.

☐ **23** – Dans une pièce calorifugée et fermée, initialement à 20°C et de capacité thermique totale de l'ordre de $6.0 \cdot 10^5\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$, brûle une buche de bois de chêne de 1 kg. Quelle est la température maximale atteinte dans la pièce ? Commenter.

2.3 Extinction du feu

Éteindre un feu nécessite la suppression d'un élément du triangle du feu : le combustible, le comburant ou l'apport d'énergie nécessaire à l'amorçage de la combustion. L'eau, par ses deux effets, permet d'agir sur deux des éléments du triangle du feu :

- l'eau présente une grande capacité thermique et une enthalpie de vaporisation élevée, elle utilise de l'énergie pour se vaporiser. Elle peut donc refroidir le feu ;
- l'eau vaporisée remplace partiellement l'air, et donc le dioxygène, à proximité des gaz de pyrolyse et des flammes.

☐ **24** – Vérifier dans un premier temps que la molécule d'eau ne se décompose pas en H_2 et O_2 à haute température.

☐ **25** – Quelle est l'énergie nécessaire pour vaporiser à pression constante 1 kg d'eau initialement à 15°C et de température finale 800°C ?

Les pompiers appellent puissance d'un feu l'énergie thermique qu'il dégage chaque seconde. On constate que, pendant l'aspersion d'eau, seulement un tiers de l'eau se vaporise.

☐ **26** – Estimer dans ce cas la puissance de feu que peut traiter une lance de débit $500\,\mathrm{L{\cdot}min^{-1}}$. Dans le cas de l'incendie de Notre-Dame, les pompiers ont estimé que la puissance du feu a atteint 1500 MW. Commenter.

Données :

- Masses molaires en $\mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$: C : 12 ; O : 16 ; H : 1
- Capacité thermique massique de l'eau liquide $c_p^{liq} = 4\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$
- Capacité thermique massique de la vapeur d'eau $c_p^{vap} = 2\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$
- Enthalpie massique de vaporisation de l'eau $\ell_{\mathrm{vap}} = 2.5 \cdot 10^6\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}}$
- Enthalpies et entropies standard de formation :

	H_2	O_2	H_2O	CO	CO_2
$\Delta_f H^\circ\,[\mathrm{kJ{\cdot}mol^{-1}}]$			-242	-111	-394
$S^\circ\,[\mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}}]$	131	205	190		

3 Propulsion d'une fusée

3.1 Rendement propulsif du moteur

A l'instant $t = 0$, une fusée de masse totale m_0 décolle verticalement dans le référentiel terrestre. On définit le débit de masse $D_m > 0$ des gaz brûlés, par $D_m = -\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$, $m(t)$ désignant la masse de la fusée à un instant $t > 0$ quelconque. On note $\vec{u} = -u\vec{u_z}$ avec $u > 0$, la vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée. On note $\vec{v} = v(t)\vec{u_z}$ la vitesse de la fusée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que D_m et u restent constants et que le champ de pesanteur g reste uniforme lors du lancement.

☐ **27** – En prenant pour système la fusée à l'instant t, exprimer sa quantité de mouvement $\vec{p_f}$ aux instants t et $t + \mathrm{d}t$. Déterminer de même la quantité de mouvement élémentaire $\delta\vec{p_g}$ à l'instant $t + \mathrm{d}t$ du gaz éjecté pendant $\mathrm{d}t$.

On rappelle que la dérivée temporelle d'un vecteur $\vec{w}(t)$ est définie par la relation :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{w}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\mathrm{d}t\to 0} \frac{\vec{w}(t+\mathrm{d}t) - \vec{w}(t)}{\mathrm{d}t}$$

☐ **28** – En utilisant le principe fondamental de la dynamique pour l'ensemble {fusée + gaz}, établir l'équation différentielle

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = D_m u - mg$$

☐ **29** – Identifier, dans le second membre de l'équation, l'intensité F de la force de poussée. A quelle condition sur D_m la fusée décolle-t-elle ?

☐ **30** – Le vaisseau se déplace à une vitesse de norme v dans le référentiel d'étude galiléen. Exprimer l'énergie cinétique dans ce référentiel de la masse $\mathrm{d}m$ du gaz éjectée pendant $\mathrm{d}t$, en déduire la puissance cinétique P_{jet} contenue dans le jet de gaz issu du moteur. Exprimer de même la puissance reçue par le vaisseau de la part de la force de poussée. On exprimera ces deux termes en fonction de D_m, u et v.

☐ **31** – On définit le rendement propulsif comme le rapport de la puissance mécanique gagnée par le vaisseau sur la puissance totale dépensée. En admettant une conversion parfaite de l'énergie stockée dans le vaisseau en énergie cinétique du jet et du vaisseau, montrer que le rendement propulsif peut se mettre sous la forme :

$$\eta(x) = \frac{2x}{1+x^2}$$

où l'on précisera l'expression de x en fonction des données du problème.

☐ **32** – Tracer la courbe $\eta(x)$, pour quelle valeur de x le rendement propulsif est-il maximal ? Pour quelles valeurs de x le rendement est il nul ? Montrer que l'on pouvait prévoir ces résultats sans calcul.

3.2 Limites de la propulsion chimique

Considérons l'écoulement d'un fluide à travers un tuyau. Durant un laps de temps $\mathrm{d}t$ le fluide échange un certain travail δW et une certaine quantité de chaleur δQ avec l'extérieur. On note par ailleurs $\delta W'$ le travail échangé sans mettre en jeu les forces de pression.

☐ **33** – Appliquer le premier principe de la thermodynamique à un système fermé bien choisi et établir, en régime permanent, la relation entre $\delta W', \delta Q$, le débit massique D_m et les variations d'enthalpie massique et d'énergie cinétique du fluide Δh et Δe_c entre l'entrée et la sortie du tuyau.

On se place dans la tuyère d'un moteur fusée, lorsque l'écoulement est permanent et s'effectue à altitude constante sans travail autre que celui des forces de pression. Le gaz éjecté est considéré comme parfait, de masse molaire M, d'indice adiabatique $\gamma = 1.4$. Il provient d'une chambre de combustion, où ses température et pression sont notées T_c et P_c. Le gaz est initialement au repos, $v_c = 0$. Par ailleurs, on considère que le transit du gaz dans la tuyère est suffisamment rapide et les échanges suffisamment lents pour que l'on puisse négliger les transferts thermiques.

☐ **34** – Exprimer la vitesse maximale atteinte par le gaz en sortie de la tuyère en fonction de γ, R, T_c et M. On négligera la température de sortie devant T_c.

☐ **35** – Les ergols utilisés pour la propulsion sont du dihydrogène et du dioxygène. Déterminer la température maximale T_c atteinte par leur réaction stoechiométrique. (Pour cette question, on pourra utiliser les données fournies à la fin de la partie 2 de ce sujet et on négligera la température initiale.)

☐ **36** – En déduire la vitesse maximale d'éjection $u_{\max}$ des gaz issus de la tuyère. Commenter.

3.3 Simulation numérique du mouvement de la fusée

On souhaite déterminer la masse de carburant pour optimiser la phase de décollage de la fusée et atteindre la vitesse de libération avant l'épuisement du carburant. Pour cela, nous devons résoudre le système d'équations établi précédemment :

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = -D_m \qquad\qquad m(t)\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = D_m u - mg$$

On supposera la vitesse d'éjection des gaz constante et égale à $u = 4.5 \cdot 10^3 \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Par ailleurs la masse de la fusée Ariane sans carburant et de 8 tonnes. Elle embarque généralement environ 160 tonnes de carburant pour son décollage.

On utilise pour la résolution la méthode d'Euler, qui consiste à résoudre une équation différentielle mise sous la forme $y'(t) = f(t, y(t))$ par le schéma suivant :

$$y(t + \Delta t) = y(t) + f(t, y(t)) \times \Delta t$$

☐ **37** – Préciser la signification des variables `m` et `v`, et compléter les instructions 1 et 2 dans le code suivant permettant de modéliser le déplacement de la fusée.

```
import numpy as np

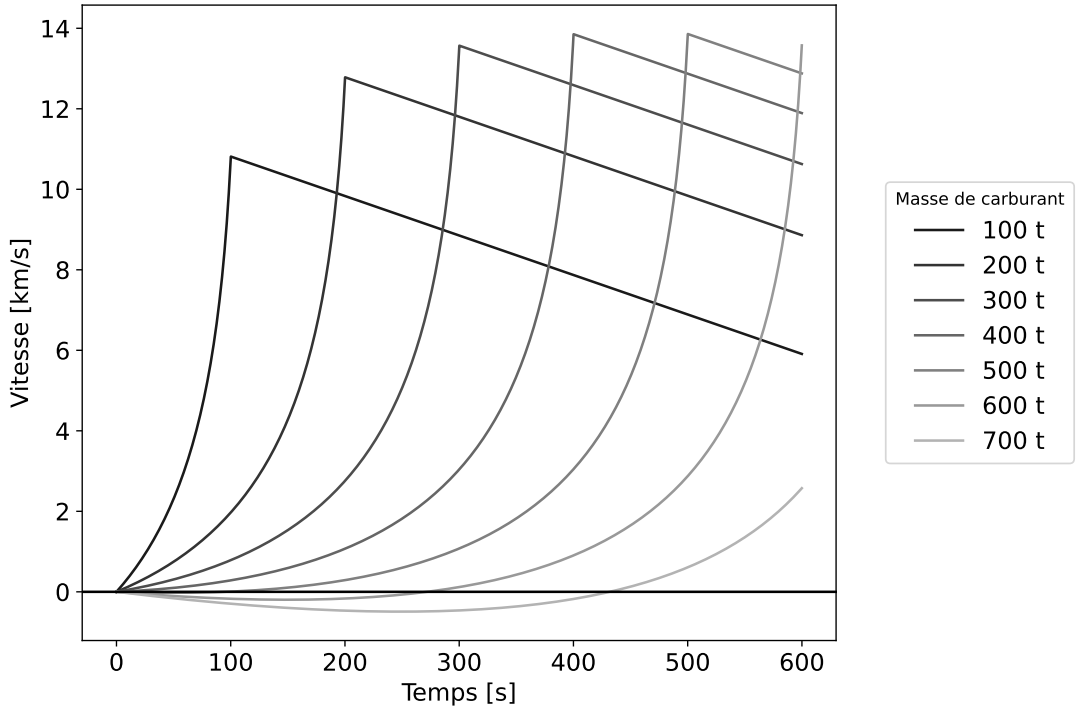
#Constantes du probleme
m_fusee = 8e3 #masse de la fusee Ariane sans carburant en kg
m_carburant = 160e3 #masse de carburant en kg
u = 4.5e3 #vitesse d'ejection
g = 9.81 #m/s2
Dm = 1e3 #kg/s

#Pas de temps et durée de la simulation
dt = 0.1 #s          pas de temps
t_tot = 600. #s  temps total de 10 minutes
valeurs_t = np.arange(0,t_tot,dt)
N = len(valeurs_t)

#Resolution par la methode d'Euler
#Conditions initiales
v = 0.
m = m_fusee + m_carburant
#Initialisation des tableaux
valeurs_v = np.zeros((N))
valeurs_m = np.zeros((N))
#Methode d'Euler
for i in range(N) :
    valeurs_v[i] = v
    valeurs_m[i] = m
    m = [instruction 1]
    v = [instruction 2]
    if m < m_fusee :
        Dm = 0
```

☐ **38** – A quoi servent les deux dernières lignes du code ?

On utilise le code et on obtient les résultats ci-dessous.



☐ **39** – Expliquer l'allure des courbes obtenues. Que se passe-t-il si la masse de carburant embarquée est trop importante ? Le code prend-il correctement ce effet en compte ?

☐ **40** – Estimer la vitesse de libération depuis la surface de la Terre. Justifier alors le choix de prendre 160 tonnes de carburant. On donne le rayon de la terre $R_T \approx 6400\,\text{km}$.