

Lycée Baimbridge, MP 2025-2026

8 novembre 2025

Physique Chimie

DS 4

Type ENS

Durée : 4 heures

*Calculatrice **interdite***

Le sujet est constitué de trois parties totalement indépendantes. Il n'est pas nécessaire de les aborder dans l'ordre.

Les réponses doivent systématiquement être justifiées (sauf mention explicite du contraire). La clarté de la rédaction et la justesse du raisonnement mené seront valorisées, même si la tentative de réponse n'est pas aboutie ou si la réponse obtenue à la fin de la question est incorrecte.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur de sujet, merci de l'indiquer clairement sur votre copie, et de poursuivre votre composition en expliquant les initiatives que vous êtes amené.e à prendre.

Comme au concours, le sujet est long. Il n'est pas nécessaire de tout faire pour avoir une bonne note.

1 Chaîne d'aimants en interaction magnétique

Nous disposons d'un ensemble de billes sphériques aimantées identiques telles que celles représentées sur la figure (1) (a) (leur moment magnétique est représenté par une flèche). Posées sur une table, si elles sont assez proches les unes des autres, elles s'attirent en alignant chacune leur moment magnétique selon une direction commune et forment ainsi une chaîne flexible illustrée par la figure (1) (b).

Si l'on cherche à placer la chaîne en position verticale, l'aimant inférieur étant maintenu fixe par un support rigide (amagnétique), on constate qu'il existe un nombre maximal N_c d'aimants en dessous duquel la chaîne reste rectiligne, verticalement, dans le champ de gravité $\vec{g} = -g\vec{e}_z$. Légèrement perturbée, elle oscille alors autour de cette configuration stable, comme l'illustre la figure (1) (c). Au-delà de cette limite, la situation verticale devient instable et la chaîne fléchit, atteignant une nouvelle situation d'équilibre¹, comme le représente la figure (1) (d).

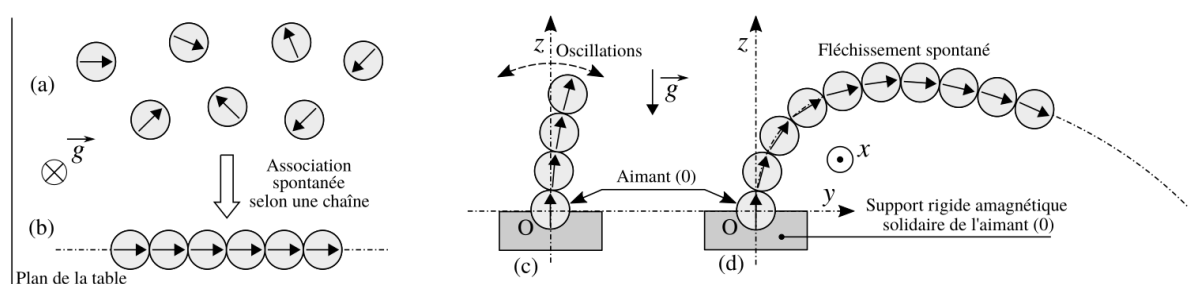


Figure 1: (a) Ensemble d'aimants sphériques posés sur un plan horizontal. (b) Sous l'effet des interactions magnétiques, ces aimants s'attirent en formant une chaîne flexible. (c) Édifice vertical formé par une chaîne "courte". Elle peut alors osciller autour de cette position stable. (d) Lorsque la chaîne est "longue", la position verticale devient instable, l'édifice fléchit alors sous l'action de la gravité $\vec{g} = -g\vec{e}_z$.

Les billes (ou aimants) sont numérotées de 0 à N . Nous notons $\vec{\mathcal{M}}_i = \mathcal{M}_i \vec{u}_i$ ($i \in [0, N]$) le moment magnétique de la bille (i). Nous supposons, d'une part que $\mathcal{M}_i = \mathcal{M} =$

¹Cette situation fortement fléchie sort du cadre de la réponse linéaire que nous nous fixerons.

Cste > 0 ($\forall i \in [0, N]$), d'autre part que le vecteur unitaire $\vec{u}_i$ conserve une direction fixe, relativement à la bille (i). La bille (0) est fixée sur un support rigide amagnétique de telle manière que son moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}_0 = \mathcal{M}\vec{e}_z$ reste orienté selon l'axe vertical ascendant (Oz). Nous considérons que la chaîne se déforme en restant dans le plan (O, y, z), comme l'illustrent les figures (1) (c) et (d). Enfin, aucune cause de dissipation de l'énergie mécanique n'est prise en compte.

La figure (2) représente le système de coordonnées polaire $\mathcal{R}_\theta(0, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_x)$ permettant le repérage d'un point $P = P(r, \theta)$ du plan (O, y, z).

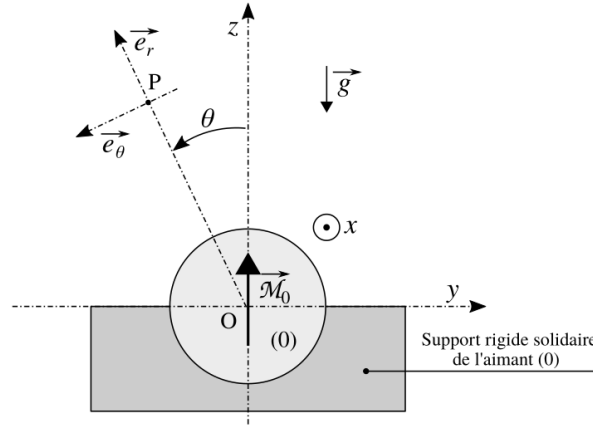


Figure 2: Repérage d'un point $P = P(r, \theta)$ du plan (O, y, z), dans le système de coordonnées polaire $\mathcal{R}_\theta(0, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_x)$ choisi.

Notations, données, et formulaire Pour les applications numériques, nous adopterons les valeurs suivantes :

- Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$
- Module de l'accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Diamètre d'une bille : $D = 13 \text{ mm}$
- Densité volumique de moment magnétique du matériau (ce matériau est du néodyme) constituant les aimants : $M_v = 9 \times 10^5 \text{ A}\cdot\text{m}^{-1}$
- Masse volumique des billes : $\rho = 7.5 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Masse d'une bille : $m = 10 \text{ g}$.

Le développement à l'ordre N , au voisinage de zéro, de la fonction exponentielle s'exprime par la relation suivante :

$$\exp(i\theta) = \sum_{k_0}^N \frac{(i\theta)^k}{k!} \quad (i^2 = -1) \quad (1)$$

Le moment d'inertie J d'une bille homogène de masse m et de diamètre D , autour d'un axe passant par son centre, s'exprime selon la relation suivante :

$$J = mD^2/10 \quad (2)$$

Le champ magnétique créé par une bille sphérique uniformément magnétisée est, dans tout l'espace extérieur à la bille, celui d'un dipôle magnétique ponctuel placé en son centre. En particulier, pour la bille (0) représentée sur la figure (2), portant le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}_0 = \mathcal{M}\vec{e}_z$, il s'exprime selon la relation suivante :

$$\vec{B}_0(P) = \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r(\theta) + \sin \theta \vec{e}_\theta(\theta)) \quad \text{où} \quad r = \|\vec{OP}\| \geq D/2 \quad (3)$$

Nous considérerons toutefois que cette expression reste valable pour toute distance r (non nulle). Ce qui revient à considérer que, d'un point de vue magnétique, le rayon des billes tend vers zéro.

1.1 Caractérisation du champ magnétique créé par un aimant

- 1 – Représenter l'allure des lignes de champ (orientées) de l'aimant (0).
- 2 – Exprimer, dans le repère $\mathcal{R}(O, x, y, z)$, le champ $\vec{B}_0(P(r, \theta))$ correspondant à chacun des points suivants : $P_1 = P(D, 0)$, $P_2 = P(D, \pi/2)$, $P_3 = P(D, \pi)$ et $P_4 = P(D, 3\pi/2)$.
- 3 – Exprimer la constante $\vec{B}_0(P_1) \cdot \vec{e}_z$ en fonction de μ_0 et M_v . Estimer sa valeur et la commenter brièvement.

1.2 Maillon formé de deux billes

Nous plaçons la bille (1) sur la bille fixe (0), comme le représente la figure (3) (a). Par interaction magnétique, l'aimant (0) exerce alors sur l'aimant (1) une force ainsi qu'un moment. Ce dernier tend à aligner $\vec{\mathcal{M}}_1$ selon $\vec{\mathcal{M}}_0$. La force d'attraction entre les aimants est suffisamment forte pour que nous puissions considérer, d'une part que les aimants restent toujours en contact ($\forall \theta \in [-\pi, \pi]$), d'autre part que le roulement de l'aimant (1) sur l'aimant (0), lorsqu'il se produit, s'effectue sans glissement (vitesse de glissement nulle d'un solide par rapport à l'autre). L'angle θ suffit alors à caractériser la situation de la bille (1) (se reporter la figure (3) (b)).

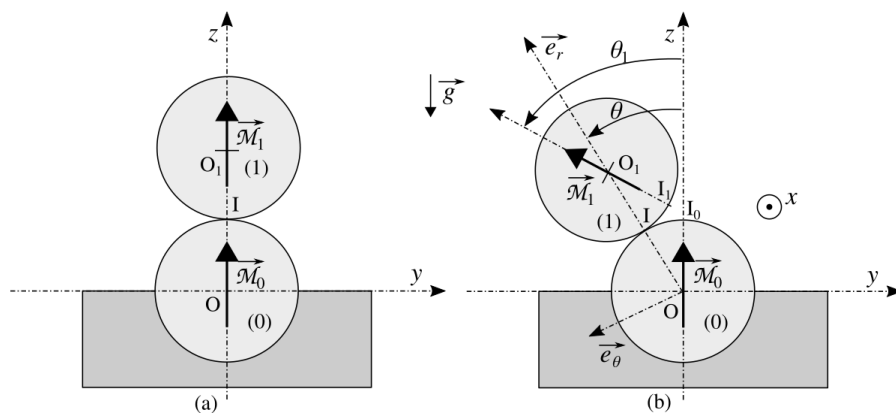


Figure 3: (a) La bille (1) est posée sur la bille (0) fixe. (b) La situation de la bille (1) est caractérisée par les angles θ et $\theta_1 = \theta_1(\theta)$.

Nous associons l'origine des énergies potentielles à la configuration représentée sur la figure (3) (a), choisie comme référence.

□ 4 – En remarquant que les points I_0 et I_1 , représentés sur la figure (3) (b), étaient initialement confondus (c'est-à-dire pour $\theta = 0$), justifier que $\theta_1 = 2\theta$.

□ 5 – Établir l'inventaire des actions mécaniques qui s'exercent sur l'aimant (1). Il ne s'agit que d'un inventaire, on ne cherchera donc pas à expliciter chacune de ces actions mécaniques.

□ 6 – Justifier que l'énergie mécanique du système (0), (1) (en interaction gravitationnelle avec la Terre) est conservée.

□ 7 – Exprimer, en fonction de $\mathcal{M}$ et de l'angle θ , le moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}_1$, dans la base polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_x)$.

□ 8 – Exprimer l'énergie potentielle magnétique E_B de ce couplage entre les dipôles $\overrightarrow{\mathcal{M}}_0$ et $\overrightarrow{\mathcal{M}}_1$. Nous l'écrirons sous la forme suivante :

$$E_B = \frac{1}{2}K(\sin \theta)^2 \quad (4)$$

Le paramètre K est une constante positive que l'on exprimera en fonction de μ_0, M_v et D .

Lors du roulement de la bille (1) sur la bille (0) (fixe), le centre de masse O_1 de la bille (1) décrit un arc de cercle de rayon D et d'angle au centre égal à θ (se reporter à la figure (3) (b)). Ce mouvement s'accompagne, parallèlement, de la rotation de l'angle θ_1 de la bille (1), déterminé en réponse à la question (4).

□ 9 – Exprimer l'énergie cinétique E_{c1} de la bille (1), somme des énergies cinétiques associées à chacune des composantes de mouvement que nous venons de présenter. On exprimera ce résultat en fonction de $m, D, J, \dot{\theta}$ et $\dot{\theta}_1$.

□ 10 – Nous écrivons l'énergie E_{c1} sous la forme suivante :

$$E_{c1} = \frac{1}{2}J'\dot{\theta}^2 \quad (5)$$

Exprimer J' en fonction de la masse m et du diamètre D .

□ 11 – Exprimer, en fonction des paramètres m, g, D et de l'angle θ , l'énergie potentielle gravitationnelle E_{g1} de la bille (1) dans la situation représentée sur la figure (3) (b).

□ 12 – Représenter, sur un graphe commun, l'allure graphique de la dépendance (qualitativement), vis-à-vis de l'angle θ , de chacune des énergies potentielles E_B et E_{g1} , pour $\theta \in [-\pi, \pi]$ (c'est-à-dire sans tenir compte de la présence du support maintenant la bille (0)). Analyser ces résultats.

□ **13** – Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ . On conservera les paramètres K, m, g, D et J' .

□ **14** – Déterminer à quelle condition la configuration correspondant à $\theta = 0$ est stable (ou métastable²). On fera porter cette condition sur le paramètre S défini par le rapport suivant :

$$S = \frac{K}{mgD} \quad (6)$$

On proposera une interprétation physique de ce rapport.

□ **15** – Pour les valeurs des paramètres adoptées nous obtenons $S \sim 100$. Conclure quant à l'état de stabilité de la configuration correspondant à $\theta = 0$.

□ **16** – Exprimer, en tenant compte de la valeur du paramètre S , la pulsation ω_1 des oscillations de la bille (1) autour de la configuration correspondant à $\theta = 0$, dans l'approximation linéaire. On exprimera cette pulsation en fonction de S, g et D . Estimer la valeur de la fréquence f_1 correspondante.

1.3 Edifice formé de N billes

Nous considérons un édifice, constitué de N aimants, reposant sur l'aimant fixe (0), comme le représente la figure (1) (c) pour $N = 3$. Il s'agit d'étudier la stabilité de cet édifice dans la configuration rectiligne verticale.

Cette étude est conduite dans le cadre suivant :

- Nous nous plaçons dans des situations nous permettant de considérer que l'angle formé par les deux segments successifs reliant le centre O_i de l'aimant (i) aux centres de ses voisins ($i - 1$) et ($i + 1$) ne dépend pas de i (hypothèse référencée H_α). Cet angle, défini sur la figure (4), est noté α . Les centres O_i des billes se situent alors sur un arc de cercle de centre A et de rayon noté R (R est une grandeur algébrique, du signe de α). Sous l'hypothèse H_α , le problème à N solides est réduit à un problème à un seul degré de liberté que l'on peut choisir comme étant l'angle α . Naturellement, cet angle et, corrélativement, le rayon R , dépendent du temps t lorsque l'édifice oscille ou fléchit.
- Nous considérons que l'interaction magnétique se limite aux deux plus proches voisins de chaque aimant (hypothèse référencée H_{ppv}).
- Comme dans la sous-section (1.2), nous supposons que le roulement de chaque bille (i) sur la bille ($i1$) n'est accompagné d'aucun glissement.
- Nous supposons que $|N\alpha| \ll 1$ (hypothèse référencée H_{DL}). Tous les résultats seront alors donnés à l'ordre le plus bas non nul, vis-à-vis de l'angle α .
- Nous associons l'origine des énergies potentielles à la configuration de référence correspondant à un édifice rectiligne vertical.

²C'est-à-dire stable que sur un certain intervalle autour de $\theta = 0$.

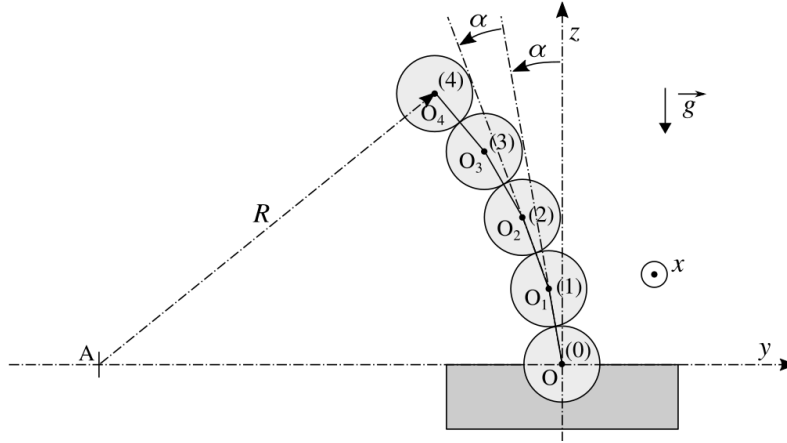


Figure 4: Paramétrage géométrique du fléchissement de l'édifice, sous l'hypothèse (H_α) qu'il se déforme selon un arc de cercle de rayon R .

□ **17** – Préciser quelle restriction à la généralité de cette étude introduit l'hypothèse H_α . On réfléchira, en particulier, à la situation où l'édifice oscille autour de la verticale. La réponse attendue est brève, il s'agit simplement d'indiquer quelle situation ne peut être décrite, sous cette hypothèse.

□ **18** – Indiquer l'argument qui justifie l'hypothèse H_{ppv} .

□ **19** – Exprimer l'énergie potentielle magnétique E_{BN} de l'édifice en fonction de N, K et α .

On notera que cette énergie peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$E_{BN} = \frac{1}{2} \kappa_B \left(\frac{1}{R} \right)^2 \quad \text{où} \quad \kappa_B = \kappa_B(N, K, D) \geq 0 \quad (7)$$

Ce résultat n'est pas à établir.

□ **20** – Exprimer, en fonction de D et α , la variation d'altitude Δz_1 de la bille (1), depuis sa situation de référence. Rappelons que l'on se place systématiquement sous l'hypothèse H_{DL} .

□ **21** – Exprimer, en fonction de D et α , la variation d'altitude Δz_2 de la bille (2), depuis sa situation de référence.

□ **22** – En généralisant les deux résultats précédents, exprimer, en fonction de D, α et n , la variation d'altitude Δz_n de la bille (n) , depuis sa situation de référence.

□ **23** – En déduire l'expression, en fonction de m, g, D, N et α , de l'énergie potentielle de pesanteur E_{gN} de l'ensemble de l'édifice formé de N billes reposant sur la bille (0). On

utilisera l'approximation³ (grossière) suivante :

$$\sum_{i=1}^I i^\beta \approx \int_0^I x^\beta dx \quad (8)$$

□ **24** – Établir la condition de stabilité de l'édifice dans sa configuration de référence, rectiligne verticale. On fera porter cette condition sur N et le paramètre S introduit dans la question (14) et défini par la relation (6). Commenter brièvement ce résultat vis-à-vis de l'approximation adoptée, définie par la relation (8).

□ **25** – Estimer la valeur du nombre critique d'aimants, N_c , correspondant à la hauteur maximale d'un édifice vertical stable.

2 Rendement énergétique d'une machine thermique à sa puissance maximale

Lorsqu'une machine thermique cyclique fournit du travail en échangeant de la chaleur avec une source chaude et une source froide, de températures respectives T_1 et T_2 , le rendement maximal de Carnot n'est approché qu'à la limite des processus réversibles. Mais ceux-ci sont trop lents pour produire une puissance mécanique appréciable. À l'inverse, les processus très rapides sont fortement irréversibles, et leurs rendements sont si bas qu'on ne peut guère en extraire de travail mécanique. Un compromis est nécessaire si on souhaite rendre maximale la puissance de la machine. Nous allons étudier cette optimisation dans le cadre de deux modélisations simples, dont la première a été introduite indépendamment par les physiciens Jacques Yvon et I. I. Novikov au milieu des années 1950, dans le contexte de l'industrie électronucléaire naissante.

□ **26** – On note Q l'énergie fournie par la source chaude au cours d'un cycle de cette machine ditherme, et W le travail qu'on peut en extraire. Définir le rendement η d'une telle machine.

□ **27** – Déterminer l'expression du travail maximum W_{max} qu'on peut extraire de la machine pendant un cycle en fonction de Q, T_1 et T_2 , et l'expression du rendement maximal correspondant, qu'on notera η_0 .

2.1 Premier modèle : transfert thermique

Nous considérons une machine dans laquelle l'énergie est produite par une source solide à la température T_1 . Cette énergie est transmise à un fluide caloporteur de température T_3 , avec $T_3 < T_1$, qui circule en contact avec la source solide. On suppose T_1 et T_3 uniformes et indépendantes du temps. On note Q l'énergie fournie par la source solide au fluide caloporteur pendant la durée τ d'un cycle. La conductance thermique G_{th} de l'interface, supposée fixée, et définie par :

$$\mathcal{P}_{th} = G_{th}(T_1 - T_3) \quad (9)$$

³Cette approximation ne deviendrait justifiable que dans la limite $I \gg 1$.

où $\mathcal{P}_{th}$ est la puissance thermique reçue par le fluide.

□ **28** – Donner l'expression de Q en fonction de τ , T_1 et T_3 et de G_{th} .

□ **29** – Le fluide caloporteur constitue la source chaude d'une machine thermique ditherme dont la source froide est à la température T_2 . Il restitue à cette machine thermique l'énergie Q fournie par la source solide. On suppose par ailleurs que cette machine thermique fonctionne à son rendement maximal. En déduire la dépendance du travail W qu'elle fournit en fonction de τ, T_3, T_1, T_2 et G_{th} .

□ **30** – Tracer l'allure de la variation de la puissance extraite en fonction de T_3 pour T_1 et T_2 fixés.

□ **31** – Tracer l'allure de la variation du rendement η en fonction de T_3 pour T_1 et T_2 fixés. Que vaut la puissance extraite lorsque le rendement est maximal ? Commenter ce résultat.

□ **32** – Déterminer la valeur de T_3 qui maximise la puissance extraite de la machine thermique pour T_1 et T_2 fixés. On exprimera cette valeur optimale de T_3 en fonction de T_1 et T_2 .

□ **33** – On note η_1 la valeur du rendement correspondant à cette valeur de T_3 . Exprimer η_1 en fonction de T_1 et T_2 .

□ **34** – Exprimer η_1 en fonction de η_0 , déterminé à la question 27, et représenter sa variation. Comment cette expression se simplifie-t-elle dans la limite où $\eta_0 \ll 1$?

2.2 Deuxième modèle : création d'entropie

On revient au cas général d'une machine thermique cyclique ditherme dont les sources chaude et froide ont les températures respectives T_1 et T_2 . On note toujours Q l'énergie fournie par la source chaude pendant la durée τ d'un cycle. On suppose maintenant qu'une entropie $S_c = \Sigma/\tau$ est créée au cours du cycle, où Σ est un coefficient indépendant de τ .

□ **35** – Commenter cette modélisation. Quel est le signe de Σ ?

□ **36** – Déterminer le travail W fourni pendant un cycle en fonction de Q, T_1, T_2, Σ et τ .

□ **37** – Montrer que pour Q fixé, la puissance est maximale pour une valeur de τ qu'on déterminera, et qu'on notera τ_2 .

□ **38** – Calculer le rendement de la machine thermique lorsque la puissance est maximale. On le notera η_2 .

2.3 Discussion

□ **39** – Comparer les valeurs des rendements à puissance maximale prédites par ces deux modèles. Dans quelle limite ces prédictions coïncident-elles ? Cette limite correspond-elle à une irréversibilité forte ou faible ?

□ **40** – Dans le cadre du premier modèle, déterminer l'expression de l'entropie créée au cours d'un cycle en fonction de Q, G_{th}, τ et T_1 . Montrer qu'elle est proportionnelle à $1/\tau$ dans une limite qu'on précisera. Commenter ce résultat.

□ **41** – Le coût d'une centrale thermique provient d'une part du combustible produisant l'énergie, d'autre part de la construction de la centrale et de son fonctionnement. On considère une situation où l'un de ces deux coûts est très supérieur à l'autre. D'un point de vue économique, dans quel cas a-t-on intérêt à optimiser le rendement, et dans quel cas a-t-on intérêt à maximiser la puissance ?

□ **42** – Le réacteur Sizewell B est le plus grand réacteur nucléaire à eau pressurisée construit au Royaume-Uni, qui couvre environ 3% des besoins d'électricité du pays. Les températures des sources chaudes et froides pour ce réacteur sont $T_1 = 581\text{ K}$ et $T_2 = 288\text{ K}$. Son rendement est $\eta = 0.36$. Commenter cette valeur à la lumière des résultats obtenus dans ce problème.

3 Energie bleue

On cherche à quantifier le potentiel de génération d'énergie électrique à partir d'énergie dite osmotique, c'est-à-dire à partir d'une différence de concentration en sel de deux solutions. Pour ce faire, dans cette partie, on suppose qu'on a un dispositif qui produit de l'électricité en mélangeant un certain volume V_A d'eau salée avec un volume V_B d'eau pure, et on cherche à savoir combien de temps on peut allumer une ampoule d'une puissance électrique donnée.

Pour cet exercice, les données sont les suivantes : On donne $\ln 2 \approx 0.7$

- Dans tout le sujet, les applications numériques se font à température T et pression P ambiantes.
- On rappelle le numéro atomique Z et la masse molaire M de quelques éléments d'intérêt :

	Z	M (g · mol ⁻¹)
Na	11	23
Cl	17	35,5

- On donne les valeurs de quelques grandeurs physiques relatives à l'eau

Permittivité relative de l'eau	ϵ_r	80
Masse volumique de l'eau	ρ	10^3 kg · m ⁻³
Viscosité dynamique de l'eau	η	10^{-3} Pa · s
Volume molaire de l'eau	v_m	18 cm ³ · mol ⁻¹

On garde ces valeurs pour les solutions aqueuses, et on les suppose indépendantes de la concentration en soluté, de P et de T .

- On rappelle les valeurs de quelques grandeurs physiques

Constante des gaz parfaits	R	$8,3$ J · mol ⁻¹ · K ⁻¹
Constante de Boltzmann	k_B	$1,4 \times 10^{-23}$ J · K ⁻¹
Nombre d'Avogadro	N_A	$6,0 \times 10^{23}$ mol ⁻¹
Permittivité du vide	ϵ_0	$8,9 \times 10^{-12}$ F · m ⁻¹
Charge élémentaire	e	$1,6 \times 10^{-19}$ C

□ **43** – La solution A contient environ $30 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ de sel NaCl, comme c'est le cas dans l'eau de mer. On note x_{Na} et x_{Cl} les fractions molaires de chaque espèce en solution. Montrer que $x_{\text{Na}} = x_{\text{Cl}}$. Estimer un ordre de grandeur de la fraction molaire totale des ions présents en solution $x = x_{\text{Na}} + x_{\text{Cl}}$. On considérera pour simplifier dans la suite de cette partie qu'il n'y a qu'une seule espèce en solution, de fraction molaire x .

□ **44** – On introduit $\mu^*(P, T)$ le potentiel chimique de référence de l'eau pure. Rappeler l'expression du potentiel chimique $\mu(P, T, x)$ de l'eau en présence d'un soluté de fraction molaire x , dans le cas d'un mélange idéal. (Dans un tel mélange, l'activité d'un constituant est égale à sa fraction molaire). On admet que le potentiel chimique du sel se met sous la forme $\mu_S = \Psi(P, T) + RT \ln x$, où $\Psi(P, T)$ est une fonction que l'on ne cherche pas à préciser. Exprimer l'enthalpie libre des solutions avant mélange G_A et G_B en fonction de μ^* , Ψ , des volumes V_A et V_B , du volume molaire de l'eau v_m considéré comme indépendant de la concentration en sel, et de x , la fraction molaire de sel. On considérera que la solution A est un mélange idéal de deux espèces en solution : l'eau et le sel.

□ **45** – On note x_M la fraction molaire de sel dans le mélange des solutions A et B, et V_M le volume de ce mélange. Exprimer l'enthalpie libre du mélange G_M en fonction des mêmes grandeurs que dans la question précédente, de V_M et de x_M .

- **46** – On suppose que le mélange se fait à température T et pression P constantes, et que le volume de mélange vérifie $V_M = V_A + V_B$. Exprimer x_M , puis la variation ΔG d'enthalpie libre, en fonction de V_A, V_B et x . On notera $\phi_A = V_A/(V_A + V_B)$ pour simplifier.
- **47** – Simplifier l'expression de ΔG dans l'hypothèse $x \ll 1$ et obtenir un résultat linéaire en x .
- **48** – On considère un gaz parfait de n moles à la température T dans un volume V_A . On fait subir une détente isotherme à ce gaz, avec un volume final égal à V_M . Calculer la variation d'enthalpie libre ΔG_{gaz} de cette transformation en fonction de n, T, V_A et V_M . On remarque que ΔG_{gaz} est égal au ΔG du mélange d'eau de la question précédente si l'on prend $n = xV_A/v_m$. Expliquer pourquoi.
- **49** – Quantifier le travail maximal récupérable pour un mélange utilisant $V_A = V_B = 1 \text{ m}^3$, en J puis en kWh.
- **50** – Supposant qu'on puisse convertir tout ce travail récupérable en électricité, combien de temps peut-on allumer une ampoule LED qui consomme environ 9 W avec un réservoir d' 1 m^3 d'eau salée et d' 1 m^3 d'eau pure ? Exprimer le résultat en heures.
- **51** – On estime le débit du fleuve Amazone à $200\,000 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Le fleuve, constitué principalement d'eau douce, se jette dans l'océan Atlantique, qui peut être considéré comme un réservoir d'eau salée. Estimer numériquement la puissance maximale produite à l'embouchure par mélange osmotique. On gardera $V_A = V_B$ et une concentration en sel de $30 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ pour l'eau salée dans cette estimation. Comparer ce nombre à la puissance électrique produite par un réacteur nucléaire (900 MW).
- **52** – De façon générale, pour un volume d'eau douce V_B donné, comment faut-il choisir V_A pour maximiser l'énergie récupérable ?