

Interférences par division d'amplitude

Chapitre 9

I - Le Michelson en lame d'air

1 Anneaux d'égale inclinaison

Considérons un interféromètre de Michelson réglé de telle sorte que l'on observe des anneaux avec une source étendue monochromatique ($\lambda = 600 \text{ nm}$). On souhaite observer ces anneaux sur un écran en utilisant une lentille convergente L placée à la sortie de l'interféromètre.

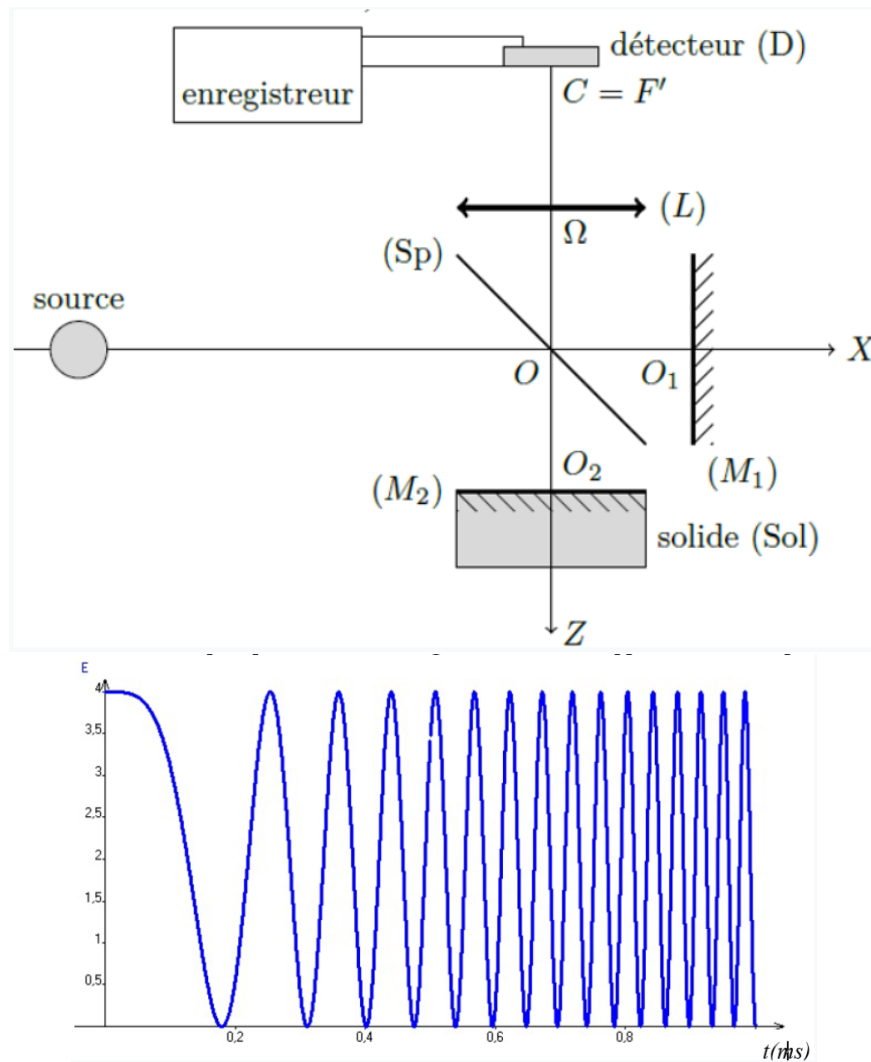
1. Préciser la position relative des miroirs.
2. Comment l'écran doit-il être placé par rapport à la lentille pour observer les interférences les mieux contrastées ?
3. On considère la famille de rayons issus de la source arrivant sur l'interféromètre avec un angle d'incidence i . Etablir l'expression de la différence de marche pour ces rayons.
4. Montrer que tous ces rayons convergent en un même point de l'écran dont on exprimera la distance r par rapport à l'axe optique en fonction de la focale f' de la lentille et de i .
5. On dispose de lentilles de distance focale 10, 50 et 100 cm. Laquelle donne la figure d'interférences la plus grande ?
6. Partant du contact optique, on translate l'un des miroirs de $5 \mu\text{m}$. Quel est l'ordre p_1 de l'anneau brillant de plus petit rayon que l'on observe sur l'écran ?
7. Calculer le rayon sur l'écran des trois premiers anneaux brillants.

2 Mesure de l'accélération de la pesanteur

Un interféromètre de Michelson est éclairé par une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ étendue, centrée sur l'eau OX . On note ℓ_1 la longueur OO_1 et ℓ_2 la longueur OO_2 . Cette longueur est variable, car (M_x) est relié à un solide (Sol) mobile en translation selon OZ . On note $e = \ell_2 - \ell_1$.

(L) est une lentille convergente de centre optique Ω , de distance focale image $f_0 = 1.0 \text{ m}$ et de foyer image F' .

L'enregistreur utilisé est une phot cellule qui est un petit disque de rayon R centré en F' et placé perpendiculairement à OZ . Cette phot cellule délivre un signal électrique proportionnel à la puissance lumineuse totale reçue par le disque.



Le solide (Sol) est en chute libre. Il est libéré sans vitesse à $t = 0$ et $e(t = 0) = 0$. Le graphe ci-dessous représente l'éclairement au point F' en fonction du temps.

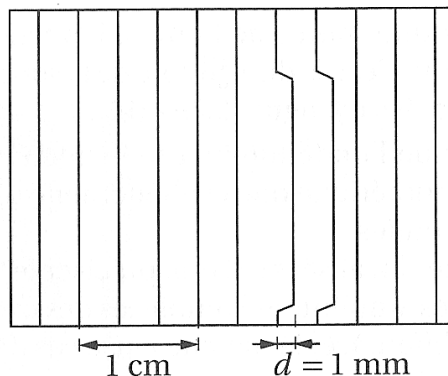
En déduire la valeur du champ de pesanteur terrestre g . On effectuera l'approximation des petits angles.

II - Coin d'air

3 Défaut d'un miroir

Un interféromètre de Michelson est réglé en coin d'air est éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$. L'observation de la figure d'interférences est réalisée en utilisant une lentille mince convergente positionnée en sortie de l'interféromètre faisant l'image du plan des miroirs sur un écran avec un grandissement $\gamma = -3$.

Un des miroirs est supposé parfait alors que l'autre présente un défaut de surface. On observe alors sur l'écran la figure d'interférences suivante.



1. Quelle est la forme du défaut du miroir? On donnera les dimensions caractéristiques du défaut dans le plan du miroir.
2. Expérimentalement, comment pourrait être améliorée la précision des mesures des dimensions du défaut?
3. Estimer la profondeur e du défaut.
4. En considérant que l'on peut détecter un décalage d'un cinquième d'interfrange, déterminer la profondeur minimale pouvant être détectée par cette méthode.

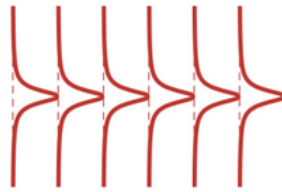
4 Mesure de l'indice optique d'un gaz

On souhaite mesurer l'indice optique d'un gaz en utilisant un interféromètre de Michelson. On dispose d'un laser ($\lambda = 632 \text{ nm}$), d'un condenseur, de polariseurs, de diaphragmes à iris, d'un écran, et de quatre lentilles de focales respectives 20 cm, 100 cm, 5 cm et -30 cm.

1. Schématiser le montage permettant d'obtenir des franges lumineuses rectilignes. Comment se nomme la configuration de l'interféromètre ?
2. Où les franges sont-elles observables ? Pourquoi parle-t-on de franges localisées ?
3. La distance entre les miroirs et l'écran est égale à 2 m. En déduire la lentille à utiliser et sa position.

Les miroirs forment un angle α . On rappelle que la différence de chemin optique vaut $\delta(x) = 2\alpha x$, avec x l'abscisse mesurée par rapport à l'axe d'intersection des miroirs. On fait alors passer un flux de gaz de diamètre 1 mm entre la séparatrice et l'un des miroirs, perpendiculairement au trajet des rayons lumineux. Les franges prennent l'allure ci-dessous.

- Déterminer la nouvelle différence de chemin optique δ' . En déduire l'écart Δn entre l'indice du gaz et celui de l'air.



III - Cohérence

5 Tomographie par cohérence optique

La tomographie par cohérence optique (ou Optical Coherence Tomography, OCT en anglais) est une technique non invasive permettant d'identifier et de mesurer l'épaisseur des différentes couches constituant un tissu vivant comme l'épiderme ou la rétine. Cette méthode est employée entre autres pour diagnostiquer la dégénérescence maculaire de la rétine. Cet exercice a pour but d'en comprendre les grandes lignes.

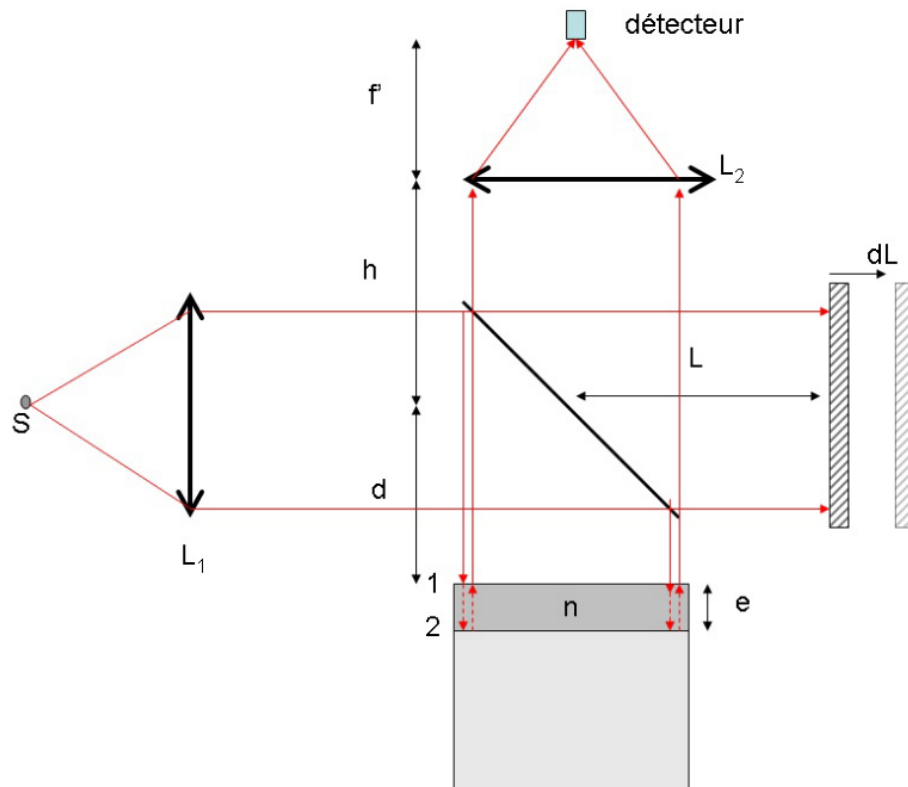
Une source ponctuelle est placée au foyer d'une lentille de focale f' . Si l'on néglige les effets de diffraction celle-ci transforme l'onde sphérique en une onde plane se propageant suivant l'axe optique. L'onde plane est ensuite séparée en amplitude par une lame semi-réfléchissante. La moitié de l'intensité traverse la lame l'autre moitié est réfléchi. La partie transmise arrive en incidence normale sur un miroir M et s'y réfléchit. Cette onde sera nommée "onde de référence". L'autre moitié de l'intensité est réfléchi par la lame et arrive en incidence normale sur un échantillon à étudier.

Celui-ci se compose de deux couches de matériaux 1 et 2 d'indices optiques respectifs n_1 et n_2 , formant deux dioptrés plans séparés d'une épaisseur e que l'on souhaite déterminer. Une fraction du champ incident est réfléchi par chaque dioptré. Les ondes réfléchies par les dioptrés et l'onde réfléchi par le miroir M émergent de la lame semi-réfléchissante avec la même direction et sont ensuite concentrées sur un détecteur ponctuel par une lentille convergente.

On note L la distance initiale entre la lame séparatrice et le miroir M . On pose $\ell = L - d$. e miroir M est monté sur un dispositif de translation motorisé, ℓ peut être changée et balayée automatiquement.

On note A_0 et I_0 l'amplitude et l'intensité de l'onde émise par la source dans un plan situé avant la séparatrice, perpendiculaire à la direction de propagation.

- Nous supposons dans un premier temps que la source ponctuelle est monochromatique de fréquence ν .



- (a) Calculer l'amplitude complexe de l'onde de référence dans un plan juste avant la lentille L_2 .
 - (b) Calculer l'amplitude complexe des ondes réfléchies par les deux dioptries 1 et 2 dans un plan juste avant la lentille L_2 . Pour simplifier, on supposera que la moitié de l'amplitude a été réfléchiée par chacun des deux dioptries.
 - (c) Calculer l'amplitude totale incidente sur le détecteur. Les déphasages introduits par la lentille ont-ils une importance ?
 - (d) Calculer l'intensité I au niveau du détecteur. Montrer que cette intensité présente 3 termes d'interférence.
 - (e) On suppose que la distance ℓ peut être variée au cours du temps de manière uniforme. Montrer que $I(\ell)$ et donc $I(t)$ est un signal sinusoïdal à une constante près.
2. On suppose désormais que la source a une largeur spectrale $\Delta\nu$. On note ℓ_c sa longueur de cohérence.
- (a) A quelles conditions chacun des termes d'interférences sera-t-il contrasté ?
 - (b) En déduire le domaine de ℓ dans lequel on, peut voir des interférences.
 - (c) Comment estimer e en mesurant la taille de ce domaine ? Expliquer pourquoi on a intérêt à choisir une source large spectralement.

IV - Spectroscopie

6 Raie verte du mercure

On dispose d'un interféromètre de Michelson, éclairé par une lampe à vapeur de mercure suivie d'un filtre vert permettant d'isoler la raie verte ($\lambda = 546 \text{ nm}$). La bande passante du filtre est supérieure à la largeur de la raie verte. On observe la figure d'interférences montrée en figure 1.

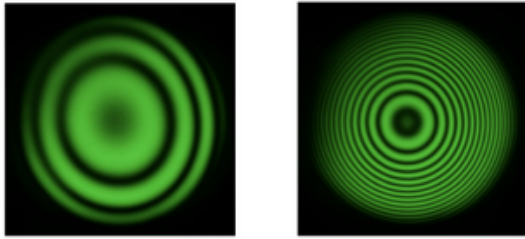


Figure 1 – Figures d'interférences.

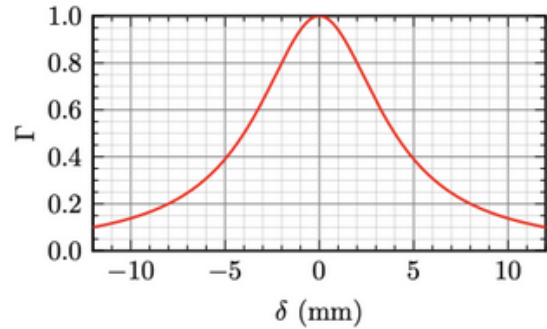


Figure 2 – Acquisition du contraste.

1. Représenter le dispositif permettant d'observer une telle figure d'interférences, incluant le dispositif d'éclairage et de projection.
2. Etablir l'ordre d'interférence p en fonction de l'angle d'incidence i des rayons sur les miroirs et de l'épaisseur e de la lame d'air.
3. Montrer qu'un anneau de rayon r sur l'écran a pour ordre

$$p = \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2} \right) \quad (1)$$

où f' est la focale d'une des lentilles du montage présenté en Q1.

4. En déduire le nombre d'anneaux brillants visibles dans une figure d'interférences de rayon R .
5. Les deux clichés de la figure 1 ci-dessous ont été obtenus avec la même lentille de projection. Quel réglage a été modifié du passage du cliché de gauche à celui de droite ? Dans quel sens les anneaux se sont-ils déplacés ? On pourra raisonner à $p = cste$.

Un dispositif d'acquisition numérique permet d'enregistrer le contraste Γ de la figure d'interférences en fonction de la différence de marche δ pour une large gamme de différences de marche. La courbe obtenue est représentée figure 2. On définit conventionnellement la longueur de cohérence temporelle L_c comme la différence de marche pour laquelle le contraste est divisé de moitié par rapport à sa valeur maximale.

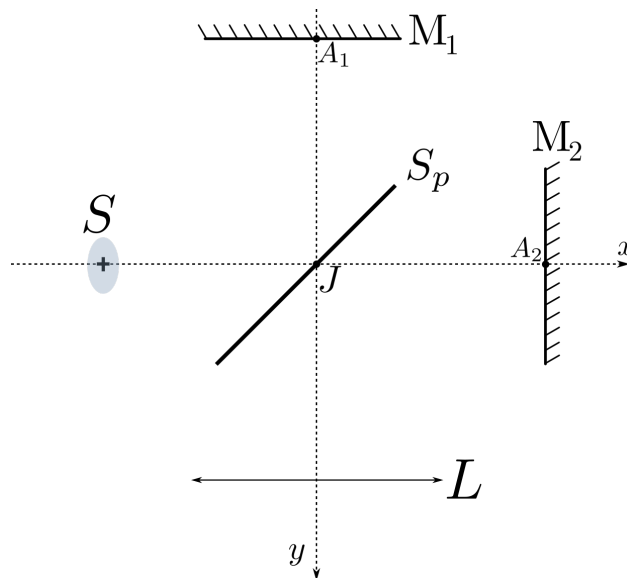
6. Exprimer la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la raie en fonction de la longueur de cohérence temporelle L_c . Estimer sa valeur numérique.

7 Doublet du sodium

Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi-réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice S_p dont les coefficients de transmission et de réflexion valent $1/2$, et de deux miroirs plans M_1 et M_2 perpendiculaires l'un à l'autre. Les distances JA_1 et JA_2 sont égales. La lame S_p est inclinée à 45° par rapport aux normales à M_1 et M_2 . La source primaire est une lampe à vapeur de sodium dont on suppose que le spectre d'émission ne contient que deux raies intenses, de même intensité, de couleur jaune et de longueur d'onde dans le vide $\lambda_1 = \lambda_m - \frac{\Delta\lambda}{2}$ et $\lambda_2 = \lambda_m + \frac{\Delta\lambda}{2}$.

On donne : $\lambda_m = 589.3 \text{ nm}$. On suppose que $\Delta\lambda \ll \lambda_m$. L'indice de l'air vaut 1,0. On se place au contact optique.

On fait tourner le miroir M_2 d'un angle α autour d'un axe perpendiculaire JA_1A_2 et passant par A_2 . On rappelle que la différence de marche en configuration coin d'air est donnée par $\delta(x) = 2\alpha x$ où x est la position sur les miroirs.

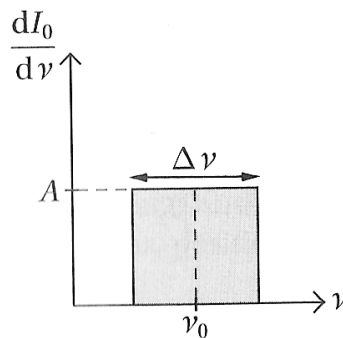


1. Déterminer l'ordre d'interférences pour la longueur d'onde λ_0 quelconque et caractériser le système de franges.
2. On translate le miroir M_2 de façon à faire défiler les franges. On constate que les franges disparaissent une première fois lorsque le déplacement de M_2 est $d = 0.15 \text{ mm}$. Expliquer le phénomène.

- Déterminer l'éclairement $\mathcal{E}$ du doublet au point A_1 et le contraste local de la figure d'interférences. Représenter graphiquement le contraste en fonction de la différence de marche. En déduire $\Delta\lambda$.
- Retrouver $\Delta\lambda$ en raisonnant sur les ordres de chaque système d'interférences au point A_1 .
- Calculer la longueur de cohérence de la lampe à vapeur de sodium. Interpréter.

8 Largeur spectrale d'un filtre

Un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air est éclairé par une source étendue (S) suivi d'un filtre transparent pour les fréquences comprises entre $\nu_0 - \Delta\nu/2$ et $\nu_0 + \Delta\nu/2$ et opaque pour les autres fréquences. L'éclairement est supposé uniforme de telle sorte que l'intensité élémentaire comprise entre ν et $\nu + d\nu$ en sortie du filtre est $d\mathcal{I}_0 = A d\nu$ sur la gamme de fréquences transmises. On note $\mathcal{I}_0 = A\Delta\nu$ l'intensité totale en sortie du filtre (aire sous la courbe donnant la densité spectrale d'intensité).

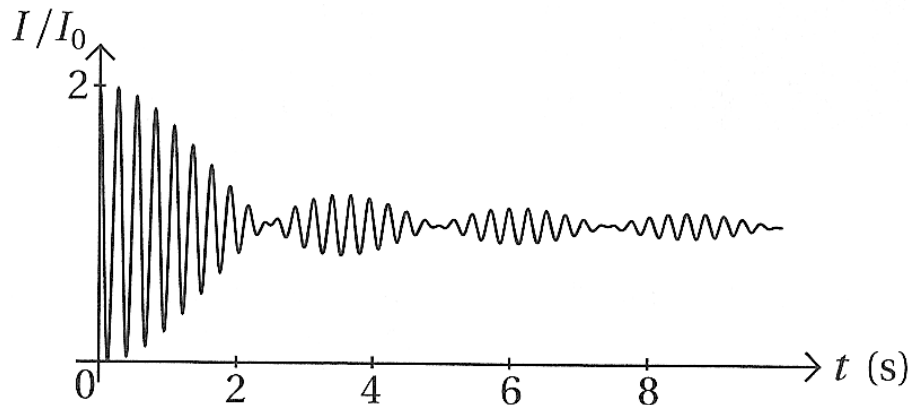


- Pour observer les franges, on dispose d'une lentille de focale $f' = 50\text{cm}$ et d'un écran. A quelle distance de l'écran faut-il placer la lentille pour observer les franges? Décrire la figure d'interférences observée sur l'écran.

Un des miroirs de l'interféromètre est entraîné par un moteur à vitesse $v_0 = 1,0\mu\text{m.s}^{-1}$. Un détecteur D supposé ponctuel positionné au niveau de l'écran sur l'axe optique de la lentille enregistre l'intensité lumineuse en fonction du temps.

- En supposant que l'interféromètre est initialement au contact optique, exprimer la différence de marche au niveau du détecteur δ_D en fonction du temps.
- Pour la composante de fréquence de l'onde lumineuse comprise entre ν et $\nu + d\nu$, déterminer l'expression de l'intensité lumineuse élémentaire $d\mathcal{I}(D)$ au niveau du détecteur en fonction de $d\mathcal{I}_0$, ν et t .

4. Que peut-on dire de la cohérence de deux ondes émises par des sources de longueurs d'ondes différentes? En déduire l'expression de l'intensité lumineuse $\mathcal{I}(D)$ au niveau du détecteur en fonction de $\mathcal{I}_0, \nu_0, \Delta\nu$ et t .
5. Le résultat de l'enregistrement du capteur lors du mouvement du miroir est donné sur la figure ci-dessous. A partir de ces données, déterminer les valeurs de ν_0 et $\Delta\nu$. En déduire la longueur d'onde centrale λ_0 ainsi que la largeur spectrale en longueur d'onde $\Delta\lambda$ du filtre.



V - Lumière blanche

9 Mesure de l'épaisseur d'un film alimentaire

On dispose d'un interféromètre de Michelson réglé en configuration lame d'air éclairé par une source de lumière blanche.

1. Décrire le dispositif, notamment l'allure des franges d'interférences et la façon de les observer.
2. On règle le Michelson au contact optique, puis on insère dans l'un des bras de l'interféromètre un film alimentaire tendu, assimilé à une lame à faces parallèles d'épaisseur e faite d'indice $n = 1.5$. L'écran apparaît blanc dans les deux cas, cependant lorsqu'on observe le spectre en présence de la lame l'intensité est nulle pour certaines longueurs d'ondes. Expliquer.
3. Montrer que pour une longueur d'onde absente du spectre on a

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2k+1}{2} \frac{1}{\delta} \quad (2)$$

avec δ le différence de marche et k un entier.

4. On enregistre le spectre au centre de la figure d'interférences, voir figure ci-dessous. En déduire l'épaisseur e du film alimentaire.

