

Dans les franges se translatent avec le temps.

5. On fait passer 101 franges et $\frac{1}{2}$ frange donc:

$$(N_{\text{max}} - 1) \lambda = \left(101 + \frac{1}{2}\right) \lambda \approx N_{\text{max}} - 1 = \frac{203 \lambda}{2}$$

AN : $N_{\text{max}} = 1,00293$: la mesure est bien précise!

2 - Trois trous d'Young

1. Les trois ondes sont issues de la même source primaire S ; celle-ci est parfaitement monochromatique i.e. $\Delta \nu = 0$ donc $L_c = \infty$ et $L_c = \infty$: elle a une longueur de cohérence infinie.

Dans ce tout point de l'espace $S < L_c$ et les ondes sont cohérentes.

2. L'onde arrive en phase au niveau des 3 trous, et par le principe de retour inverse de la lumière et le théorème de Malus :

$$(M_1, M) = (M_2, M) = (M_3, M)$$

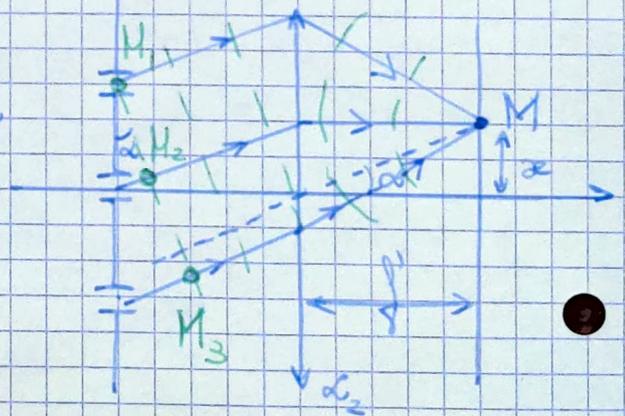
On en déduit les différences de marche

entre 1 et 2 et 2 et 3 :

$$S_{2/1} = -S_{3/2} = a \sin \alpha = \frac{a \alpha}{f}$$

Et $\Delta \varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ d'où :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi_3 - \varphi_2 = 2\pi \frac{a \alpha}{\lambda f}$$



$$3 \quad E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} K (|\underline{E}_1 + \underline{E}_2|^2) = \frac{1}{2} K (|\underline{E}_1|^2 + |\underline{E}_2|^2 + 2 \operatorname{Re}(\underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2^*))$$

$$\text{or } \underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2^* = a_1 a_2 e^{j(\alpha_2 - \varphi_1)} e^{-j(\omega t - \varphi_2)} = a_1 a_2 e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

D'où :

$$E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 + K a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\text{Or } E_1 = \frac{1}{2} K a_1^2 \Rightarrow a_1 = \sqrt{\frac{2}{K}} E_1 \quad \text{et} \quad a_2 = \sqrt{\frac{2}{K}} E_2 \quad \text{donc}$$

$$E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 + 2 \sqrt{E_1 E_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$E_{tot} = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

On retrouve la formule de Fresnel.

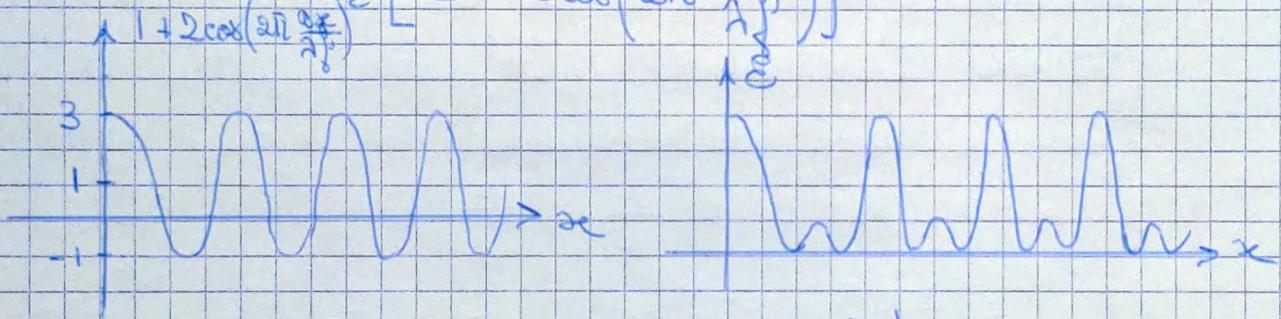
4. On a alors $\underline{a}_3 = \underline{a}_2 e^{-j\varphi_{32}} = \underline{a}_3 e^{j\varphi(M)}$

Et $\underline{a}_1 = e^{-j\varphi(M)}$

D'où : $\underline{a}_{tot} = \underline{a}_2 (1 + e^{-j\varphi} + e^{j\varphi})$
 $= \underline{a}_2 (1 + 2\cos\varphi(M))$

Soit : $E = \frac{1}{2} R |\underline{a}_{tot}|^2 = E_2 (1 + 2\cos(\varphi(M)))^2$

$$= E_2 \left[1 + 2\cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda D}\right) \right]^2$$



On observe des larges franges très brillantes avec des franges moins larges et moins brillantes intercalées.

3 - Expérience de Fizeau

1. $v_0 = \frac{c}{n_0}$

2. $\vec{v}_{lumière/R} = \vec{v}_{lumière/eau} + \vec{v}_{eau/air} = v_0 \vec{e}_x + \vec{v}_{eau/air}$

Soit : $\begin{cases} \|\vec{v}_{lumière/R}\| = v_0 - v \text{ devant la fente 1} \\ \|\vec{v}_{lumière/R}\| = v_0 + v \text{ devant la fente 2} \end{cases}$

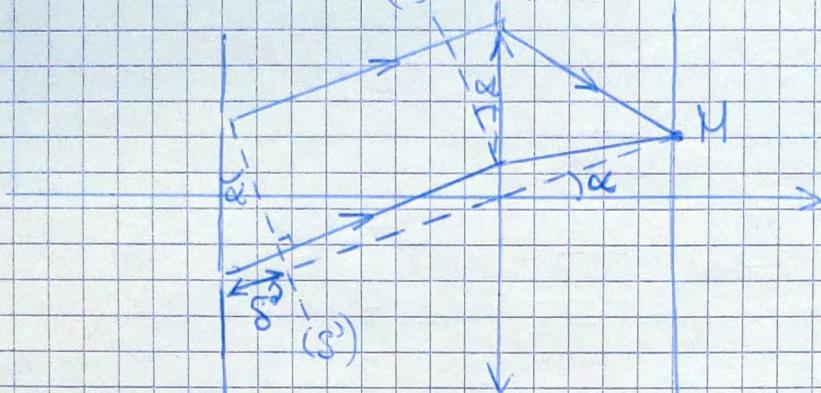
3. Les parcours ont même durée excepté dans l'eau où :

$$t_2 - t_1 = \Delta t = -\frac{L}{v_0 - v} + \frac{L}{v_0 + v} = -\frac{L}{v_0} \left[\frac{1}{1 - \frac{v}{v_0}} - \frac{1}{1 + \frac{v}{v_0}} \right]$$

$$\approx -\frac{L}{v_0} \left[\left(1 + \frac{v}{v_0}\right) - \left(1 - \frac{v}{v_0}\right) \right] \approx \boxed{-2 \frac{Lv}{v_0^2}}$$

Alors ceci correspondrait dans le vide à une différence de trajet $\delta = c \times \Delta t = -2 \times \frac{LVc}{v_0^2} = \boxed{\frac{2n_0^2 LV}{c}}$

4.



La surface (S) est "conjuguée" avec le point M (plus précisément le chemin optique est le même entre tout point de cette surface et M et le même. Idem pour (S')). On a donc, en plus de la différence de marche vue précédemment, une différence supplémentaire δ' telle que $\sin \alpha = \frac{\delta'}{a} = \frac{x}{f_2} \Leftrightarrow \delta' = \frac{ax}{f_2}$ et :

$$\delta_{\text{tot}} = \frac{ax}{f_2} - \frac{2n_0^2 LV}{c} \quad (= \frac{ax}{f_2} \text{ si } V=0)$$

5. On a une frange sombre en 0 si $\delta(x=0) = (2p+1) \frac{\lambda}{2} p \in \mathbb{Z}$

$$\text{Soit } \frac{2n_0^2 L V_{\text{min}}}{c} = \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow V_{\text{min}} = \frac{\lambda c}{4n_0^2 L}$$

$$\text{AN: } V_{\text{min}} = 15,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

6. On a désormais devant la fente 1 :

$$\vec{v}_{\text{app}/c} = \frac{v_0 - V}{1 - \frac{v_0 V}{c^2}} \quad \text{et devant la 2} \quad \frac{v_0 + V}{1 + \frac{v_0 V}{c^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où: } \Delta t_{\text{rel}} &= \frac{L(1 + \frac{v_0 V}{c^2})}{v_0 + V} - \frac{L(1 - \frac{v_0 V}{c^2})}{v_0 - V} \\ &= \Delta t_{\text{classique}} + \frac{v_0 V}{c^2} \times \frac{2L}{v_0} \quad \text{à l'ordre 1 en } \frac{V}{c} \\ &= -\frac{2LV}{v_0^2} + \frac{2LV}{c^2} = -\frac{2LV}{v_0^2} \left(1 - \frac{1}{n_0^2}\right) \\ &\approx 0,43 \end{aligned}$$

La différence de temps est presque divisée par deux ainsi il faut une vitesse v plus de 2 fois plus grande pour atteindre la même différence de temps de parcours.

4 - Frange achromatique

1. a. On observe des franges avec $I(x)$ qui varie entre 0 dans les franges sombres et une valeur maximale dans les franges brillantes. Le tout inscrit dans une figure de diffraction liée à la fente.

b. On a $i = \frac{\lambda_0}{a}$ (cf exo 1) et ici:

$$i = \frac{6 \cdot 10^{-7} \times 5 \cdot 10^{-1}}{10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m} = \boxed{0,3 \text{ mm}}$$

2. a. On a alors une différence de marche supplémentaire (comme ex 1): $S_{\text{tot}} = S_{\text{vide}} + (n-1)e$

$$= \frac{x a}{f} + (n-1)e$$

$$S = 0 \Leftrightarrow \boxed{x_0 = - \frac{f(n-1)e}{a}}$$
 position de la frange d'ordre

0 que l'on peut supposer être la frange centrale.

Elle s'est déplacée de:

$$N = \frac{x}{i} = \left| (n-1) \frac{e}{\lambda_0} \right| \text{ interférences.}$$

b. AN: $N = 0,5 \times \frac{10^{-5}}{6 \cdot 10^{-7}} \approx \frac{5 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-7}} \approx 8 \text{ interférences}$

3. a. L'achromatisme ne dépend alors pas de λ donc toutes les longueurs d'onde ont la même intensité pour le terme d'interférences: c'est la seule frange en noir et blanc (pas d'irisations)

b. On a $\Delta \varphi \propto S_{\text{tot}}$ donc il faut résoudre $\frac{\partial S_{\text{tot}}}{\partial \lambda} = 0$ soit:

$$0 = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{x a}{f'} \lambda + \frac{A-1}{A} + \frac{B}{\lambda^3} \right] = - \left(\frac{x a}{f'} + e(A-1) \right) \cdot \frac{1}{\lambda^2} - \frac{3B}{\lambda^4} e$$

$$\Leftrightarrow \frac{x a}{f'} + (A-1) + \frac{3B}{\lambda^2} e = 0 \Leftrightarrow \frac{x a}{f'} + (n-1)e + \frac{2Be}{\lambda^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x - x_0 + \frac{2Be}{\lambda^2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$x_{ach} = x_0 - \frac{2Be}{\lambda^2}$$

↑ frange achromatique ↑ frange "centrale"

Alors $\frac{|x_{ach} - x_0|}{i} = \frac{2Be}{\lambda^2} \times \frac{a}{\lambda f'} = \frac{2Be a}{\lambda^3 f'} \approx \frac{2 \times 4 \cdot 10^{-15} \times 10^{-5} \times 10^{-3}}{6^3 \cdot 10^{-21} \times 3 \cdot 10^{-1}} \approx 2 \cdot 10^2$

$\approx 0,1$ interférence

\Rightarrow En pratique c'est la même frange.

c. On observe la frange achromatique qui n'est pas parfaitement symétrique (plus irisée d'un côté que de l'autre). De part et d'autre on a les teintes de Newton.

4. a. On va mesurer e à partir de x_0 au lieu de x_{ach} , on en déduit (comme les deux sont proportionnels à e):

$$\frac{\Delta e}{e} = \frac{|x_0 - x_{ach}|}{x_0} = \frac{0,1 \text{ interférence}}{8 \text{ interférences}} \approx 0,012 \quad (= 1,2\%)$$

(en pratique l'incertitude liée à la position du max de luminosité sera bien plus grande.)

b. Il faut $\delta < l_c$ et $\delta < \delta_{max}$ fixé par le dispositif, pour voir des interférences. Si $l_c < \delta < \delta_{max}$ au centre d'azim on peut voir des franges sur le bord de l'écran mais pas au centre, on peut toujours faire la mesure \Rightarrow on a :

$$e_{max} \text{ tq } \delta(e_{max}) = \delta_{max} \Leftrightarrow e_{max} = \frac{\delta_{max}}{(n-1)}$$

$$e_{max} = \frac{0}{0,5} = 20 \mu\text{m}$$

Si $e = 1 \text{ mm} \Rightarrow e_{max}$ au verso du plan d'ordre supérieur.

II - Contraste et cohérence

5 - Interférométrie stellaire

1. Les rayons viennent de la même source primaire (l'étoile) donc coh. Configuration similaire à exo 1 et 4 avec un déphasage supplémentaire π dans un bras \Rightarrow ceci correspond à une différence de marche supplémentaire $\frac{\lambda}{2}$:

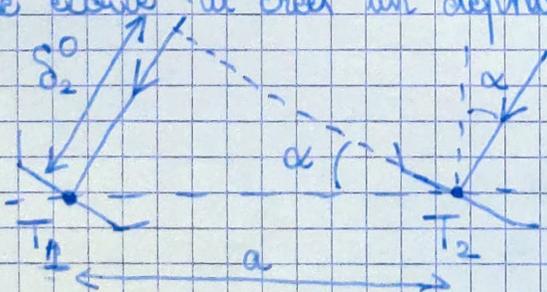
$$\delta_1(x) = \frac{ax}{f'} + \frac{\lambda}{2}$$

2. On utilise la formule de Fresnel en supposant les deux intensités égales à $I_0/2$:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} + 2\sqrt{\left(\frac{I_0}{2}\right)^2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) \\ &= I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax}{f'} + \frac{\lambda}{2}\right)\right) \right] \\ &= I_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'}\right) \right] = 2I_0 \sin^2\left(\frac{\pi ax}{\lambda f'}\right) \end{aligned}$$

3. Non car ils proviennent de sources différentes.

Cette étoile va créer un déphasage supplémentaire:



$$\begin{aligned} \delta_2^0 &= a \sin \alpha \\ &\approx a \times \alpha \quad (\alpha \ll 1) \end{aligned}$$

D'où: $\delta_2(x) = \delta_1(x) + \delta_2^0$

$$I_2 = 2I_0 \sin^2\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'} + \frac{2\pi a \alpha}{\lambda}\right) = I_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'} + \frac{2\pi a \alpha}{\lambda}\right) \right]$$

$$I_2 = 2I_0 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \cdot \frac{x}{f'}\right) + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{x}{f'} + \alpha\right)\right) \right) \right]$$

$$I_2 = 2I_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \alpha\right) \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{x}{f'} + \frac{\alpha}{2}\right)\right) \right]$$

On observe une figure d'interférences avec un contraste réduit.

$$C(\alpha) = \cos\left(\frac{2\pi a \alpha}{\lambda}\right)$$

Si α est trop grand on peut perdre le contraste.

4. On règle a jusqu'à avoir une première annulation de contraste, alors $\frac{2\pi a \alpha}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\lambda}{4a}$

$$\alpha_{\min} = \frac{\lambda_0}{4a_{\max}} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4 \times 200} \approx \boxed{2,5 \cdot 10^{-3}}$$

6 - Largeurs de source

1. Soient deux ondes $x_1 = x_1^0 \cos(\omega t - \varphi_1(M))$ $I_1 = \frac{x_1^{02}}{2}$
 $x_2 = x_2^0 \cos(\omega t - \varphi_2)$ $I_2 = \frac{x_2^{02}}{2}$

Par principe de superposition leur vibration lumineuse s'ajoute:

$$I_d = \langle (x_1 + x_2)^2 \rangle = \langle x_1^{02} + x_2^{02} + 2x_1^0 x_2^0 \cos(\omega t - \varphi_1) \cos(\omega t - \varphi_2) \rangle$$

$$= I_1 + I_2 + x_1^0 x_2^0 \langle \cos(2\omega t - (\varphi_1 + \varphi_2)) + \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle$$

(formule d'addition des cosinus)

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

car $\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle = \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ pour des ondes cohérentes

$$\langle \cos(2\omega t - (\varphi_1 + \varphi_2)) \rangle = 0$$

2. On calcule la différence de marche:

$$S = (SS_2M) - (SS_1M) = (S_2M) - (S_1M)$$

$$= \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\approx D \left[1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} - 1 - \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} \right] \quad \text{car } x \ll D, a \ll D$$

$$\approx \frac{1}{2D} \times 2xa \times a = \boxed{\frac{ax^2}{D}}$$

$S = \lambda \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{\lambda D}{a}}$ valeur de l'interfrange.

On observe des franges lumineuses.

3. a. Largeur de la source $b \leftrightarrow$ infinité de source à des positions $[X, X+dX]$ pour $-\frac{b}{2} \leq X \leq \frac{b}{2}$, dont l'intensité est $E_0 \times \frac{dX}{b}$. Ces sources sont incohérentes entre elles.

b. Pour trouver le contraste on commence par calculer la figure produite par une source placée en $x=X$: on a alors:

$$S = (SS_2M) - (SS_1M) = (SS_2) - (SS_1) + \underbrace{(S_2M) - (S_1M)}_{\text{inchangé}}$$

$$(S_2M) - (S_1M) = \sqrt{d^2 + (X - \frac{a}{2})^2} - \sqrt{d^2 + (X + \frac{a}{2})^2}$$

$$= \frac{aX}{d} \quad (\text{même calcul que précédemment Q2})$$

Ainsi $S = \frac{ax}{D} \approx \frac{aX}{D}$.

Et les sources étant incohérentes leurs intensités s'ajoutent:

$$I_{\text{tot}} = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} E_0 \times \frac{dX}{b} \times \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi S}{\lambda}\right) \right)$$

$$= \frac{E_0}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{x}{D} + \frac{X}{d}\right)\right) dX + E_0$$

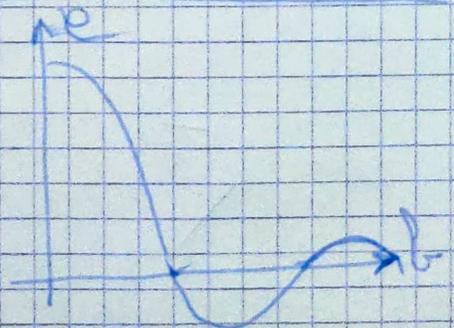
intégrale nulle

$$= \frac{E_0}{b} \times \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{x}{D}\right) \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{X}{d}\right) dX + E_0$$

$$= \frac{E_0}{b} \times \frac{\lambda d}{2\pi a} \times 2 \sin\left(\frac{\pi a b}{\lambda d}\right) \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right) + E_0$$

$$I_{\text{tot}} = E_0 \left[1 + C(b) \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right) \right] \quad \text{où } C(x) = \text{sinc}\left(\frac{\pi a b}{\lambda d}\right)$$

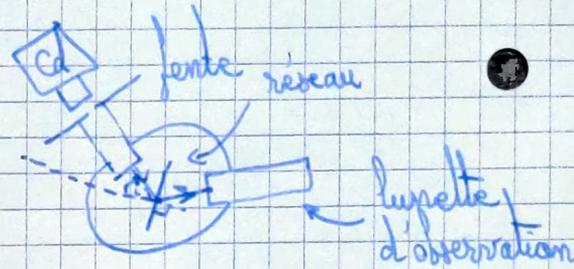
On a une contraste qui dépend de b



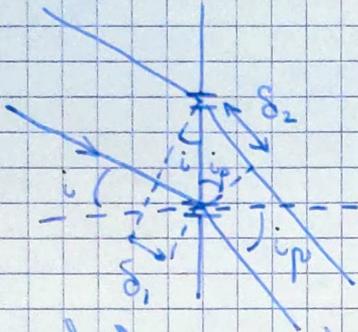
III - Réseau

7 - Spectrométrie

1. On utilise un goniomètre:



2.



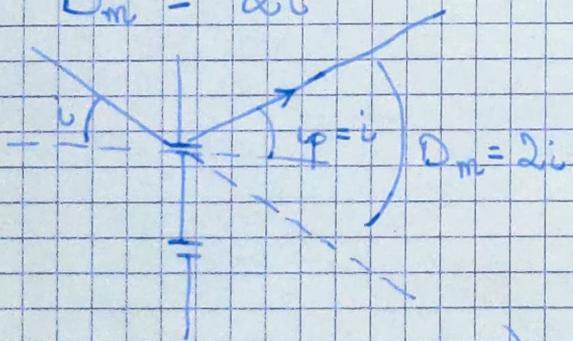
$$\begin{aligned}\delta &= \delta_2 - \delta_1 \\ &= a \sin i_p - a \sin i \\ &= a (\sin i_p - \sin i)\end{aligned}$$

Les interférences sont constructives si $\exists p \in \mathbb{Z}, \delta = p\lambda$

Soit: $\boxed{\sin i_p - \sin i = \frac{p\lambda}{a}}$

3. Par principe de retour inverse de la lumière $i_p = i$ ou $i_p = -i$
 $i_p = i$ et inintéressant (pas de déviation) donc $i_p = i$ et:

$$D_m = 2i \quad \text{et} \quad 2 \sin(i) = \frac{p\lambda}{a}$$

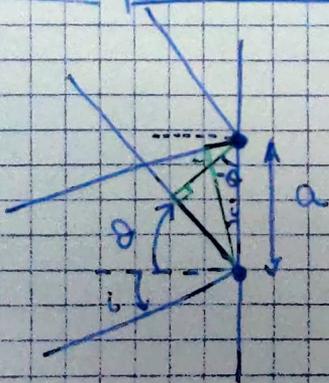


Soit $\boxed{\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = \frac{p\lambda}{2a}}$

(avec $a = \frac{1}{n}$)

$$4. \lambda = \frac{2a}{2} \times \sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = \frac{1}{n} \sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = 480 \text{ nm}$$

8 - Capacité de stockage d'un CD



1. On a une différence de marche à l'infini:

$$\begin{aligned}\delta &= -a \sin(\theta) + a \sin i \\ &= a \sin \theta + a \sin i\end{aligned}$$

2. On aura des interférences constructives si:

$$\delta = p\lambda \Rightarrow \sin \theta_p + \sin i = \frac{p\lambda}{a}$$

3. On a alors: $i = \frac{\alpha}{2}$ et $\theta = -\frac{\alpha}{2}$.

$$\text{D'où: } \boxed{2 \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\lambda_0}{a}}$$

$$4. a = \frac{\lambda_0}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \text{ avec } \alpha = \frac{\pi}{80} \left(12 + \frac{40}{60} \right) = 1,48 \text{ rad.}$$

C'est observable au microscope (jusqu'à $\sim 0,1 \mu\text{m}$).

5. On peut dire que la longueur de la spirale et le pas du réseau sont reliés à la surface occupée S par:

$$a \times L = S = \pi (r_{\text{max}}^2 - r_{\text{min}}^2)$$

$$\Rightarrow L = \frac{\pi}{a} (r_{\text{max}}^2 - r_{\text{min}}^2) = 6,45 \text{ km.}$$

$$6. N = \frac{L}{\ell} = \frac{6,45 \cdot 10^3}{10^{-6}} \sim 6,5 \cdot 10^9 \text{ est le nombre de motifs.}$$

En Mo la capacité de stockage est $C = \frac{N}{8 \cdot 10^6} = \boxed{810 \text{ Mo}}$ environ

9 - Monochromateur à réseau

1. On a $\sin \theta_e - \sin \theta_i = \frac{p\lambda}{a}$ or $\theta_e = 0$ donc il faut prendre $i_0 = -\theta_i = -\arcsin \left(\frac{2\lambda_0}{a} \right)$ avec $a = \frac{1}{n}$.

$$\text{AN: } i_0 = 30^\circ$$

$$2. \text{ On a alors: } \sin i = \sin i_0 + \frac{p\lambda}{a} \\ = -\frac{p\lambda_0}{a} + \frac{p\lambda}{a} = \frac{p \times \delta\lambda}{a}$$

$$\text{Or } i \ll 1 \text{ donc } i \approx \sin i \text{ soit } \boxed{i \approx \frac{2}{a} \delta\lambda}$$

$$\text{La dispersion angulaire est: } \frac{\delta i}{\delta \lambda} = \frac{2}{a} = 10^6 \text{ rad} \cdot \text{nm}^{-1} \\ = 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{nm}^{-1}$$

3. Un faisceau d'angle i arrive au point d'ordonnée $y = f \sin i \approx f i$ (petits angles).

Dans en bord de fente : $\frac{d}{\lambda} = f' \lambda = f' \times \frac{a}{a} \lambda$

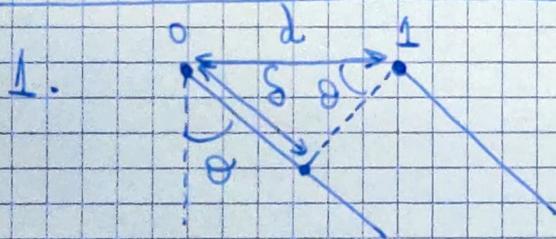
Ainsi : $\boxed{\delta \lambda = \frac{d a}{4 f'}}$

4. Pour minimiser $\delta \lambda$ il faut minimiser d mais d est trop petit on a deux problèmes :
 * perte de luminosité
 * diffraction

On va donc avoir un compromis à faire.

5. Il faut minimiser $\delta \lambda$ donc maximiser f' mais de même ceci revient à placer la fente plus loin on risque de perdre en luminosité.

10 - Réseau linéaire d'antennes



$$\delta = d \sin \theta$$

D'où le déphasage $\phi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$
 $\Rightarrow \phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$

Les phases sont en progression arithmétique car le déphasage entre deux antennes successives est le même :

$$\psi_n - \psi_0 = n\phi = 2\pi n \times \frac{d}{\lambda} \sin \theta$$

2. On a donc : $\underline{\delta}_n(M, t) = \underline{\delta}_0(M, t) \times e^{-i\omega n\phi}$

$$\begin{aligned} \text{Et } \underline{\delta}(M, t) &= \sum_{n=0}^{N-1} \underline{\delta}_0(M, t) e^{-i\omega n\phi} \\ &= \underline{\delta}_0(M, t) \sum_{n=0}^{N-1} (e^{-i\omega\phi})^n = \underline{\delta}_0(M, t) \times \frac{1 - e^{-i\omega N\phi}}{1 - e^{-i\omega\phi}} \\ &= \underline{\delta}_0(M, t) \times \frac{e^{-i\omega N\phi/2}}{e^{-i\omega\phi/2}} \times \frac{2i \sin(\frac{N\phi}{2})}{2i \sin(\phi/2)} \\ &= A e^{i\omega t} \end{aligned}$$

On retrouve la formule de l'interférence.

Alors :

$$\boxed{I = \langle \delta^2 \rangle} = A^2 \times \frac{\sin^2\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

3. On a des maxima lorsque les deux sinus tendent vers 0, en effet on a alors: $I \sim A^2 \times \frac{\left(\frac{N\Phi}{2}\right)^2}{\left(\frac{\Phi}{2}\right)^2} = N^2 A^2$

ce qui indique que $\sqrt{I}/A^2 = N$: superposition constructive de toutes les ondes.

Les maxima vérifient ainsi $\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\Phi}{2} = p\pi$

Soit $\Phi = 2\pi \times p \Leftrightarrow \frac{d}{\lambda} \sin\theta = p \Leftrightarrow \boxed{\sin\theta_p = \frac{p\lambda}{d}}$

On aura un unique maximum si et seulement si seul $p=0$ permet d'avoir une solution i.e. que la formule donnerait " $|\sin\theta_p| > 1$ " si $p \neq 0$, ainsi il faut que $\lambda \geq d$.
 $d = \frac{\lambda}{2}$ satisfait cette condition.

4. On a $I = N^2 A^2 = N^2 \times I_0$ ← intensité d'une onde

Les annulations d'intensité les plus proches de l'axe 0 vérifient $\frac{N\Phi}{2} = \pm \pi \Leftrightarrow \Phi = \pm \frac{2\pi}{N} \Leftrightarrow \sin\theta = \pm \frac{\lambda}{Nd}$

Or $\sin\theta \approx \theta$ et $\Delta\theta = +\theta - (-\theta) = 2\theta = \frac{2\lambda}{Nd}$

Or $d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta = \frac{4}{N}}$. Plus on a d'antennes, plus

$\Delta\theta$ est faible et plus le réseau est directionnel.

5. On a alors la même chose avec $\phi + \psi$ au lieu de ψ , le maximum vérifie $\phi + \psi = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta = -\frac{\psi}{\phi}$

Soit, avec $d = \frac{\lambda}{2}$: $\sin\theta = -\frac{\psi}{\phi} \Leftrightarrow \boxed{\theta = -\arcsin\left(\frac{\psi}{\phi}\right)}$

En changeant ψ on peut changer la direction d'émission.