TP9 : Doublet du sodium

MP 2025-2026, Lycée Baimbridge

24 novembre 2025

Matériel

Interféromètre de Michelson, laser, objectif de microscope (pour élargir le laser), lampe à vapeur de sodium, lentilles convergentes de focale 5 cm, 20 cm et 1 m.

Objectif

Mesurer l'écart du doublet du sodium et comparer le résultat à la théorie prédite par la mécanique quantique.

Compétences évaluées

— Régler un interféromètre de Michelson
— Se placer dans de bonnes conditions d'observation en lame d'air
— Repérer des coïncidences et anticoïncidences
— Faire une mesure de grande précision, assorite d'incertitudes de mesure rigoureusement évaluées.

Consignes pour le compte rendu de TP :
— *Décrire le protocole expérimental utilisé*
— *Utiliser un maximum de schémas*
— *Répondre aux questions à l'aide des numéros*
— *Apporter un soin particulier aux chiffres significatifs et au traitement des incertitudes*
— *Si la question n'est pas aboutie, indiquer tout de même ce que vous avez fait, vos mesures, et ce que vous auriez fait si vous aviez eu plus de temps*
— *Ne pas y passer trop de temps, vous êtes avant tout là pour manipuler !*

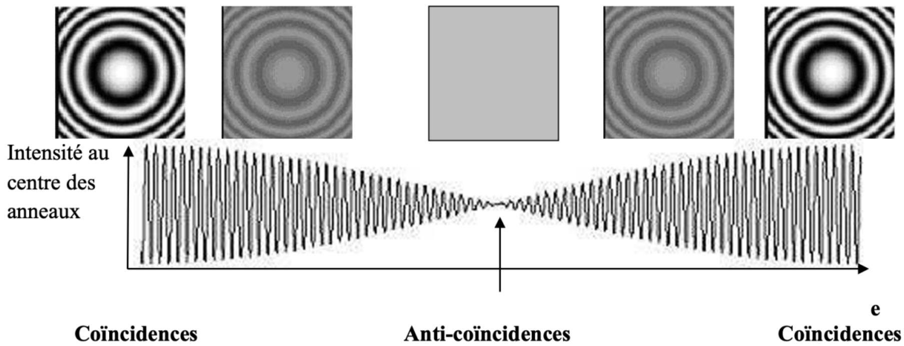
Le spectre d'émission du sodium est constitué dans le domaine visible d'un doublet de raies, de longueurs d'onde moyennes $\lambda_1 = 588.9950\,\text{nm}$ et $\lambda_2 = 589.5924\,\text{nm}$. C'est ce doublet qui confère aux lampes à vapeur de sodium leur couleur jaune caractéristique. La spectroscopie par diffraction (avec un réseau) donne accès à la longueur d'onde moyenne mais ne permet pas de mesurer leur écart avec précision, les longueurs d'onde étant trop proches. On dit alors que le doublet n'est pas résolu. On suppose par la suite que ce spectre est composé de deux raies, parfaitement fines, de longueur d'onde $\lambda_1 < \lambda_2$. Définissons la longueur d'onde moyenne λ_0 et l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ par :

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad \text{et} \quad \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \tag{1}$$

Dans la suite, $\lambda_0 = 589.2937\,\text{nm}$ est supposé connu et on cherche à mesurer $\Delta\lambda$. Pour cela, considérons maintenant l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air d'épaisseur e, et étudions l'intensité lumineuse I au centre des anneaux produits par une lampe à vapeur de sodium. Nous avons vu en cours que :

$$I = 2I_0\left(1 + C(e)\cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda_0}\right)\right) \quad \text{avec} \quad C(e) = \cos\left(\frac{2\pi e\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right) \tag{2}$$

Lorsque le contraste de la figure d'interférences est nul, l'interféromètre est réglé sur une anticoïncidence et $C(e) = 0$. Cette configuration est illustrée sur la figure 1.



1 Première estimation de $\Delta\lambda$

☐ **1** – Après avoir réglé l'interféromètre de Michelson à l'aide du laser, remplacer le laser par une lampe à vapeur de sodium. Il faut ajouter des lentilles, pourquoi ? Quelles valeurs de distance focale avez-vous choisies ?

☐ **2** – Chariotez pour vous éloigner du contact optique, puis observez les coïncidences et les anticoïncidences. Laquelle de ces deux positions pouvez-vous repérer avec le plus de précision ?

☐ **3** – Montrer qu'entre deux anticoïncidences successives, le miroir mobile se déplace de :

$$\Delta e = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda} \tag{3}$$

En déduire une première mesure de $\Delta\lambda$.

☐ **4** – Estimer votre incertitude de mesure et comparer votre résultat à la valeur tabulée à l'aide de l'écart normalisé.

2 Mesure de $\Delta\lambda$ par une régression linéaire

☐ **5** – Proposer un protocole permettant de mesurer $\Delta\lambda$ par une régression linéaire.

☐ **6** – A l'aide de la méthode de Monte Carlo, estimer à l'aide de vos mesures la valeur de $\Delta\lambda$ et son incertitude. La mesure est-elle plus précise que précédemment ? Est-elle en accord avec la valeur tabulée ?

3 Estimation de la constante de Planck

☐ **7** – L'atome de sodium a pour numéro atomique $Z = 11$. Dans quelle famille d'éléments chimiques se trouve-t-il ? Expliquer pourquoi on peut, en première approximation, considérer que l'électron externe se comporte comme s'il était dans un atome d'hydrogène.

La résolution de l'équation de Schrödinger pour un atome d'hydrogène donne la différence suivante entre les niveaux d'énergie :

$$\Delta E = \frac{m_e e^8}{16\epsilon_0^4 c^4 h^4 n^3 l(l+1)} \tag{4}$$

où m_e est la masse de l'électron, e la charge élémentaire, c la vitesse de la lumière dans le vide, h la constante de Planck. n est le nombre quantique principal et l le nombre quantique secondaire. Pour le doublet du sodium, on a $n = 3$ et $l = 1$. Ces deux niveaux d'énergie correspondent au moment magnétique de l'électron qui interagit avec le champ magnétique créé par le mouvement circulaire de l'électron.

☐ **8** – A partir de la relation de Planck-Einstein, montrer que l'on peut relier la constante de Planck à la largeur du doublet par la relation :

$$\Delta E = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \tag{5}$$

En combinant les deux équations précédentes, on obtient la relation suivante :

$$h = \left(\frac{m_e \lambda_0^2}{16c^3 n^3 l(l+1)\Delta\lambda}\right)^{1/5} \left(\frac{e^2}{\epsilon_0}\right)^{4/5} \tag{6}$$

☐ **9** – Proposer une estimation de la constante de Planck à partir de votre mesure de $\Delta\lambda$, ainsi que son incertitude. Calculer l'écart normalisé par rapport à la valeur tabulée et commenter. Quelle hypothèse grossière avons-nous faite ?