

## 13. Transferts thermiques

Dans les chapitres précédents de thermodynamique, nous nous sommes uniquement intéressés à la description des états d'équilibre initiaux et finaux au cours d'une transformation thermodynamique, que ce soit pour un système fermé ou ouvert. Nous avons également décrit les systèmes non homogènes à l'équilibre dans le cours de thermodynamique statistique. Mais il y a plusieurs aspects que nous n'avons pas étudiés :

- A quelle vitesse se fait la transformation thermodynamique ?
- Comment se fait la transformation ? L'évolution de la température est elle uniforme ?
- Comment est transportée l'énergie lors d'une transformation thermodynamique ?

Ces questions appellent à une modélisation des systèmes thermodynamiques hors équilibre, et des transferts thermiques qui y ont lieu. C'est l'objet de ce chapitre.

### 13.1 Modélisation mésoscopique des transferts thermiques

#### 13.1.1 Equilibre thermodynamique local

Lorsqu'on se trouve hors équilibre en thermodynamique, certaines variables intensives telles que la température  $T$  ou la pression  $p$  ne sont plus définies pour un échantillon macroscopique. Pour décrire l'évolution d'un système, on préférera donc une description continue, dans laquelle la température et la pression deviennent des champs scalaires qui dépendent de l'espace et du temps  $T = T(M, t)$  et  $p = p(M, t)$ . Cette description n'est possible que si l'on suppose que l'on se trouve à l'équilibre thermodynamique local, que nous avons introduit au chapitre précédent.

Ainsi, on choisit une échelle mésoscopique intermédiaire  $\ell$  grande devant la taille d'une molécule ou d'un atome et devant son libre parcours moyen, et petite devant la taille macroscopique du système, et on suppose que les temps caractéristiques d'évolution de la température sont suffisamment lents pour que l'on puisse considérer que des petits volumes de taille  $d\tau \sim \ell^3$  soient à tout instant à l'équilibre thermodynamique.

### 13.1.2 Vecteur densité de flux thermique

Puisque le système thermodynamique que l'on considère n'est pas à l'équilibre, il est le siège de transferts thermiques : de l'énergie thermique est transportée au sein du système.

Pour le modéliser, on utilise le vecteur densité de flux thermique :

**Définition — Vecteur densité de flux thermique.** On appelle vecteur densité de flux thermique  $\vec{j}_{th}$  le vecteur tel que la puissance thermique traversant une surface élémentaire orientée  $d\vec{S}$  soit donnée par :

$$d\Phi = \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S} \quad (13.1)$$

Il s'exprime en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ .

**R**  $\vec{j}_{th}$  est parfois également appelé *densité de courant thermique*.

De cette définition découle directement l'expression de la puissance thermique traversant une surface macroscopique :

**Propriété — Flux thermique à travers une surface.** Soit une surface orientée  $\Sigma$ , alors la puissance thermique traversant  $\Sigma$  est égale au flux du vecteur densité de flux thermique à travers cette surface :

$$\mathcal{P}_{th} = \Phi_{\Sigma} = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S} \quad (13.2)$$

On rappelle qu'une puissance est homogène à une énergie par unité de temps, ainsi, l'énergie  $dE$  transportée par les transferts thermiques à travers une surface  $\Sigma$  pendant une durée  $dt$  est donnée par :

$$dE = \mathcal{P}_{th} dt = \Phi_{\Sigma} dt \quad (13.3)$$

**R** On utilisera indifféremment les termes *flux thermique* et *puissance thermique*, puisque l'on vient de montrer qu'ils sont équivalents : le flux thermique est la puissance thermique transportée à travers une surface.

### 13.1.3 Modélisation des transferts thermiques

On peut distinguer trois grands types de transferts thermiques (figure 1).

#### Rayonnement

**Définition — Transfert thermique par rayonnement.** On parle de transfert thermique par rayonnement lorsque l'énergie est transportée par des ondes électromagnétiques.

C'est le cas, par exemple, d'un corps chaud qui perd de l'énergie en émettant un rayonnement conformément à la loi de Wien. Tous les corps perdent de l'énergie par rayonnement, mais les corps les plus chauds en perdent plus qu'ils n'en reçoivent, et c'est l'inverse pour les corps les plus froids. On en déduit que le transfert net d'énergie se fait bien des corps les plus chauds vers les corps les plus froids.

Le rayonnement d'un corps se fait en général dans le domaine de longueur d'onde de l'infrarouge thermique, autour de  $10\text{ }\mu\text{m}$ , sauf pour les corps très chauds comme le soleil ou une flamme, pour lesquels un rayonnement visible peut être émis (cf figure sur la température de flamme dans le cours de thermochimie).

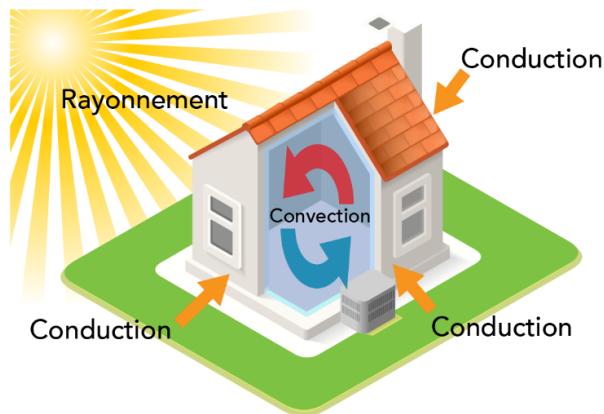


FIGURE 13.1 – Différents modes de transfert thermique dans une maison. Source : poly de cours de Etienne Thibierge.

**R**

Ces transferts thermiques peuvent être quantifiés théoriquement à partir notamment :

- de la loi de Planck, qui fournit le rayonnement émis par un corps chauffé (comme évoqué en mécanique quantique);
- du vecteur de Poynting, que nous verrons en cours d'électromagnétisme en février, et qui caractérise l'énergie transportée par une onde électromagnétique.

### Conduction

**Définition — Conduction.** La conduction traduit un transfert thermique à travers un milieu matériel sans transport macroscopique de matière. Elle se fait de proche en proche par agitation thermique des particules.

**R**

Dans les solides cristallins, le phénomène de conduction peut être compris qualitativement à partir du modèle d'Einstein que nous avons vu dans le cours de thermodynamique statistique : lorsqu'un atome vibre, il va transmettre ses vibrations à ses voisins, ce qui va finir par agiter l'ensemble du solide cristallin et homogénéiser la température.

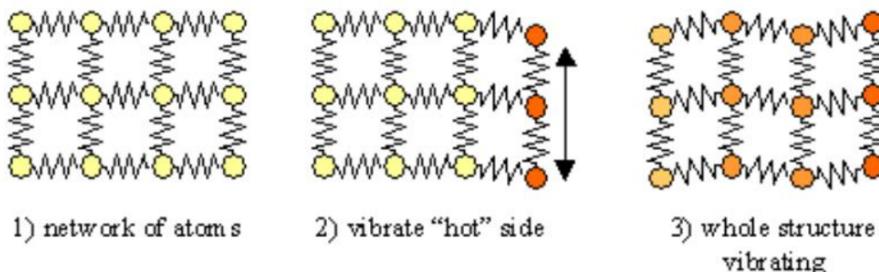


FIGURE 13.2 – Illustration du phénomène de conduction thermique dans un solide cristallin initialement à basse température, que l'on réchauffe par le côté droit. Source : Indian Institute of Technology Delhi.

La conduction est le mode de transfert thermique dominant dans les solides. Elle peut être décrite de manière locale, à travers une loi phénoménologique, appelée loi de Fourier :

**Théorème — Loi de Fourier.** Dans un milieu matériel, le vecteur densité de flux thermique par conduction est opposé et proportionnel au gradient de température :

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (13.4)$$

où  $\lambda$  est appelée la conductivité thermique du matériau. Elle se mesure en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

La loi de Fourier est valable uniquement :

- dans un solide isotrope (pas de direction privilégiée)
- si les gradients de température ne sont pas trop importants
- si les gradients de température ne varient pas trop rapidement



Attention, la loi de Fourier n'est valable que pour les transferts thermiques par conduction. Elle ne s'applique généralement pas aux autres types de transferts thermiques.

La loi de Fourier ne se démontre pas : il s'agit d'une loi phénoménologique fondée sur l'expérience. On peut citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique :

Matériau	Cuivre	Zinc	Béton	Verre	Laine de verre	Eau	Air
$\lambda [\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}]$	400	100	1	0.9	0.05	0.6	0.03

 **Capacité exigible 1** Interpréter la loi de Fourier à partir de cas limites (gradient faible ou fort). Comment est orienté le vecteur densité de flux thermique par rapport aux isothermes ? Commenter le signe – présent dans la loi de Fourier.

**Encart — Matériaux très isolants.** Afin d'optimiser la consommation énergétique des bâtiments, on cherche à construire des matériaux les plus isolants possibles sans être trop encombrants. Les solides cristallins ont l'avantage d'être résistants mais ils ont généralement une conductivité thermique trop élevée.

Une équipe de recherche de l'université de Liverpool a récemment conçu un matériau très peu conducteur en exploitant sa structure cristalline : ils ont ajouté des couches d'atomes qui empêchent les vibrations de se propager dans le réseau cristallin, notamment en agissant sur la raideur des ressorts qui sont équivalents aux liaisons ioniques entre les différents ions.

Le solide obtenu,  $\text{Bi}_4\text{O}_4\text{SeCl}_2$  a ainsi une conductivité thermique de seulement  $0.1 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

## Convection

**Définition — Convection.** Un transfert thermique par convection correspond à un transport net d'énergie thermique associé à un déplacement macroscopique de matière. Ce transfert est prédominant dans les fluides et généralement absent dans les solides.

Très souvent, la convection trouve son origine dans les différences de densité induites par les différences de température dans un fluide : plus le fluide est chaud et plus sa densité est faible. Pour un gaz parfait, on a notamment l'expression suivante de la masse volumique :  $\rho = \frac{MP}{RT}$  où  $M$  est la masse molaire. Ainsi  $\rho$  est bien une fonction décroissante de la température. Une bulle de gaz plus chaude va donc avoir tendance à s'élever, et une bulle de gaz plus froide à descendre. Des gradients de température vont donc se traduire par un déplacement macroscopique de matière.

**Propriété** Lorsqu'on a un transfert d'énergie thermique par convection dans un fluide, le fluide est en général bien mélangé si bien que la température y est relativement homogène.

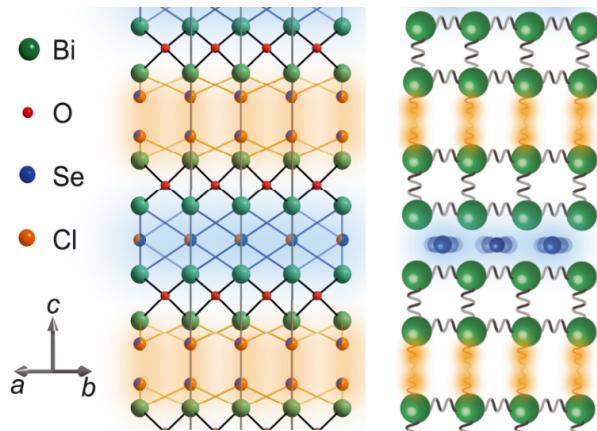


FIGURE 13.3 – Schéma du solide  $\text{Bi}_4\text{O}_4\text{SeCl}_2$  conçu par les équipes de recherche. Les zones jaunes et bleues permettent d’empêcher la propagation des vibrations dans le réseau cristallin et ainsi réduisent la conductivité thermique du solide. Source : Gibson, et al. (2021). *Low thermal conductivity in a modular inorganic material with bonding anisotropy and mismatch*. Science, 373(6558), 1017-1022.

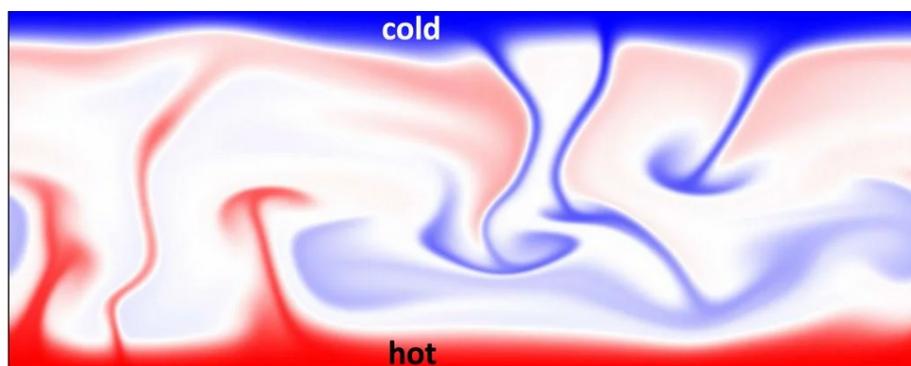


FIGURE 13.4 – Simulation numérique de la convection dans un fluide chauffé par le bas (par exemple, cela pourrait être de l’eau dans une casserole). Les zones rouges indiquent des panaches chauds ascendants, et les zones bleues des panaches froids descendants. Source : Doering, C. R. (2020). *Turning up the heat in turbulent thermal convection*. Proceedings of the National Academy of Sciences.

La convection joue par exemple un rôle important pour les transferts thermiques dans l'océan et dans l'atmosphère, ou bien à l'intérieur d'une maison. Elle permet aussi des transferts thermiques dans le manteau terrestre : bien que celui-ci soit solide, les échelles de temps sont suffisamment longues pour que les roches puissent se déplacer en raison de leur plasticité.

### Transfert thermique conducto-convectif

La convection joue aussi un rôle à l'interface entre un solide et un fluide : si le fluide est plus froid que le solide, il va extraire de l'énergie thermique du solide, et inversement. Par conservation de l'énergie, on a nécessairement continuité du flux thermique à une interface :

**Propriété** Le vecteur densité de flux thermique est une fonction continue de l'espace, y compris au niveau d'une interface.

En effet, on ne peut pas avoir une accumulation d'énergie au niveau de l'interface.

Le vecteur densité de flux thermique à l'interface est décrit phénoménologiquement par la loi de Newton :

**Théorème** Considérons une interface entre un solide et un fluide. On définit le vecteur unitaire  $\vec{n}$  normal à la surface et orienté du solide vers le fluide. Alors à l'interface :

$$\vec{j}_{th} = h(T_{solide} - T_{fluide}) \vec{n} \quad (13.5)$$

où  $T_{fluide}$  et  $T_{solide}$  sont les températures du fluide et du solide à l'interface, respectivement.  $h$  est appelé le coefficient de transfert thermique de la surface.



En pratique, on constate expérimentalement que la valeur de  $h$  dépend de nombreux paramètres, et en particulier de la vitesse d'écoulement du fluide, de l'état de surface du solide, de la nature du fluide et du solide.



**Capacité exigible 2** On considère une interface de surface  $S$  entre un fluide ( $z > 0$ ) et un solide ( $z < 0$ ). Quel est le mode de transfert thermique dans chacun des deux milieux ? Quelle est l'allure de la courbe de température  $T(z)$  ?

Déterminer l'expression du flux thermique  $\Phi$  qui traverse l'interface de surface  $S$ , et relier le gradient de température  $\frac{dT}{dz}(z = 0^-)$  à la différence de température  $T(z = 0^+) - T(z = 0^-)$ .

## 13.2 Premier principe local dans un solide

Nous avons décrit des lois locales permettant de décrire les transferts thermiques qui se produisent pour un champ de température donnée  $T(M, t)$  à un instant  $t$ . Maintenant, nous souhaitons, en retour, savoir comment la température va varier en réponse au vecteur densité de flux thermique  $\vec{j}_{th}$ . Pour cela, nous avons besoin d'appliquer le premier principe.

### 13.2.1 Cas d'un solide à une dimension

Considérons le cas d'un solide de capacité thermique à pression constante  $c_p$ , dans lequel la température n'est fonction que d'une seule coordonnée cartésienne  $x$ . Nous appliquons le premier principe de la thermodynamique à un système fermé situé entre les coordonnées  $x$  et  $x + dx$ , comme indiqué sur le schéma suivant :



**Capacité exigible 3** En supposant que l'on travaille à pression constante, établir l'expression du premier principe de la thermodynamique sous sa forme locale à une dimension.

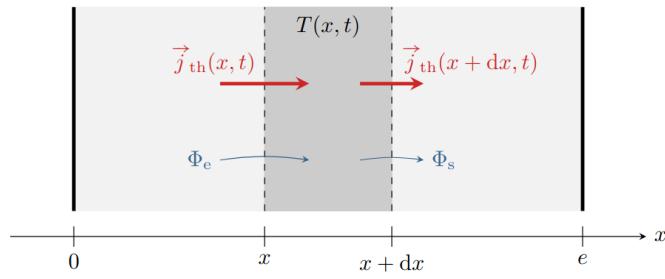


FIGURE 13.5 – Modélisation unidimensionnelle de la conduction thermique dans un solide. Source : poly de cours de Etienne Thibierge.

### 13.2.2 Équation locale de conservation de l'énergie ; opérateur divergence

Considérons maintenant une situation à trois dimensions : on applique le premier principe à un volume élémentaire  $d\tau = dx dy dz$ . Alors, le transfert thermique reçu par le système pendant  $dt$  est donné par :

$$\delta Q = dt \times (j_{th}^x(x) dy dz - j_{th}^x(x+dx) dy dz) \quad (13.6)$$

$$+ (j_{th}^y(y) dx dz - j_{th}^y(y+dy) dx dz) \quad (13.7)$$

$$+ (j_{th}^z(z) dx dy - j_{th}^z(z+dz) dx dy) \quad (13.8)$$

Ou encore, après simplification :

$$\delta Q = dt d\tau \left( \frac{\partial j_{th}^x}{\partial x} + \frac{\partial j_{th}^y}{\partial y} + \frac{\partial j_{th}^z}{\partial z} \right) \quad (13.9)$$

On constate que la puissance thermique volumique reçue par un élément du solide est proportionnelle à une fonction du vecteur densité de flux thermique que l'on appelle divergence :

**Définition — Divergence.** La divergence est un opérateur scalaire qui agit sur un champ vectoriel. Ainsi, en coordonnées cartésiennes, la divergence d'un champ  $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$  est définie par :

$$\text{div}(\vec{A}) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (13.10)$$

**Propriété** La divergence exprime la dispersion d'une grandeur (si elle est positive) ou la concentration de cette grandeur (si elle est négative) sous l'effet d'un champ de vecteurs caractérisant le flux de cette grandeur.

Nous pouvons alors en déduire la forme générale du premier principe sous forme locale, en admettant l'effet d'un terme source de chaleur.

**Théorème — Premier principe local dans un solide.** Considérons un solide de capacité thermique massique à pression constante  $c_p$ , siège de transferts thermiques caractérisés par une densité de flux thermique  $\vec{j}_{th}$ . En l'absence de sources locales d'énergie, le premier principe de la thermodynamique sous sa forme locale peut alors s'écrire :

$$\mu c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_{th} = 0 \quad (13.11)$$

ou de puits

- R** On constate bien sur cette équation qu'une convergence de la densité de flux thermique ( $\operatorname{div} \vec{j}_{th} < 0$ ) va causer l'augmentation de la température, alors qu'une divergence de la densité de flux thermique ( $\operatorname{div} \vec{j}_{th} > 0$ ) va causer une augmentation de la température.

**Attention !** Cette version du premier principe local n'est valable qu'en l'absence de source locale d'énergie. En présence d'un terme de source (par exemple issue de phénomènes radioactifs, ou bien d'une transformation chimique exothermique), l'équation sera modifiée et un terme supplémentaire va apparaître :

$$\mu c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}_{th} = \mathcal{P}_v \quad (13.12)$$

où  $\mathcal{P}_v$  est la puissance volumique libérée au sein du solide. Ce cas sera étudié en TD.

### 13.2.3 Bilan macroscopique et théorème d'Ostrogradski

Nous pouvons réaliser un bilan macroscopique pour interpréter plus facilement le résultat de ce bilan d'énergie. On considère ainsi un volume  $\mathcal{V}$  fermé délimité par une surface  $\Sigma$  que l'on oriente (comme en électrostatique) vers l'extérieur.

**Capacité exigible 4** Appliquer le premier principe au volume  $\mathcal{V}$ . Obtenir une équation similaire en utilisant la loi locale de l'énergie, et commenter la différence entre les deux expressions obtenues.

On constate que les deux lois obtenues ne sont pas tout à fait similaires, pourtant les deux expressions doivent être valides. Nous avons ainsi démontré que l'intégrale de la divergence d'un vecteur dans un volume fermé est reliée au flux de ce vecteur sur la surface délimitant ce volume : c'est le théorème d'Ostrogradski :

**Théorème — Formule de Green-Ostrogradski.** Soit  $\vec{A}$  un champ vectoriel et  $\mathcal{V}$  un volume fermé délimité par une surface  $\Sigma$ , alors :

$$\iiint_{\mathcal{V}} \operatorname{div} \vec{A} d\tau = \iint_{\Sigma} \vec{A} \cdot d\vec{S} \quad (13.13)$$

- R** Cette formule vient conforter l'interprétation physique de la divergence : si la divergence de  $\vec{j}_{th}$  est positive dans un volume fermé alors le flux de  $\vec{j}_{th}$  sortant de ce volume est positif, c'est-à-dire que de l'énergie thermique sort de ce volume.

## 13.3 Diffusion thermique

Nous avons maintenant :

- Une description phénoménologique des transferts thermiques, qui nous donne la densité de flux thermique pour un champ de température donné ;
- Et la forme locale du premier principe, qui nous donne la variation temporelle de la température en réponse au champ de densité de flux thermique.

La combinaison de ces deux méthodes va nous permettre de déterminer l'équation d'évolution de la température dans le solide.

### 13.3.1 Cas d'un solide à une dimension

 **Capacité exigible 5** Dans le cadre du modèle à une dimension, établir cette équation et montrer qu'elle est de la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (13.14)$$

Cette équation est une équation aux dérivées partielles d'ordre 1 en temps et d'ordre 2 en espace. On la nomme **équation de diffusion**. On remarque que l'équation n'est pas invariante par renversement du temps  $t \rightarrow -t$ , il s'agit donc d'une équation irréversible.

Pour le comprendre, nous pouvons remarquer que :

- Dans les zones où la température est une fonction convexe de l'espace ( $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} < 0$ ), on a tendance à avoir un minimum local de température. La température va avoir tendance à augmenter ;
- Au contraire, dans les zones où la température est une fonction concave de l'espace ( $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} > 0$ ), on a un maximum local et la température va diminuer.

L'effet de cette équation est donc d'homogénéiser la température : c'est la raison pour laquelle on parle de diffusion thermique. Ceci est une conséquence directe du second principe de la thermodynamique, qui implique que les transferts thermiques se font spontanément du chaud vers le froid.

### 13.3.2 Généralisation. Opérateur Laplacien.

Nous pouvons désormais déterminer l'équation en trois dimensions. Pour cela, nous combinons la forme locale du premier principe avec la loi de Fourier pour obtenir l'équation suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \cdot \operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}}(T)) \quad (13.15)$$

Nous pouvons alors définir le laplacien d'une fonction :

**Définition** Le Laplacien est un opérateur scalaire qui agit sur un champ scalaire. Il se note  $\Delta$  et est défini par :

$$\Delta A = \operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}}(A)) \quad (13.16)$$

 **Capacité exigible 6** Montrer qu'en coordonnées cartésiennes, le Laplacien d'une fonction vérifie :

$$\Delta A = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \quad (13.17)$$

Proposer une interprétation physique simple de cette expression.

Le laplacien d'un champ est une dérivée seconde de ce champ par rapport à l'espace, et est une mesure de sa convexité à plusieurs dimensions. Ainsi, on retrouve les mêmes propriétés que l'équation de diffusion à une dimension.

**Théorème — Équation de diffusion thermique.** Dans un solide de capacité thermique massive  $c_p$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de masse volumique  $\mu$  supposées uniformes, en l'absence de terme source d'énergie, la température obéit à l'équation de diffusion thermique :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \quad \text{avec} \quad D = \frac{\lambda}{\mu c_p} \quad (13.18)$$

**R** Lorsqu'une source locale d'énergie est présente, un terme supplémentaire apparaît. Ce cas sera traité dans le TD.

### 13.3.3 Diffusivité thermique

**Définition**  $D$  est appelée la diffusivité thermique du matériau. Elle se mesure en  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

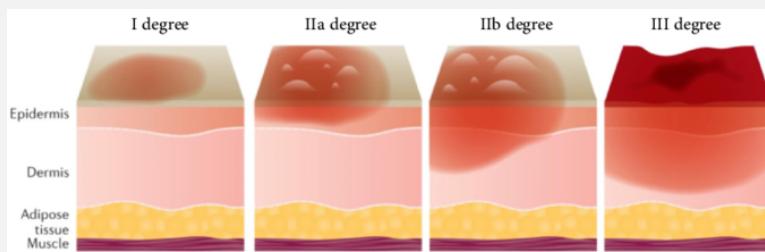
Quelques valeurs caractéristiques de diffusivité thermique sont données dans le tableau ci-dessous :

Matériau	Cuivre	Zinc	Béton	Verre	Laine de verre	Eau	Air
$D [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$	$10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-7}$	$10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-5}$

**Capacité exigible 7** A partir d'une analyse dimensionnelle de l'équation de diffusion, déterminer :

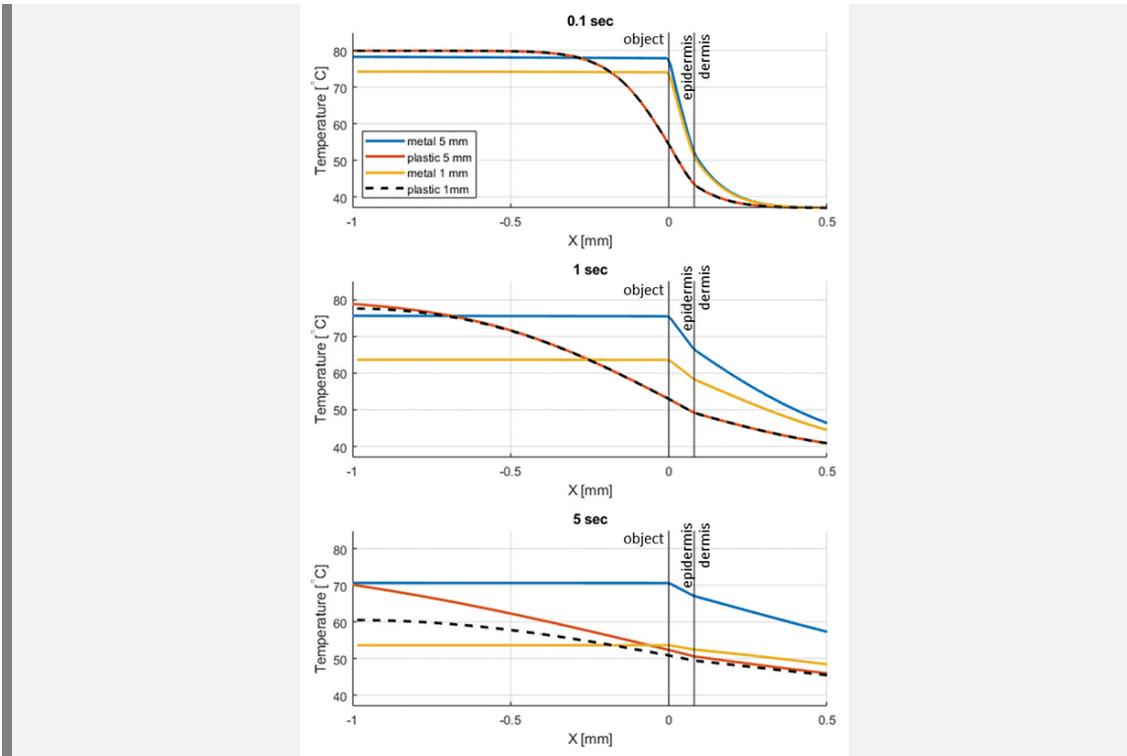
- le temps caractéristique  $\tau(L)$  nécessaire pour atteindre l'équilibre thermique dans un échantillon de taille  $L$ ;
- la distance  $\ell(t)$  à laquelle une perturbation thermique peut pénétrer dans un solide par conduction au bout d'un temps  $t$ .

**Encart — Brûlures thermiques et diffusion.** Une analyse dimensionnelle de l'équation de diffusion thermique permet également de comprendre les différents facteurs qui contrôlent la formation de brûlures thermiques : lors d'une brûlure, la peau est en contact avec un matériau chaud.



Comme le montre la figure ci-dessus, le degré de la brûlure n'est pas directement relié à la température du matériau chaud, mais plutôt à la profondeur de pénétration de la perturbation thermique dans la peau : si la perturbation atteint les couches inférieures de la peau, la brûlure sera plus grave. Cette distance est donnée par :  $L = \sqrt{D_{th}t}$ . Ainsi, le temps de contact joue un rôle déterminant sur la gravité de la brûlure.

La figure ci-dessous montre une simulation numérique de l'évolution de la température après la mise en contact de différents matériaux chauds (plaqtisue ou métal de différentes épaisseurs) avec la peau. Cette simulation est fondée sur une résolution numérique de l'équation de diffusion. On y constate bien que le temps de contact est le facteur principal qui contrôle la profondeur de la brûlure, et le matériau ou la taille de l'objet chaud jouent un rôle moins important.



Source : Yen, M. et al (2020). *Contact Burn Injuries : Part I : The influence of object thermal mass*. IEEE.

## 13.4 Régime stationnaire unidimensionnel

### 13.4.1 Notion de résistance thermique

On considère une paroi solide, d'épaisseur  $e$  selon  $\vec{e}_x$  et de section  $S$ , dans lequel la température ne dépend que d'une coordonnée  $x$ .

**Capacité exigible 8** En régime stationnaire, établir la relation existant entre d'une part la différence de température  $T_2 - T_1$  aux extrémités du solide en  $x = 0$  et  $x = e$ , et d'autre part le flux thermique  $\Phi_{1 \rightarrow 2}$  traversant l'échantillon.

**Définition** On définit la résistance thermique d'un échantillon solide  $R_{th}$  comme le rapport entre la différence de température aux extrémités de l'échantillon, et le flux thermique qui le traverse en régime stationnaire :

$$T_1 - T_2 = R_{th} \Phi_{1 \rightarrow 2} \quad (13.19)$$

Elle s'exprime en  $\text{k} \cdot \text{W}^{-1}$ .

La notion de résistance thermique est utile pour étudier tous les phénomènes de fuite thermique. Ainsi, si l'on considère une différence de température fixe entre l'extérieur et l'intérieur d'une maison climatisée, le flux thermique sera plus important à travers une fenêtre de faible résistance thermique. On cherche donc à maximiser la résistance thermique de la fenêtre en augmentant son épaisseur, ou bien en diminuant sa conductivité thermique.

**Propriété** Pour un solide d'épaisseur  $e$  et de section  $S$  perpendiculaire à la direction du transfert

thermique, on a :

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda S} \quad (13.20)$$



On définit parfois également la conductance thermique  $G_{th}$  par la relation inverse :

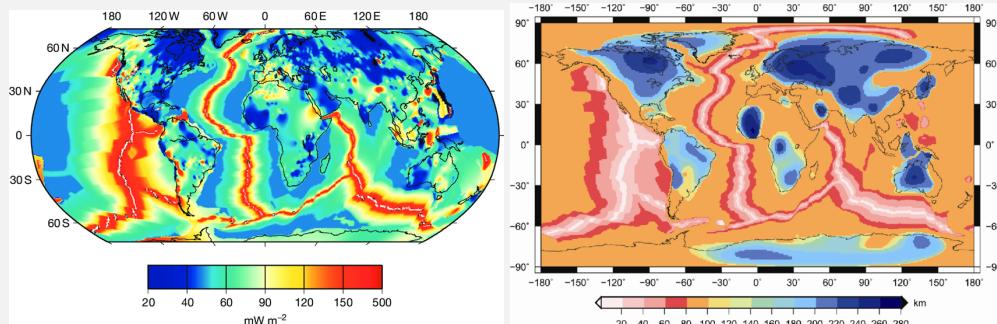
$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = G_{th}(T_1 - T_2) \quad (13.21)$$

On a alors :

$$G_{th} = \frac{1}{R_{th}} \quad (13.22)$$

On constate que la résistance thermique dépend certes des propriétés d'un matériau, mais surtout de la géométrie du dispositif : on peut ainsi jouer sur l'épaisseur  $e$  et la surface  $S$  pour modifier la résistance thermique.

**Encart — Flux thermique à la surface du globe.** Les deux figures ci-dessous indiquent, à gauche, la densité de flux thermique par conduction  $j_{th}$  à travers la surface de la Terre, et à droite, l'épaisseur  $e$  de la lithosphère (couche rigide à la surface de la Terre). En dessous de la lithosphère, les transferts thermiques se font par convection.



On constate une analogie presque parfaite entre les deux cartes. Ceci n'est pas surprenant, puisque la résistance thermique de la lithosphère est de la forme  $R_{th} = e / (\lambda S)$ . Ici, la variabilité du flux géothermique est principalement expliquée par une variabilité de l'épaisseur de la lithosphère.

### 13.4.2 Analogie avec l'électrocinétique

**Capacité exigible 9** Proposer une analogie avec la loi d'Ohm en électrocinétique. Parmi ces deux situations, lesquelles correspondent à des résistances thermiques en série et en parallèle ?

- Double vitrage (deux vitres d'épaisseur  $e_v$  séparées par une couche d'air d'épaisseur  $e_a$ , le tout sur une surface  $S$ ).

- Deux vitres de surface  $S_1$  et  $S_2$ , et d'épaisseur  $e$  sur le même mur.

En déduire les lois d'association de résistances thermiques correspondantes.