

Lycée Baimbridge, MP 2025-2026

13 décembre 2025

Physique Chimie

DS 5

Type CCINP/E3A

Durée : 4 heures

*Calculatrice **interdite***

Le sujet est constitué de deux parties A et B totalement indépendantes. Il n'est pas nécessaire de les aborder dans l'ordre.

Les réponses doivent systématiquement être justifiées (sauf mention explicite du contraire). La clarté de la rédaction et la justesse du raisonnement mené seront valorisées, même si la tentative de réponse n'est pas aboutie ou si la réponse obtenue à la fin de la question est incorrecte.

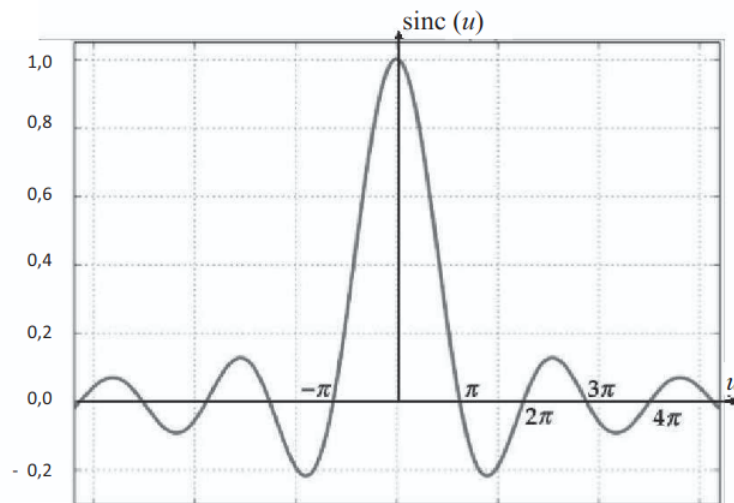
Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur de sujet, merci de l'indiquer clairement sur votre copie, et de poursuivre votre composition en expliquant les initiatives que vous êtes amené.e à prendre.

Comme au concours, le sujet est long. Il n'est pas nécessaire de tout faire pour avoir une bonne note.

Données

- Masse d'un électron : $m_e \approx 10^{-30} \text{ kg}$
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
- La permittivité du vide ϵ_0 est telle que $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 10^{10} \text{ SI}$ et $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \approx 2 \cdot 10^{-28} \text{ J} \cdot \text{m}$
- Constante de Planck : $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- Constante de Planck réduite : $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- Équation de Schrödinger indépendante du temps vérifiée par $\varphi(x)$ associée à un quanton dans un état stationnaire d'énergie \mathcal{E} , de fonction d'onde $\psi(x, t) = \varphi(x) \cdot e^{-i\frac{\mathcal{E}t}{\hbar}}$, soumis à l'énergie potentielle $V(x)$: $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi}{dx^2} + V(x) \cdot \varphi(x) = \mathcal{E} \cdot \varphi(x)$
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \approx 1 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = k_B \cdot N_A = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire du Mercure Hg : $M_{\text{Hg}} = 200,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \approx 2 \cdot 10^2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

- Représentation graphique de la fonction « sinus cardinal » : $\text{sinc} : u \mapsto \left(\frac{\sin(u)}{u} \right)$:



- Formule de trigonométrie : $\sin(a) - \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$
- $\sqrt{10^{-3}} \approx 3,2 \cdot 10^{-2}$; $\sqrt{10^3} \approx 3,2 \cdot 10^{+1}$
- Valeurs de certaines intégrales :

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\pi} \quad ; \quad \int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad ; \quad \int_0^{+\infty} x \sqrt{x} e^{-x} dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{4}$$

A - Physique quantique au laboratoire

Dualité onde-corpuscule pour la lumière

On considère un faisceau parallèle de photons associés à une onde électromagnétique, de longueur d'onde λ se propageant dans l'air assimilé au vide dans la direction Oz de vecteur unitaire \vec{e}_z .

□ 1 – Rappeler ce que vaut leur énergie E en fonction de λ, c et de h . En utilisant la relation de De Broglie, déterminer leur quantité de mouvement \vec{p} en fonction de λ, h et de \vec{e}_z .

□ 2 – Estimer l'énergie en eV d'un photon vert de longueur d'onde 500 nm.

Ce faisceau parallèle cylindrique de rayon R arrive face à un écran, perpendiculaire à l'axe du faisceau, percé d'un trou circulaire T_1 de centre O et de rayon r (inférieur à R).

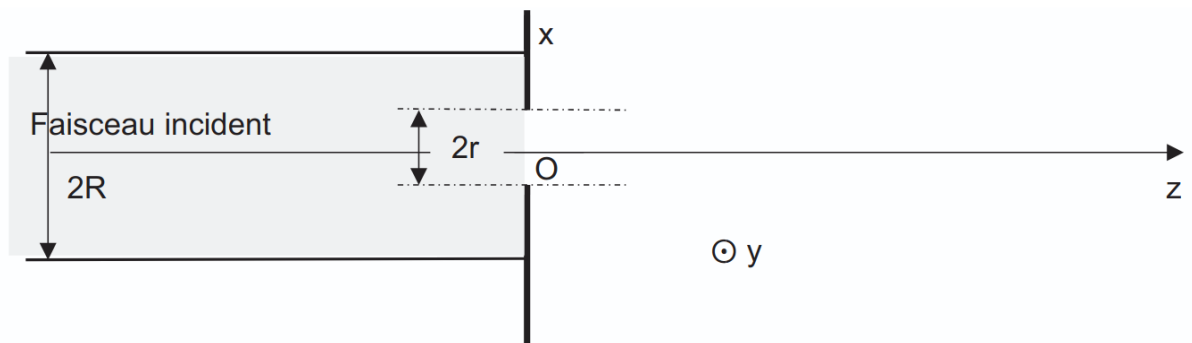


Figure 1: Géométrie du dispositif à un trou.

□ 3 – Établir, à partir de l'inégalité d'Heisenberg spatiale, qu'il y a forcément ouverture angulaire du faisceau. Donner un ordre de grandeur de cette ouverture angulaire supposée petite. Commenter. Comment appelle-t-on ce phénomène ?

□ 4 – Citer une expérience qui met en évidence l'aspect corpusculaire de la lumière.

Un électron est expulsé d'un métal sous l'effet d'une radiation s'il absorbe une énergie au moins égale à W_e , énergie appelée travail " d'extraction ". Le tableau ci-dessous indique les valeurs du travail " d'extraction " pour différents métaux :

Métal	Cs	Na	K	Ti	Fe
We en eV	1,15	2,11	2,22	4,33	4,67

□ 5 – Avec quels métaux cités dans le tableau, la lumière verte (Q2) permet-elle d'obtenir un effet photoélectrique ? Justifier. Quelle sera la vitesse maximale des électrons émis ?

□ 6 – On utilise une source optique de puissance 1 mW : évaluer l'ordre de grandeur du nombre de photons qui sortent de la source par unité de temps en supposant le faisceau rigoureusement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500$ nm.

□ 7 – À quel niveau de puissance faudrait-il descendre, pour une source, pour que la lumière qu'elle émet soit détectée photon par photon ? On admet que les détecteurs photoniques ont un temps de réponse de l'ordre de la picoseconde (le préfixe pico correspond à 10^{-12}).

□ 8 – Décrire l'évolution des observations sur le détecteur en fonction de la durée d'observation dans la situation des interférences, par deux fentes d'Young éclairées par la source de la question précédente, modélisée par une source à photons uniques.

□ 9 – Traduire ces observations en termes d’amplitude de probabilité pour un photon, détecté en un point M . Le principe de superposition s’applique-t-il aux probabilités ou aux amplitudes de probabilités ?

Interférences d’ondes de matière

□ 10 – Après avoir rappelé la formule de De Broglie, établir la longueur d’onde associée à un faisceau d’électrons accélérés par une différence de potentiel égale à $U = 100 \text{ V}$.

□ 11 – Pourquoi un microscope électronique a-t-il un meilleur pouvoir de résolution qu’un microscope optique conventionnel ?

Après la réalisation d’interférences avec des électrons et des neutrons, des expériences ”historiques” d’interférences avec des atomes ont été réalisées en 1991 avec de l’Hélium par Carnel et Mlynek à Constance et en 1992 avec du Néon par Shimizu et Takuma à Tokyo.

□ 12 – Après avoir cité le théorème d’équipartition de l’énergie, établir la valeur de la vitesse quadratique moyenne u d’un atome de masse m à la température T . Indiquer les valeurs manquantes du tableau ci-dessous (cellules notées ”?”).

Atome	Masse atomique en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$	Vitesse u à $T_1 = 295 \text{ K}$	Vitesse u à $T_2 = 83 \text{ K}$	Vitesse u à $T_3 = 2,5 \text{ mK}$
Hélium	4	?	$225 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	
Néon	20			?

Dans l’expérience de 1991 (figure suivante), la source est un dispositif d’émission thermique d’atomes d’hélium He suivie d’une fente diaphragme F. Le montage est celui d’une division du front d’onde de type fentes d’Young. Le plan de la double fente est placé à la distance $L = 64 \text{ cm}$ de la fente F et à la distance $L' = 64 \text{ cm}$ du plan le long duquel est déplacé le détecteur qui comptabilise les impacts de particules. Les atomes d’hélium sont émis soit à la température $T_1 = 295 \text{ K}$ soit à la température $T_2 = 83 \text{ K}$.

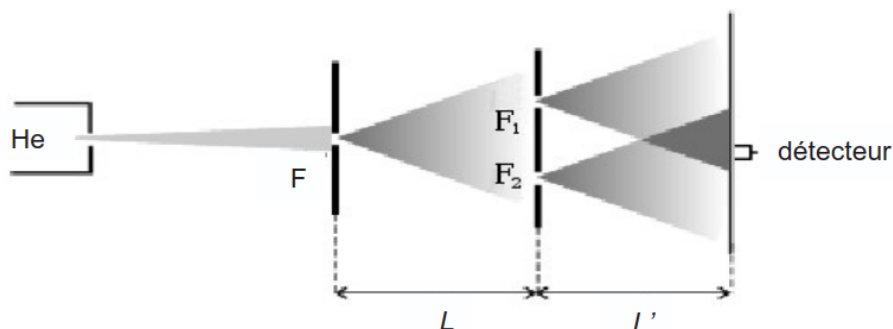


Figure 2: Expérience de 1991

On admet qu'il y a diffraction du faisceau de particules au passage par F, puis par les fentes F_1 et F_2 , c'est-à-dire ouverture angulaire du faisceau d'un angle voisin de $2\lambda/\epsilon$ avec ϵ la largeur de fente. La largeur de la fente F vaut $2\text{ }\mu\text{m}$ et celles des fentes F_1 et F_2 valent $1\text{ }\mu\text{m}$. La distance entre elles vaut $a = 8\text{ }\mu\text{m}$.

□ **13** – Vérifier que l'on peut envisager deux chemins différents des particules avant leur détection.

□ **14** – Le détecteur met en évidence des droites parallèles équidistantes sur lesquelles le nombre des impacts est très élevé et entre ces droites, des zones quasiment sans impacts. Interpréter.

□ **15** – Estimer la distance entre ces droites pour les températures T_1 et T_2 .

L'expérience de 1992 est aussi un dispositif interférentiel de fentes d'Young, mais on utilise le champ de pesanteur pour accélérer les atomes de Néon. Les atomes de Néon, supposés indépendants les uns des autres, sont lâchés sans vitesse initiale et tombent dans le champ de pesanteur $g = 9.8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

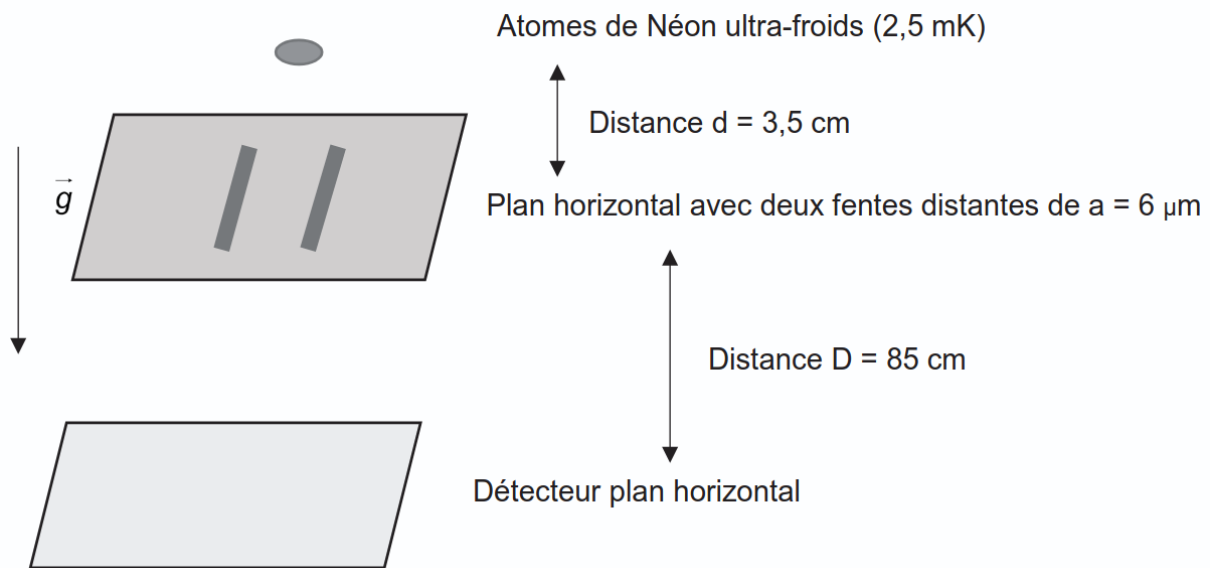


Figure 3: Expérience de 1992

□ **16** – On mesure un interfrange de $1,1\text{ mm}$: que vaut la longueur d'onde associée ? Quelle valeur de la vitesse en déduisez-vous au niveau du détecteur ?

□ **17** – En appliquant les lois de la mécanique classique, évaluer la vitesse des particules en chute libre au niveau des fentes. Que vaut-elle au niveau du détecteur ? Commenter.

□ **18** – Pourquoi a-t-on utilisé des atomes ultra-froids ?

B - Considérations sur une raie spectrale

Nous allons considérer une lampe spectrale à vapeur de mercure, généralement utilisée en Travaux Pratiques au lycée.

Document 1 - Lampe à décharge

Une lampe à décharge est une lampe électrique constituée d'un tube ou d'une ampoule en verre remplie de gaz ou de vapeur métallique, sous haute ou basse pression, au travers de laquelle on fait passer un courant électrique. Il s'ensuit une émission de photons donc d'énergie lumineuse.

Pour ces lampes, la couleur de la lumière émise par luminescence dépend du gaz utilisé : [...]

Le mercure s'approche du bleu tout en produisant une quantité importante d'ultraviolet.

Principe de fonctionnement

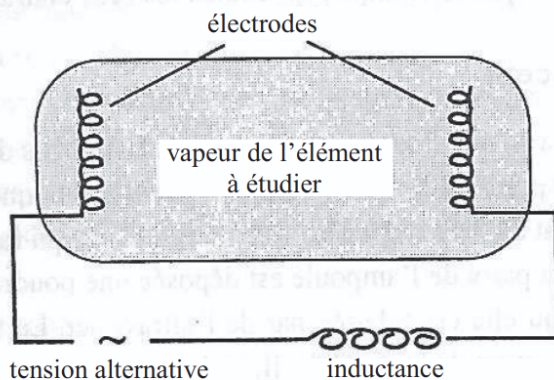
Les molécules du gaz métallique utilisé ont la faculté de pouvoir s'ioniser lorsqu'elles sont soumises à la différence de potentiel créée entre les électrodes situées de chaque côté de la lampe. Les électrons libérés sont attirés par l'électrode positive – nommée anode – et les ions positifs par l'autre, nommée cathode. Un énorme flux d'électrons traverse l'ampoule.

Lors du passage de ce flux, se produisent de nombreuses collisions entre les électrons circulants et ceux présents dans le gaz de la lampe. Lors de ces collisions, les électrons sont chassés de leur orbite, changent de couche et y reviennent en émettant un photon, dont la longueur d'onde (sa couleur) dépend de la différence d'énergie entre les couches, mais appartient habituellement au spectre du visible et/ou de l'ultraviolet. [...]

Source : d'après des données de Wikipédia, 2018



Document 2 - Schéma d'une lampe spectrale



Source : d'après *Optique Expérimentale*, SEXTANT, collection Enseignement des Sciences, HERMANN

Préambule

□ 19 – Déterminer la pulsation ω du photon émis lors de la désexcitation d'un atome passant d'un état excité d'énergie \mathcal{E}^* à un état fondamental d'énergie \mathcal{E}_1 .

1 Oscillations au sein de l'atome de Thomson

Afin de donner une vision classique de l'émission d'un atome préalablement excité, nous allons étudier la réponse mécanique d'un électron à une excitation de l'atome. Le modèle de l'atome d'hydrogène adopté ici est celui élaboré par Joseph Thomson, prix Nobel en 1906 pour avoir découvert l'électron en 1897. Il proposa en 1904 un modèle dit du "pudding aux électrons". Il s'agit :

- d'une boule de centre O et de rayon a , avec $a \approx 10^{-10}$ m, uniformément chargée en volume, de densité volumique de charge (uniforme à l'intérieur de la boule) notée ρ , de charge totale $+e$, considérée tout d'abord immobile dans le référentiel du laboratoire;
- et d'un électron ponctuel (masse m , charge $-e$) libre de se déplacer sans frottement dans l'espace de la boule.

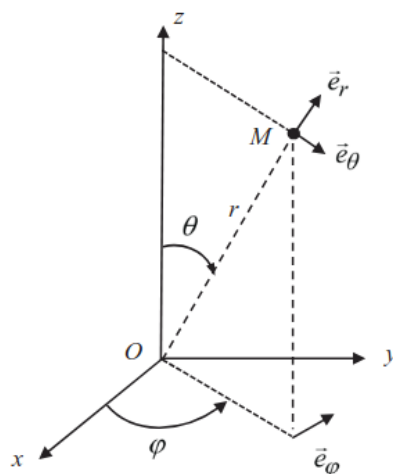


Figure 4: Coordonnées et base sphérique

La position d'un point M de l'espace est parfois repérée par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) (sur la base $(0, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$), ou par ses coordonnées sphériques (r, θ, φ) associées à la base $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$.

1.1 Force électrostatique ressentie par l'électron

□ **20** – Donner l'expression de la densité volumique de charge ρ .

Soit M un point quelconque de l'espace repéré par ses coordonnées sphériques : $M(r, \theta, \varphi)$.

□ **21** – Montrer que le champ électrostatique en M s'écrit : $\vec{E}(M) = E_r(r)\vec{e}_r$.

□ **22** – Déterminer en tout point M intérieur à la boule, le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par la distribution de charge caractérisée par ρ .

L'électron se situe en un point $M(r, \theta, \varphi)$ **intérieur à la boule**. On le repère par son vecteur position $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$. On suppose ici l'atome isolé et on néglige toute attraction gravitationnelle.

□ **23** – Donner la force ressentie par l'électron. Mettre cette force sous la forme $\vec{F} = -m_e\omega_0^2\overrightarrow{OM}$ où on donnera l'expression de ω_0 . Commenter l'expression de cette force.

1.2 Introduction d'une force de frottements fluides

Pour affiner la description du mouvement de l'électron, on modélise un éventuel amortissement (faible) par une force de type "frottement fluide" : $\vec{F}_f = -\frac{m_e}{\tau}\vec{V}$ où \vec{V} est la vitesse de l'électron. Cette force sera considérée comme un terme de perturbation, c'est-à-dire entre autre que $\frac{1}{\tau} \ll \omega_0$ (hypothèse de faible amortissement). L'électron n'est soumis à aucune autre force.

□ **24** – Quelle est la dimension de la constante τ ?

□ **25** – Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\vec{r}(t)$ la position de l'électron. En tenant compte de l'hypothèse de faible amortissement, donner la solution approchée $\vec{r}(t)$. On pourra l'écrire sous la forme $\vec{r}(t) = \vec{r}_m(t) \sin(\Omega t + \varphi)$ avec $\vec{r}_m(t) = \vec{r}_0 e^{at}$ vecteur à durée caractéristique d'évolution très grande devant $\frac{2\pi}{\Omega}$.

1.3 Modélisation du mouvement de l'électron par une méthode numérique

La position instantanée $r(t)$ de l'électron dans le repère sphérique vérifie une équation différentielle dont la difficulté de résolution dépend de la modélisation physique choisie.

Pour résoudre des équations différentielles complexes, on peut utiliser une méthode numérique. Pour illustrer cette méthode de résolution, on considère que $r(t)$ obéit à l'équation différentielle

$$\frac{d^2r}{dt^2} + 2\lambda \frac{dr}{dt} + \omega_0^2 = 0 \quad (1)$$

avec λ et ω_0^2 des constantes positives non nulles.

L'objectif est d'obtenir une représentation graphique de la fonction $r(t)$, la plus proche possible de la réalité. On utilise une méthode numérique simple (connue sous le nom de méthode d'Euler explicite) que l'on programme en langage PYTHON.

Dans ce langage :

- la fonction `np.arange(N)` renvoie une liste de nombres entiers compris entre 0 et $N-1$, de type "array"
- la fonction `np.zeros(N)` renvoie une liste de N valeurs toutes nulles, de type "array".

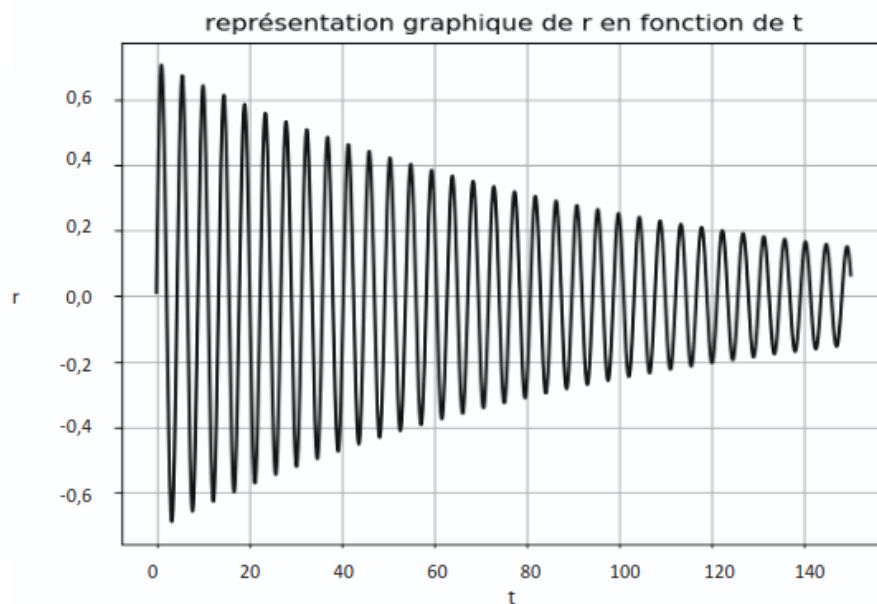
Pour des raisons de commodité, les valeurs numériques utilisées ne correspondent pas à la réalité physique ; les valeurs obtenues pour $r(t)$ seront donc arbitraires (en revanche la forme de la courbe est réaliste). Le programme est le suivant :

```

1  import numpy as np
2  from matplotlib import pyplot as plt
3
4  T=150
5
6  omega = 1.4
7  lamda = 0.03
8
9  def euler(N,x0,v0):
10     x = x0
11     v = v0
12     h = T/N
13     a = -2*lamda*v-omega*omega*x
14     tab_1 = np.zeros(N)
15     tab_2 = np.zeros(N)
16     for i in range(N):
17         (x,v,a)=(x+v*h,v+a*h,-2*lamda*v-omega*omega*x)
18         tab_1[i] = x
19         tab_2[i] = v
20     return tab_1
21
22 def temps(N):
23     h=T/N
24     t = np.arange(N)*h
25     return t
26
27 plt.figure('graphique')
28 plt.plot(temps(15000),euler(15000,0,1),'b')
29 plt.title("représentation graphique de r en fonction de t")
30 plt.xlabel("t")
31 plt.ylabel("r")
32 plt.grid()
33 plt.show()

```

L'exécution de ce programme permet d'obtenir la courbe $r(t)$ (les échelles sont arbitraires) :



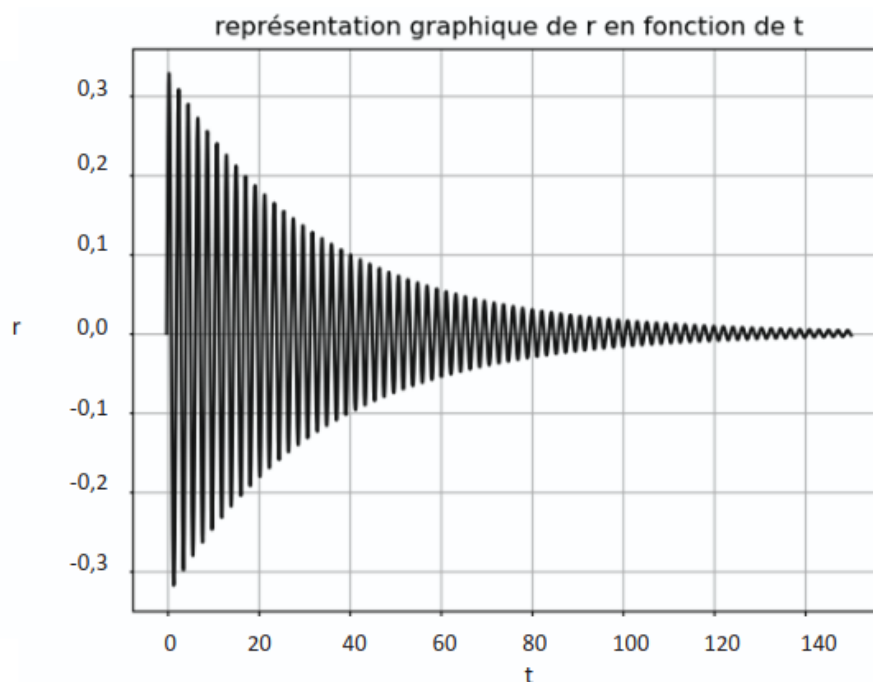
□ **26** – Afin de tester la fonction `euler`, nous exécutons l'instruction `euler(3,0,1)`. Quel est le sens physique du tableau `tab1` que retourne cette instruction ?

□ **27** – Les lignes 16 à 19 contiennent une boucle itérative dans laquelle la commande "for" est utilisée. Modifier ces lignes de façon à utiliser la commande "while" en créant une boucle conditionnelle. La partie de programme écrite avec la boucle "while" doit produire exactement les mêmes résultats que la portion de code qu'elle remplace.

Afin de tester la méthode d'Euler, on rajoute les lignes de code suivantes, qui permettent de tracer la courbe donnant la solution exacte de la solution de l'équation différentielle. Le programme modifié est donné ci-après (à partir de la ligne 27). Les lignes 1 à 26 ne sont pas modifiées.

```
27 | omega = # à compléter (voir Q17)
28 | def vraie(N,v0):
29 |     x=0
30 |     v=v0
31 |     h=T/N
32 |     tab_3=temps(N)
33 |     for i in range(N):
34 |         tab_3[i]=np.sin(np.sqrt(omega*omega-lamda*lamda)*h*i)
35 |     *np.exp(-lamda*h*i)*v/(np.sqrt(omega*omega-lamda*lamda))
36 |     return tab_3
37 | plt.figure('graphique')
38 | plt.plot(temps(15000),vraie(15000,1),'b')
39 | plt.title("représentation graphique de r en fonction de t")
40 | plt.xlabel("t")
41 | plt.ylabel("r")
42 | plt.grid()
43 | plt.show()
```

L'exécution de ce programme donne la courbe $r(t)$ ci-dessous (les échelles sont arbitraires) :



□ 28 – En exploitant la courbe, déterminer la valeur de la variable ω masquée à la ligne 27.

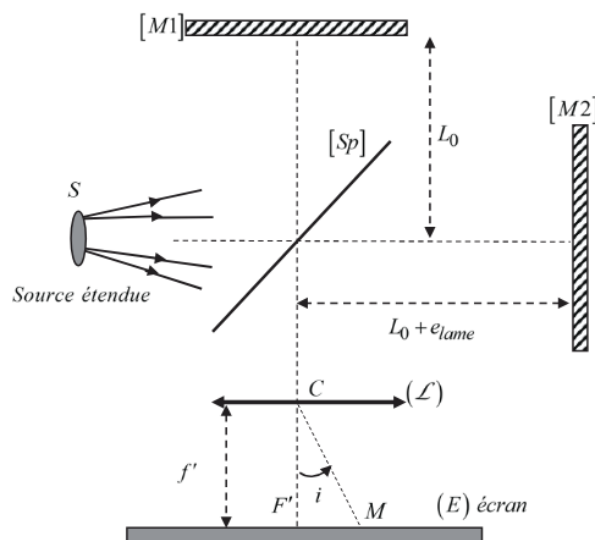
□ 29 – La méthode d'Euler donne-t-elle une solution satisfaisante ?

2 Mesure interférométrique de la durée d'un train d'onde

On cherche dans cette partie à faire une mesure de la largeur spectrale (donc de la durée moyenne du train d'onde τ_0) de la raie $\lambda_0 \approx 500$ nm du mercure (Hg). Pour cela on utilise un interféromètre de Michelson et ce afin de réaliser une mesure interférométrique par division d'amplitude.

2.1 Description de l'interféromètre de Michelson idéal

On considère l'interféromètre de Michelson dans sa représentation "idéale", constitué par une lame semi-réfléchissante infiniment fine séparatrice [Sp], dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 0,5 et par deux miroirs plans [M1] et [M2]. Les miroirs [M1] et [M2] sont réglés orthogonalement l'un à l'autre, de façon à observer des franges d'égale inclinaison.



Le miroir [M1] est situé à une distance L_0 de la séparatrice. Le miroir [M2] est situé à une distance $L_0 + e_{\text{lame}}$ de la séparatrice.

L'écran est placé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente (\mathcal{L}) de distance focale $f' \approx 1$ m, de centre C , utilisée dans les conditions de Gauss. Le tout est plongé dans l'air d'indice assimilé à l'indice du vide : $n_{\text{air}} = n_{\text{vide}} = 1$. On éclaire l'interféromètre avec une source spatialement étendue, considérée ici monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 \approx 500$ nm.

□ **30** – Par un schéma équivalent du montage interférentiel, expliquer pourquoi on appelle cette configuration le montage en "lame d'air". Représenter sur votre schéma deux rayons qui interfèrent en un point M de l'écran, caractérisé par l'inclinaison angulaire $i_{(M)} = (\overrightarrow{CF'}, \overrightarrow{CM})$.

□ **31** – Montrer que la différence de marche δ entre les deux ondes qui interfèrent en M (par division d'amplitude) est donnée par $\delta = 2e_{\text{lame}} \cos i$. Donner l'expression de l'intensité lumineuse au point M . Quel est l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran ?

2.2 Largeur spectrale d'une raie d'émission

La transition radiative d'un atome conduit à l'émission d'un train d'onde de durée finie τ_0 . La raie spectrale correspondante n'est donc pas strictement monochromatique. On a alors une raie spectrale centrée sur $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, de largeur caractéristique à mi-hauteur $\Delta\nu = \frac{1}{\tau_0} \ll \nu_0$. L'intensité émise au niveau de la source appartenant au domaine spectral $[\nu, \nu + d\nu]$ s'écrit alors $dI_0 = I_\nu(\nu)d\nu$ où $I_\nu(\nu)$ est l'intensité spectrale, fonction qui caractérise le spectre fréquentiel d'émission.

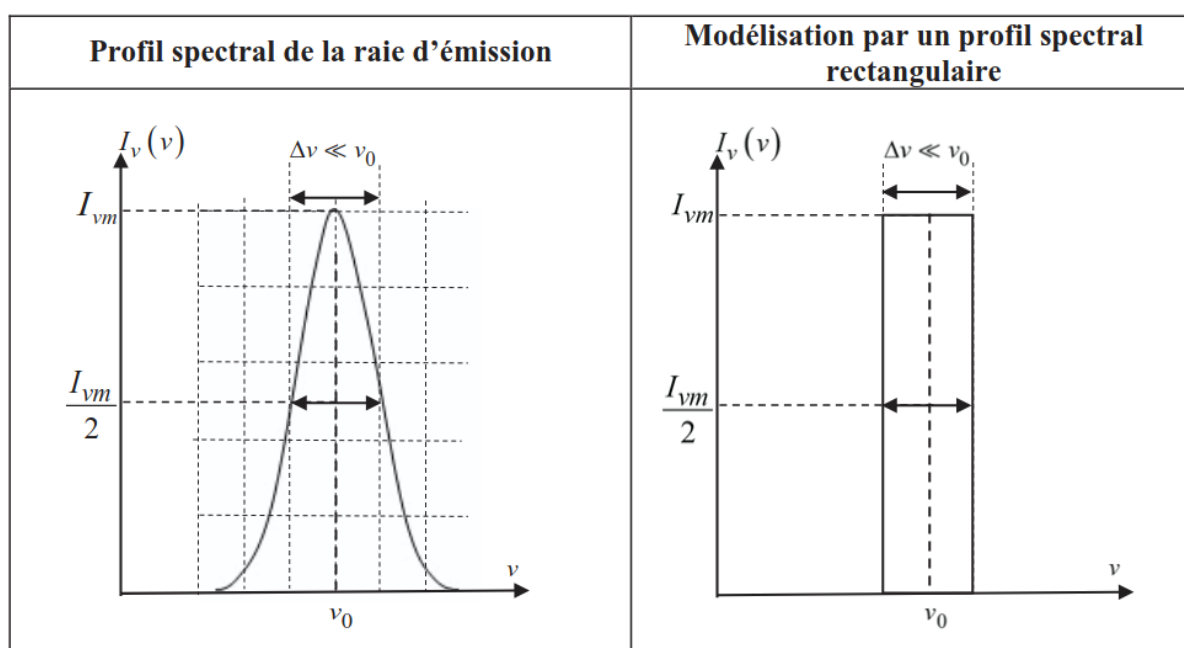


Figure 5: Profils de raie.

On modélise l'intensité spectrale $I_\nu(\nu)$ de la raie verte du mercure par un profil rectangulaire comme sur la figure ci-dessus. Dans notre modèle de raie rectangulaire, l'intensité totale de la source est donc donnée par :

$$I_0 = \int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} I_\nu(\nu) d\nu = I_{\nu m} \cdot \Delta\nu \quad (2)$$

On éclaire l'interféromètre de Michelson avec une lampe à vapeur de mercure dont on a isolé la raie verte de fréquence centrale $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ avec $\lambda_0 = 500\text{ nm}$. On observe les interférences à la fois sur l'écran et au moyen d'un détecteur ponctuel supplémentaire que l'on place au foyer image F' de la lentille de projection (\mathcal{L}).

□ **32** – Expliquer pourquoi on pourrait observer des brouillages. Exprimer la différence Δp d'ordre d'interférence en M entre une radiation de fréquence ν_0 et une autre de fréquence $\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$.

On suppose qu'on a réglé l'interféromètre au contact optique et qu'on "chariote" (déplace en translation) le miroir \mathcal{M}_2 .

□ **33** – Par un raisonnement semi-quantitatif, exprimer la valeur e_{lim} de la distance e_{lame} correspondant à la frontière entre une vision en F' d'anneaux bien contrastés et une perte de contraste au centre de ceux-ci.

Calcul de l'intensité observée en F'

□ **34** – Déterminer l'intensité $dI(F')$ donnée sur l'écran par une petite bande du spectre de largeur spectrale $d\nu$ en fonction, entre autres, de $\tau(F') = \frac{\delta(F')}{c}$. À quoi correspond physiquement $\tau(F')$? Exprimer $p(F', \nu)$ l'ordre d'interférence en F' pour une radiation de fréquence ν en fonction de $\tau(F')$.

□ **35** – Calculer alors l'intensité totale $I = I(F')$ donnée sur l'écran par la totalité du spectre de la source de lumière (en fonction de $\tau(F')$) ; mettre le résultat sous la forme :

$$I = I(F') = Cste \times [1 + \Gamma(\tau(F')) \cdot \cos(2\pi\nu_0\tau(F'))] \quad (3)$$

où $\Gamma(\tau(F'))$ est une fonction de $\tau(F')$ à "variation lente" appelée "facteur de visibilité".

□ **36** – Tracer le graphe de l'intensité $I(\tau(F'))$ en fonction de $\tau(F')$. Quelle est la valeur de $\tau(F')$ correspondant à la première annulation de contraste ? Comparer avec la durée du train d'onde et commenter.

Un moteur permet de translater le miroir mobile \mathcal{M}_2 à la vitesse constante V_0 à partir de la position du contact optique. On arrête la translation de \mathcal{M}_2 à la valeur de $15,00\text{ mm}$ (à partir du contact optique) lorsque la première annulation de contraste est observée à l'écran.

□ **37** – Déterminer la valeur expérimentale $\Delta\nu_{exp}$ de $\Delta\nu$. Conclure sur la durée du train d'onde.

3 Largeur Doppler d'une raie d'émission

Document 3 - Raies spectrales

En pratique, les raies n'ont pas une fréquence parfaitement déterminée mais s'étalent sur une bande de fréquence. Les raisons de cet élargissement sont multiples :

- élargissement naturel : le principe d'incertitude relie la durée de vie ΔT d'un état excité et la précision de son niveau énergétique ΔE , ainsi le même niveau excité a des énergies légèrement différentes dans différents atomes. Cet effet est assez faible (typiquement quelques MHz), environ 100 MHz pour les fréquences optiques ;
- élargissement Doppler : l'effet Doppler provoque un décalage vers le rouge ou vers le bleu du rayonnement selon que la source s'éloigne ou se rapproche de l'observateur. Dans un gaz, toutes les particules sont en mouvement dans toutes les directions, ce qui provoque un élargissement des raies spectrales. La vitesse des particules dépend de leur température : plus la température du gaz est élevée, plus les différences de vitesses sont grandes et plus les raies sont larges. Cet effet est typiquement 100 fois plus intense que l'élargissement naturel ;
- élargissement collisionnel : la collision entre particules (atomes ou molécules) modifie légèrement leurs niveaux énergétiques, d'où l'élargissement des raies. La grandeur de cet effet dépend de la densité du gaz.

Source : d'après des données de Wikipédia, 2018

Dans une lampe spectrale à gaz, les atomes sont animés d'un mouvement d'agitation thermique. Ainsi, la fréquence du rayonnement émis par un atome est sensiblement différente de la fréquence de ce rayonnement mesurée par un observateur lié au référentiel du laboratoire. Ce décalage fréquentiel est appelé effet Doppler. La distribution des vitesses au sein du gaz induit donc, pour un rayonnement émis à la fréquence ν_0 , une distribution des fréquences mesurées centrée sur la fréquence ν_0 . Pour évaluer l'élargissement spectral lié au rayonnement mesuré, on utilise un modèle simple. L'ensemble des atomes de gaz forme un gaz parfait à 1 dimension, où chaque atome se déplace uniquement sur la direction de vecteur unitaire \vec{e}_x .

Quand un atome O' en mouvement dans le référentiel du laboratoire se rapproche de l'observateur à une (faible) vitesse $\vec{V} = V_x \vec{e}_x$ (avec $V_x \ll c$) et émet un rayonnement de fréquence ν_0 , l'observateur (lié au référentiel du laboratoire) perçoit une fréquence $\nu \approx \nu_0 \left(1 + \frac{V_x}{c}\right)$. La situation est représentée ci-dessous.

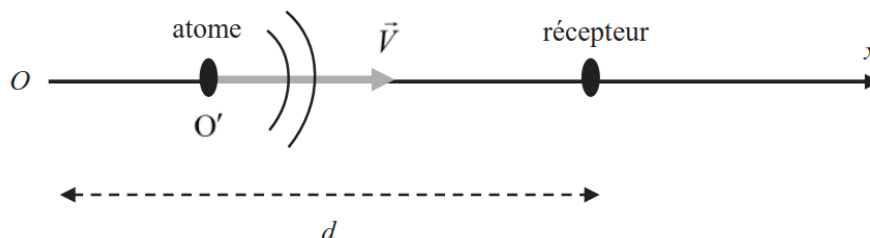


Figure 6: Situation instantanée émetteur-récepteur.

La première sous-partie a pour seul objectif de montrer la relation $\nu \approx \nu_0 \left(1 + \frac{V_x}{c}\right)$

dans le cadre de petites vitesses de déplacement. La suite de la partie 4 peut être traitée en utilisant cette relation.

3.1 Décalage Doppler

Supposons pour simplifier l'émission d'un signal périodique par l'atome que la durée entre deux émissions successives d'un maximum est $T_0 = \frac{1}{\nu_0}$. A l'instant initial $t = 0$, la source est en $x = 0$ (O' coïncide avec O) et émet un maximum, le récepteur (observateur) est en $x = d$. Le signal se propage dans l'air assimilé à du vide.

□ **38** – À quel instant de date t_1 le récepteur reçoit-il ce premier maximum, émis à $t = 0$?

□ **39** – À quel instant est émis le deuxième maximum ? Quelle distance sépare l'émetteur du récepteur à cet instant ? En déduire la date t_2 de réception du deuxième maximum.

□ **40** – Retrouver la relation liant la fréquence ν_0 du signal émis par l'atome et la fréquence ν du signal reçu par l'observateur.

3.2 Distribution des vitesses dans un gaz parfait unidimensionnel

Le gaz atomique (vapeur de mercure Hg) contenu dans l'ampoule est un gaz supposé parfait formé de N atomes de mercure de masse individuelle m^* , indépendants, ne pouvant se déplacer que le long de l'axe (Ox). Ils sont confinés dans un puits de potentiel infini limité par les plans d'abscisses $x = 0$ et $x = L$. On prendra l'origine des énergies potentielles $V = 0$ à l'intérieur du puits (pour $0 < x < L$). L'énergie potentielle est donc infinie à l'extérieur du puits (pour $x \leq 0$ et $x \geq L$). La température du gaz dans l'enceinte est notée T_{gaz} .

On donne $L = 10$ cm et $T_{gaz} = 1000$ K.

Fonction d'onde d'un atome dans un état stationnaire

On recherche les fonctions d'onde associées aux états stationnaires d'énergie \mathcal{E} des atomes confinés dans un puits infini de largeur L , sous la forme $\psi(x, t) = \varphi(x) \exp(-i\frac{\mathcal{E}t}{\hbar})$.

□ **41** – Le spectre énergétique (ensemble des états énergétiques accessibles) d'un atome est-il continu ou discret ? Donner un ordre de grandeur de la masse m^* d'un atome de mercure Hg (numéro atomique $Z = 80$).

□ **42** – Écrire l'équation différentielle vérifiée par $\varphi(x)$ pour $x \in]0, L[$. Écrire sans démonstration les conditions aux limites $\varphi(x = 0)$ et $\varphi(x = L)$. On rappelle que la fonction d'onde est continue.

□ **43** – En déduire l’expression des niveaux d’énergie des atomes dans le puits sous la forme $\mathcal{E}_n = n^2 \times \mathcal{E}_1$ où n est un entier supérieur ou égal à 1 et où on exprimera \mathcal{E}_1 en fonction de \hbar, m^* et L . Évaluer numériquement \mathcal{E}_1 .

Energie moyenne d’un atome

□ **44** – Évaluer l’ordre de grandeur du nombre quantique n_1 tel que $\mathcal{E}_{n_1} = k_B T_{gaz}$. Évaluer l’ordre de grandeur du rapport $\frac{\mathcal{E}_{n_1+1} - \mathcal{E}_{n_1}}{\mathcal{E}_{n_1}}$. En déduire que le spectre des énergies accessibles à un atome dans l’enceinte de la lampe peut être considéré approximativement continu pour les énergies dans le cadre de notre étude.

On se place dans le cadre de cette approximation.

□ **45** – Donner la relation $n(\mathcal{E})$ donnant l’expression du nombre quantique n en fonction de l’énergie \mathcal{E} de l’atome et de l’énergie de l’état fondamental \mathcal{E}_1 .

□ **46** – Exprimer dn le nombre d’états quantiques différents d’énergie comprise entre \mathcal{E} . et $\mathcal{E} + d\mathcal{E}$ On écrira le résultat sous la forme $dn = \rho(\mathcal{E})d\mathcal{E}$ où $\rho(\mathcal{E})$ est appelé densité des niveaux d’énergie.

On suppose que la distribution des vitesses des atomes est régie par la statistique de Boltzmann.

□ **47** – Exprimer, à un facteur multiplicatif près, la probabilité pour un atome d’être dans un état d’énergie \mathcal{E} .

□ **48** – Exprimer la probabilité $d\mathcal{P}(\mathcal{E})$ pour un atome d’avoir une énergie comprise dans l’intervalle $[\mathcal{E}, \mathcal{E} + d\mathcal{E}]$ en fonction de dn et de la probabilité écrite au-dessus. Exprimer, à une constante multiplicative près, la densité de probabilité $f(\mathcal{E})$ définie par $d\mathcal{P}(\mathcal{E}) = f(\mathcal{E})d\mathcal{E}$.

□ **49** – Quelle est la signification de la relation $\int_{\mathcal{E}=0}^{\infty} d\mathcal{P} = 1$? A partir de cette relation, exprimer complètement $f(\mathcal{E})$ en fonction de \mathcal{E} et de $\beta = \frac{1}{k_B T_{gaz}}$.

□ **50** – Établir l’expression de la valeur moyenne de l’énergie $\langle \mathcal{E} \rangle$. Énoncer le théorème dont le résultat précédent n’est qu’un cas particulier. Exprimer la vitesse quadratique moyenne $u = \sqrt{\langle V_x^2 \rangle}$. Évaluer l’ordre de grandeur de u dans les conditions du problème.

3.3 Élargissement spectral par effet Doppler

Pour les applications numériques, on considère la raie verte du mercure de longueur d’onde dans le vide $\lambda_0 \approx 500$ nm.

□ **51** – Exprimer la fréquence ν_+ du rayonnement reçu par l'observateur, émis par un atome de vitesse $V_x = +u$. Exprimer de même ν_- , fréquence du rayonnement reçu par l'observateur, émis par un atome de vitesse $V_x = -u$. Exprimer $\Delta\nu_{DOP} = \nu_+ - \nu_-$. Evaluer l'ordre de grandeur de $\Delta\nu_{DOP} = \nu_+ - \nu_-$. Comparer à l'ordre de grandeur de $\Delta\nu_{exp}$ mesuré en Q37 et conclure.