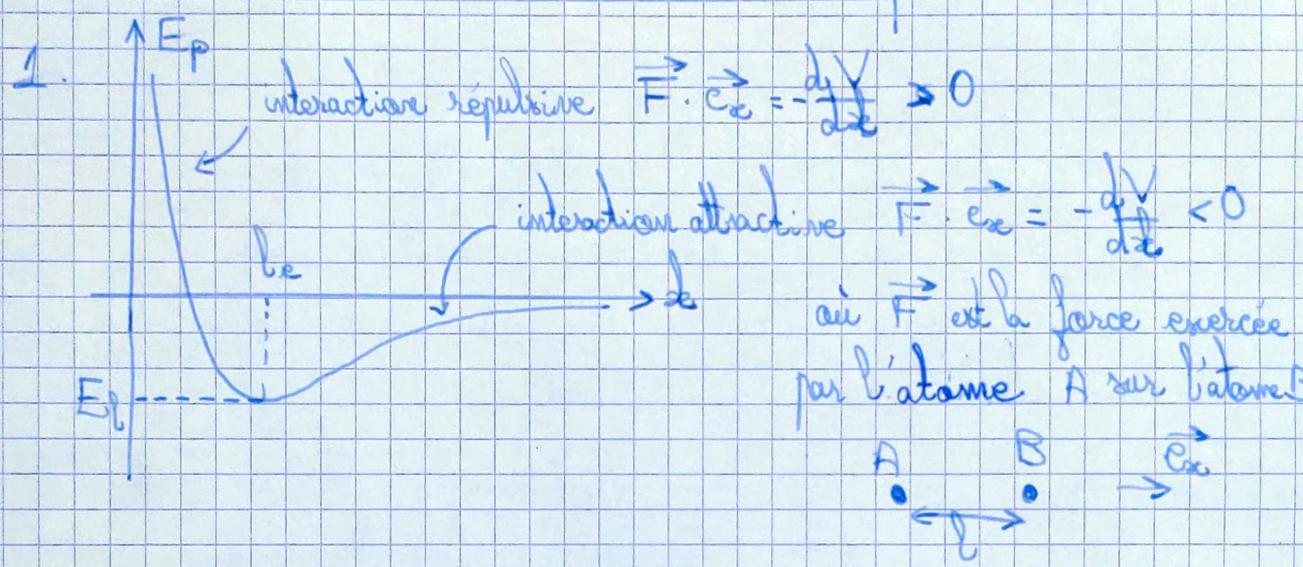


Corrigé - DS5
Type Mines / Centrale

A - Capacité thermique des gaz

I - De la molécule à l'oscillateur harmonique



2. On a $E_p \sim 100 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $l_0 \sim 1 \text{ \AA} \sim 10^{-10} \text{ m}$

3. On peut écrire que proche du minimum d'énergie potentielle,

$$E_p(l) = E_p(l_0) + \underbrace{\frac{dE_p}{dl}}_{=0} (l - l_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2 E_p}{dl^2} (l - l_0)^2$$

(développement à l'ordre 2).

D'où : $E_p(l) = E_p + \frac{1}{2} k (l - l_0)^2$

où $k = \frac{d^2 E_p}{dl^2} (l = l_0)$ est la raideur d'un ressort

équivalent de longueur à vide l_0 .

4. L'énergie cinétique de la molécule est la somme des énergies cinétiques de chacun des atomes :

$$E_c = \frac{1}{2} (m_A \vec{v}_A^2 + m_B \vec{v}_B^2)$$

5. On a : $u \sim \sqrt{\frac{3RT}{M_a}} \sim \sqrt{\frac{3 \times \frac{25}{2} \times 300}{50 \cdot 10^{-3}}} \sim 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

En effet : $\frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} k_B T$ par théorème d'équipartition

Et : $\frac{k_B}{m} = \frac{R}{M_a}$

6. $E_m = E_c + E_p$
 $= \frac{1}{2} (m_A \vec{v}_A^2 + m_B \vec{v}_B^2 + k(L - l_0)^2) + E_G$

7. On suppose la molécule isolée, donc elle n'est soumise à aucune force, ainsi par la 1^{re} loi de Newton G. a un mouvement de translation rectiligne uniforme. Le référentiel barycentrique est donc galiléen.

8. On peut écrire : $m_A \vec{G}_A + m_B \vec{G}_B = \vec{0}$
 Soit O un point fixe dans le référentiel du laboratoire, alors :
 $m_A (\vec{OG} - \vec{OA}) + m_B (\vec{OG} - \vec{OB}) = \vec{0}$
 Ou encore en dérivant : $m_A (\vec{v}_G - \vec{v}_A) + m_B (\vec{v}_G - \vec{v}_B) = \vec{0}$

Soit $m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = (m_A + m_B) \vec{v}_G$

De plus $\vec{v}_B - \vec{v}_A = \vec{v}$ par définition de \vec{v}

Donc en combinant ces deux équations on trouve les deux inconnues \vec{v}_A et \vec{v}_B :

$$\begin{cases} \vec{v}_A = \vec{v}_G - \frac{m_B}{m_A + m_B} \vec{v} \\ \vec{v}_B = \vec{v}_G + \frac{m_A}{m_A + m_B} \vec{v} \end{cases}$$

Alors :

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} m_A \vec{v}_A^2 + \frac{1}{2} m_B \vec{v}_B^2 \\ &= \frac{1}{2} (m_A + m_B) \vec{v}_G^2 + \frac{1}{2} \frac{m_A m_B + m_A m_B}{(m_A + m_B)^2} \vec{v}^2 \quad (\text{les termes croisés se simplifient}) \\ &= \frac{1}{2} m \vec{v}_G^2 + \frac{1}{2} \mu \vec{v}^2 \end{aligned}$$

où $m = m_A + m_B$ et $\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$

Et on a ainsi :

$$E_{me} = E_t + \frac{1}{2} (m \vec{v}_G^2 + \mu \vec{v}^2 + k r^2)$$

en définissant $l = l_0$

9. On a alors : $E_m = E_t + \frac{1}{2} m \vec{v}_G^2 + \frac{1}{2} \mu \vec{v}^2 + \frac{1}{2} k r^2$

$$\text{Or } \vec{v} = \frac{d\vec{AB}}{dt} = \dot{l} \hat{e}_r + l \frac{d\hat{e}_\theta}{dt}$$

De plus $\frac{d\hat{e}_r}{dt} \perp \hat{e}_r$, en effet $\hat{e}_r \cdot \frac{d\hat{e}_r}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \|\hat{e}_r\|^2 \right) = 0$

$$\text{D'où : } \vec{v}^2 = \dot{l}^2 + l^2 \left(\frac{d\hat{e}_\theta}{dt} \right)^2 \quad (\text{le terme croisé est nul})$$

Et donc :

$$E_m = \underbrace{\frac{1}{2} m \vec{v}_G^2}_{E_{tra}} + \underbrace{\left(-E_t + \frac{1}{2} k r^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{l}^2 \right)}_{E_{vib}} + \underbrace{\frac{1}{2} \mu l^2 \left(\frac{d\hat{e}_\theta}{dt} \right)^2}_{E_{rot}}$$

translation de la molécule
vibration de la liaison (énergie potentielle élastique et énergie cinétique)
rotation de la molécule

II - Capacité thermique d'un gaz parfait diatomique

10. On a : $U = \sum_{\text{particulai}} E_m(i)$ énergie de la particule i

Par linéarité de l'espérance : $\langle U \rangle = N \langle E_m \rangle$

11. Soit un système de particules indépendantes en équilibre avec un thermostat à la température T , pour lequel l'approximation continue est valide. Alors la contribution de chaque degré de liberté quadratique à l'énergie moyenne est $\frac{1}{2} k_B T$.

12. Ici, $E_{tra} = \frac{1}{2} m (\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2 + \dot{z}_G^2)$ contient 3 degrés de

liberté quadratiques

$$* E_{\text{rot}} = -E_L + \frac{1}{2} k r_0^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{\varphi}^2 \quad \text{en comptant deux}$$

$$* E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \mu \dot{\varphi}^2 \left(\dot{\theta}^2 \hat{e}_\theta + \sin \theta \dot{\varphi} \hat{e}_\varphi \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \mu \dot{\varphi}^2 \left(\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\varphi}^2 \right) \quad \text{en comptant deux}$$

Donc il y a 7 degrés de liberté quadratiques en tout et :

$$\langle E_n \rangle = \frac{7}{2} k_B T$$

D'où : $U = \frac{7}{2} N k_B T = \frac{7}{2} n R T$ où n est la quantité de matière

Ainsi : $C_{V,m} = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} = \frac{7}{2} R$

13. Le modèle qu'on a vu n'est valable que pour des températures de l'ordre de 1000 K au plus pour O_2 et 3000 K pour

H_2 .

Ceci s'explique probablement par des effets quantiques : l'approximation continue n'est pas vérifiée (en particulier pour la vibration) et donc on a un gel quantique des degrés de liberté lorsque $k_B T < \Delta E$.

III - Oscillateur harmonique en physique quantique

14. On a en remplaçant l'expression $\psi(x,t) = f(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ dans l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} f''(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} + V(x) f(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} = i\hbar \times \frac{-iE}{\hbar} f(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

Soit : $-\frac{\hbar^2}{2\mu} f''(x) + \frac{1}{2} k x^2 f(x) = E f(x)$ avec $V(x) = \frac{1}{2} k x^2$

15. On remarque en utilisant l'équation de Schrödinger que

$\frac{\hbar^2}{2\mu} \times \frac{1}{x^2}$ et $\frac{1}{2}kx^2$ sont homogènes.

Donc $\frac{\mu k}{\hbar^2}$ est homogène à $\frac{1}{x^4}$ et donc :

$$\alpha = x \left(\frac{\mu k}{\hbar^2} \right)^{1/4} \text{ est sans unité.}$$

De plus E est homogène à $\frac{\hbar^2}{t}$ donc γ est homogène

à $\sqrt{\frac{\mu}{k t^2}}$ soit $[\gamma] = \sqrt{\frac{M}{[k] \cdot T^2}}$

Et $[k] = \frac{\text{force}}{\text{distance}} = \frac{M \cdot T^{-2} \cdot L}{L} = M \cdot T^{-2}$

Donc γ est aussi sans unité.

16. On a alors $x = \alpha \left(\frac{\hbar^2}{\mu k} \right)^{1/4} \quad \frac{d}{dx} = \left(\frac{\mu k}{\hbar^2} \right)^{1/4} \frac{d}{d\alpha}$

D'où :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \sqrt{\frac{\mu k}{\hbar^2}} f''(\alpha) + \frac{1}{2} k \sqrt{\frac{\hbar^2}{\mu k}} \alpha^2 f(\alpha) = E f(\alpha)$$

$\times \sqrt{\frac{4\mu}{\hbar^2 k}}$

$$-f''(\alpha) + \alpha^2 f(\alpha) = \gamma f(\alpha)$$

D'où :

$$\boxed{f''(\alpha) + (\gamma - \alpha^2) f(\alpha) = 0}$$

17. Lorsque $\alpha \rightarrow \pm \infty$ alors $\alpha^2 \gg \gamma$ et donc :

$$f''(\alpha) = \alpha^2 f(\alpha)$$

Il s'agit d'une équation différentielle homogène d'ordre 2 donc l'espace des solutions est de dimension 2.

Or : $f_+ : \alpha \mapsto e^{\alpha^2/2}$ et $f_- : \alpha \mapsto e^{-\alpha^2/2}$ sont solutions

et forment donc une base de cet ensemble de solutions.

En effet $f_{\pm}'(\alpha) = \pm \alpha e^{\pm \frac{\alpha^2}{2}}$

$$f_{\pm}''(\alpha) = e^{\pm \frac{\alpha^2}{2}} (\pm 1 + \alpha^2) \approx \alpha^2 f_{\pm}(\alpha)$$

car on a $\alpha \gg 1$

On conclut que $f(x) \propto e^{\frac{\alpha^2}{2}}$ ou $f(x) \propto e^{-\frac{\alpha^2}{2}}$

(Rq: c'est un facteur de proportionnalité et pas nécessairement un équivalent comme suggéré dans le sujet).

18. On cherche des états normalisés tels que $\int |\Psi(x)|^2 dx = 1$
Ceci est impossible à obtenir si $f(x)$ (et donc $\Psi(x)$) diverge, la solution $f(x) \propto e^{+\frac{1}{2}\alpha^2}$ n'est donc pas acceptable.
 $f(x) = e^{-\frac{1}{2}\alpha^2}$ est de carré intégrable donc fonctionne.

19. On a alors:

$$f'(x) = (g'(x) - \alpha g(x)) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2}$$

$$f''(x) = (g''(x) - \alpha g'(x) - g(x) - \alpha(g'(x) - \alpha g(x))) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2}$$

$$= (g''(x) - 2\alpha g'(x) + (\alpha^2 - 1)g(x)) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2}$$

$$\text{Or } f''(x) = -(\gamma - \alpha^2) f(x) = -(\gamma - \alpha^2) g(x) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2}$$

D'où:

$$\boxed{g''(x) - 2\alpha g'(x) + (\gamma - 1)g(x) = 0}$$

20. On réinjecte:

$$\sum_{p=2}^{\infty} p(p-1) b_p \alpha^{p-2} - 2\alpha \sum_{p=1}^{\infty} p b_p \alpha^{p-1} + (\gamma - 1) \sum_{p=0}^{\infty} b_p \alpha^p = 0$$

← ici on peut commencer la somme à $p=0$

On fait de changement d'indice $p \leftarrow p-2$ dans la 1^{ère} somme

$$\sum_{p=0}^{\infty} (p+2)(p+1) b_{p+2} \alpha^p - \sum_{p=0}^{\infty} 2p b_p \alpha^p + (\gamma - 1) \sum_{p=0}^{\infty} b_p \alpha^p = 0$$

Par unicité du développement en série entière:

$$(p+2)(p+1) b_{p+2} - 2p b_p + (\gamma - 1) b_p = 0$$

Soit:

$$\boxed{b_{p+2} = \frac{2p+1-\gamma}{(p+1)(p+2)} b_p}$$

21. Il existe donc un entier n tel que $b_{n+2} = 0$

soit : $2n+1 - \gamma = 0$

On réinjecte l'expression de γ : $2n+1 = \frac{2E}{\hbar} \sqrt{\frac{\mu}{k}}$

Soit : $\boxed{E = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2}\right)}$ avec $n \in \mathbb{N}$ et $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}}$

On constate que ω correspond à la pulsation propre du système masse - ressort en physique classique.

IV - Capacité thermique et quantification

22. $[B] = J^{-1}$ $[k_B] = J \cdot K^{-1}$ $[T] = K$

Donc : $\boxed{B = \frac{1}{k_B T}}$

23. On utilise la condition de normalisation $\sum_n \tilde{\pi}(E_n) = 1$

Donc : $\frac{1}{A} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2}\right)} = e^{-\frac{\beta \hbar \omega}{2}} \times \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{-\beta \hbar \omega}\right)^n$

$= \frac{e^{-\frac{\beta \hbar \omega}{2}}}{1 - e^{-\beta \hbar \omega}} = \frac{1}{e^{\frac{\beta \hbar \omega}{2}} - e^{-\frac{\beta \hbar \omega}{2}}} = \frac{1}{2 \sinh\left(\frac{\beta \hbar \omega}{2}\right)}$

D'où : $\boxed{A = 2 \sinh\left(\frac{\beta \hbar \omega}{2}\right)}$

24. On a $\langle E \rangle = N \sum_n E_n \tilde{\pi}(E_n) = NA \sum_{n=0}^{\infty} \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2}\right) e^{-\beta \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2}\right)}$

$= NA \times \underbrace{-\frac{d}{dB} \left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2}\right)} \right)}_{1/A}$

$= -NA \frac{d}{dB} \left(\frac{1}{A} \right) = \frac{1}{A} \times \frac{1}{A^2} \frac{dA}{dB} \times N$

$= \frac{1}{A} \frac{dA}{dB} N$ d'où :

$$\langle E \rangle = N \frac{h\nu}{2} \cdot \frac{\text{ch}\left(\frac{Bh\nu}{2}\right)}{\text{sh}\left(\frac{Bh\nu}{2}\right)} \quad \text{soit} \quad \boxed{\langle E \rangle = \frac{Nh\nu}{2} \coth\left(\frac{Bh\nu}{2}\right)}$$

25. Alors: $C_{v,m} = \frac{1}{N} \frac{d\langle E \rangle}{dT} = \frac{dA}{N} \times \frac{d\langle E \rangle}{dT}$

Or $\langle E \rangle = N \cdot \frac{h\nu}{2} \coth \xi$ $dA = \frac{R}{2}$

Et $\coth^2(\xi) = \frac{\text{sh}^2 \xi - \text{ch}^2 \xi}{\text{sh}^2 \xi} = -\frac{1}{\text{sh}^2 \xi}$

Donc: $C_{v,m} = \frac{dA h\nu}{2} \times \frac{d\xi}{dT} \times \frac{1}{\text{sh}^2 \xi} = \frac{R h\nu}{2k_B} \times \frac{h\nu}{2k_B T^2} \times \frac{1}{\text{sh}^2 \xi}$

$$\boxed{C_{v,m} = R \times \frac{\xi^2}{\text{sh}^2 \xi}} \quad \text{si} \quad \xi = \frac{Bh\nu}{2}$$

26. On a alors $\xi = \frac{h\nu}{2k_B T} = \frac{1}{2} \frac{T_0}{T}$ donc:

$$\boxed{C_{v,m} = R \times \frac{\left(\frac{T_0}{2T}\right)^2}{\text{sh}^2\left(\frac{T_0}{2T}\right)}}$$

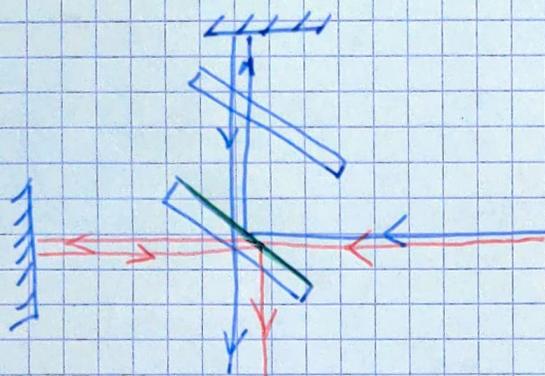
27. Le modèle est censé représenter ce qui se passe lorsque les états de vibrations excités commencent à être peuplés par l'agitation thermique, soit $k_B T \sim \Delta E \sim h\nu$ (C'est-à-dire pour $T \sim T_0$). Plus précisément on lit qu'on doit avoir une capacité thermique qui augmente fortement pour $\mu = \frac{1}{\xi} \sim \frac{1}{2}$ soit $\xi = 2 \Leftrightarrow \boxed{T = \frac{T_0}{4}}$

Donc en théorie à $\boxed{T \approx 200 \text{ K pour } \text{Cl}_2}$
 $\boxed{T \approx 1300 \text{ K pour } \text{H}_2}$

Ceci correspond bien aux observations et confirme l'hypothèse de Q15 selon laquelle, à température ambiante on a un gel quantique des états excités de vibration.

B - Mesures interférométriques de longueurs d'onde

28.



Le chemin optique parcouru par chacun des deux rayons doit être le même donc chaque rayon doit traverser une lame le même nombre de fois.

Donc la séparatrice est sur la face supérieure droite de L_1 .

29. On observe des franges en forme d'anneaux d'égal inclinaison. Comme la source est étendue, les interférences sont localisées à l'infini donc si on dérègle l'oculaire on ne verra plus les interférences (ou le contraste sera plus faible).

30. Au centre du champ d'interférences, les rayons qui interfèrent arrivent en incidence normale sur les miroirs. La différence de marche vaut $\delta = 2\Delta z$.
Le nombre de franges qui défilent est donné par la variation de l'ordre d'interférences $p = \frac{\delta}{\lambda_0}$ ainsi :

$$N = \frac{2\Delta z}{\lambda_0}$$

31. Considérons un angle d'incidence i , on trace des schémas équivalents :

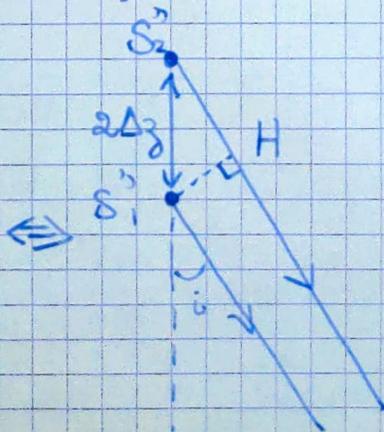
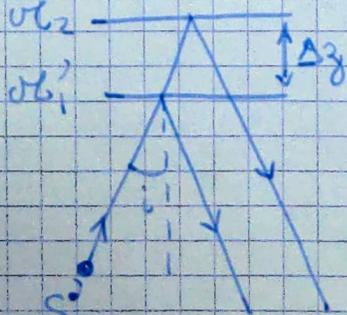


image de la source par la séparatrice

où S_1' et S_2' sont les images de S' par \mathcal{M}_1' et \mathcal{M}_2' , \mathcal{M}_1' étant lui-même l'image de \mathcal{M}_1 par la séparatrice.

Alors on a, par principe de retour inverse et par théorème de Malus:

$$\delta = \left(\frac{S_1' - S_2'}{2} \right) = n_{\text{air}} \times 2\Delta z \cos i = \boxed{2\Delta z \cos i}$$

32. On a un retour à une frange de même nature si

$$\delta(i = \Delta\theta) = \delta(i = 0) - \lambda_0 \quad (\text{variation de } \frac{1}{2} \text{ de l'ordre d'interférence})$$

Donc: $2\Delta z_{\text{max}} \cos \Delta\theta = 2\Delta z_{\text{max}} - \lambda_0$

ou encore:
$$\Delta\theta = \arccos \left(1 - \frac{\lambda_0}{2\Delta z_{\text{max}}} \right)$$

33. On a $\lambda_0 = \frac{2\Delta z}{N}$ d'après Q.30

Donc $\lambda_0 = \frac{2 \times 1035 \cdot 10^{-6}}{3156} \approx \frac{2}{3} \cdot 10^{-6} \approx \boxed{670 \text{ nm}}$

Il s'agit de rouge donc c'est la raie H_{α} .

La précision relative est de $\frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta z}{z} = \frac{2}{1035}$

donc
$$\frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} \sim 2 \cdot 10^{-3}$$

On a donc: $\cos(\Delta\theta) \sim 1 - \frac{\Delta\theta^2}{2} = 1 - \frac{\lambda_0}{2\Delta z_{\text{max}}}$

Donc: $\Delta\theta = \sqrt{\frac{\lambda_0}{\Delta z_{\text{max}}}} = \sqrt{\frac{2}{N}} = \sqrt{\frac{2}{3156}} \approx \frac{1}{\sqrt{1600}} \approx \frac{1}{40} \text{ rad}$

Soit $\Delta\theta \approx \frac{180}{\pi} \times \frac{1}{40} \approx \frac{4.5}{3} \approx \boxed{1.5^\circ}$ ce qui reste observable

(franges de l'ordre de 1 cm si on projette sur un écran à 2 m).

2 - Cohérence spectrale d'une source

34. On applique la formule de Fresnel, les deux sources secondaires

sont cohérentes car issues de la même source primaire :

$$I(\delta) = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0} \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}\right)$$

Sat :
$$I(\delta) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}\right)\right)$$

On a alors une intensité maximale $I_{\max} = 4I_0$ et minimale $I_{\min} = 0$ donc

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 1$$

35. On a alors la superposition de deux systèmes de franges correspondant aux intensités de chaque raie. Les raies n'ont pas la même longueur d'onde donc elles sont incohérentes et leurs intensités s'ajoutent :

$$I_{\text{tot}} = 2 \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi \delta}{\lambda_1}\right)\right) + 2 \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi \delta}{\lambda_2}\right)\right)$$

$$= 2I_0 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{2\pi \delta}{\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}}\right) + \cos\left(\frac{2\pi \delta}{\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}}\right)\right)\right)$$

Or
$$\frac{2\pi \delta}{\lambda_0 \pm \frac{\Delta\lambda}{2}} = \frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \times \frac{1}{1 \pm \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}} \approx \frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \left(1 \mp \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}\right)$$

Donc
$$I_{\text{tot}} = 2I_0 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\cos\left[\frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \left(1 + \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}\right)\right] + \cos\left[\frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}\right)\right]\right)\right)$$

$$I_{\text{tot}} = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi \delta}{\lambda_0}\right) \cos\left(\frac{\pi \delta \Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)\right)$$

On a alors
$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \cos\left(\frac{\pi \delta \Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)$$

On peut mesurer $\delta = 2\Delta z$ lorsqu'on a une annulation de contraste $C(\delta) = 0$, correspondant à une anticoincidence.

Ainsi :
$$\delta = \frac{\lambda_0^2}{\pi \Delta\lambda} = \frac{\lambda_0}{\pi} \times \frac{1}{\Delta\lambda/\lambda_0}$$
 donc on en déduit

que
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{\pi} \times 2\Delta z$$

36. Le contraste sera minimal lorsque l'ordre d'interférence est décalé d'un demi-entier entre les systèmes de franges:

$$\Delta p = k + \frac{1}{2} = \frac{S}{\lambda_1} - \frac{S}{\lambda_2} = \frac{S}{\lambda_0} \left(1 + \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}\right) - \frac{S}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_0}\right)$$

Soit $k + \frac{1}{2} = \frac{S\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$ d'où $S = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \left(k + \frac{1}{2}\right)$ $k \in \mathbb{Z}$

On a alors pour ces valeurs $I_{\max} = 4 \times I_1$ (interférences constructives pour la raie 1) et $I_{\min} = 4 \times I_2$ (interférences destructives pour la raie 2) donc

$$C = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$$

37. On a alors la première annulation de contraste pour

$$\Delta z = \frac{\lambda_0^2}{2\lambda \Delta\lambda} = \frac{(6,7 \cdot 10^{-7})^2}{6 \cdot 1,4 \cdot 10^{-11}} \sim 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \sim 4 \text{ mm}$$

Or $\Delta z_{\max} = 1 \text{ mm}$ d'après l'énoncé, donc on ne peut pas observer l'annulation de contraste: le doublet n'est pas assez écarté.

38. Le circuit sert au refroidissement de la lampe.

La raie H_β est dans le bleu, H_α dans le rouge.

Si les raies sont nommées dans l'ordre on s'attend à avoir H_γ, H_δ etc... avec des longueurs d'onde de plus en plus courtes dans l'UV ($\lambda \leq 450 \text{ nm}$). L'orbite correspond donc à la longueur d'onde λ exprimée en Å

$$(\lambda(H_\beta)) = 490 \text{ nm} = 4900 \text{ Å}$$

Le fond continu correspond à la loi de Wien (rayonnement du corps noir).

39. R: Question complètement hors programme.

Le spectre de $\text{O}^+ - \text{H}$ se situe dans l'UV et donc ne

perturbe pas les raies H_α et H_β qui sont dans le visible.
Ce n'est pas le cas du spectre de H_2 .

$$40. \text{ On a } \begin{cases} \lambda_H = \lambda_\infty \cdot \frac{m_e + m_n}{m_n} \\ \lambda_D = \lambda_\infty \cdot \frac{m_e + 2m_n}{2m_n} \end{cases} \text{ où } m_n \text{ est la masse d'un nucléon}$$

Donc $\lambda_D \leq \lambda_H$: le spectre est décalé vers le bleu.

$$\lambda_H - \lambda_D = \lambda_\infty \times \left[\frac{m_e + m_n}{m_n} - \frac{m_e + 2m_n}{2m_n} \right] = \lambda_\infty \times \frac{m_e}{2m_n}$$

$$\text{avec } m_e \approx 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad m_n \approx 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx \frac{5}{3} \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$
$$\lambda_\infty \approx 490 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda_\infty} \approx \frac{500 \times 10^{-30}}{2 \times \frac{5}{3} \cdot 10^{-27}} \approx \boxed{0,15 \text{ nm}}$$