Planche d'exercices n°3

Exercice 1 : Le jeu du chat et de la souris

Sur un parquet très glissant se trouve une souris S en plastique de masse m. Elle est fixée à une extrémité d'un fil inextensible de longueur L. À l'autre extrémité, pendant à travers un trou T percé dans le parquet, se trouve une masse $2m$. À $t = 0$, la masse $2m$ est juste en dessous du trou. Pour les applications numériques, on prendra $m = 100\,\mathrm{g}$ et $L = 2{,}0\,\mathrm{m}$.

1. Trouver la relation entre l'accélération a_s de la souris et celle a_m de la masse $2m$.
2. La vitesse initiale étant nulle, déterminer la position de la souris à l'instant t.
3. Déterminer l'instant t_0 tel que la souris soit à $L/2$ du trou puis la vitesse de la souris à t_0.
4. Un chat est sur le parquet et s'énerve. Il donne un coup de patte à la souris à t_0 et lui transmet une vitesse $v_1 = 1{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ orthogonale au fil. Déterminer et exprimer les constantes du mouvement.

Exercice 2 : Production d'un gel combustible

Pour créer un gel à brûler, on utilise $4\,\mathrm{mL}$ d'eau et $30\,\mathrm{mL}$ d'éthanol (de densité $d = 0{,}76$ et de masse molaire $M = 46\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$).

1. Sachant que la combustion de l'éthanol forme du dioxyde de carbone et de l'eau, quelle est l'énergie libérée par la combustion de l'ensemble du gel produit ?

On peut synthétiser de l'éthanol à partir d'eau et d'éthylène C_2H_4. En laboratoire, on le fait en phase gazeuse à $300\,°\mathrm{C}$ et à $70\,\mathrm{bar}$, avec ici $n_0(H_2O) = 0{,}6 n_0(C_2H_4)$.

2. Les industriels disent consommer 4% de l'éthylène initialement présent. Qu'en penser ?
3. Comment évolue la constante d'équilibre avec la température ? Expliquer alors le choix de cette température.
4. Expliquer le choix de la pression.

Données :

	$C_2H_{4(g)}$	éthanol liquide	éthanol gazeux	$H_2O_{(g)}$	$CO_{2(g)}$
$\Delta_f H^0$ (en $\mathrm{kJ \cdot mol^{-1}}$)	52	-278	-235	-242	-393
S_m^0 (en $\mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$)	219	160	282	189	214

Exercice 3 : Mammifères marins (CCINP)

Un mammifère peut être considéré comme une sphère de muscle de rayon R, dégageant une puissance volumique p et de température T_0. Cet animal se trouve dans un milieu de conductivité K, dont la température est T_∞.

1. Trouver une relation entre R, K, p, T_0 et T_∞.
2. Sachant que $K_{eau} = 500\,K_{air}$, expliquer pourquoi il n'existe pas de petits mammifères marins.

Exercice 4 : Électrolyte chargé (CCINP)

On s'intéresse à un électrolyte dans lequel on considère un conducteur massif occupant tout le demi espace $x \leq 0$. L'électrolyte contient des charges $+q$ positives, de nombre volumique $n_+(x) = n_0 \exp\left(-\dfrac{qV(x)}{k_B T}\right)$ et des charges $-q$ négatives de nombre volumique $n_-(x) = n_0 \exp\left(\dfrac{qV(x)}{k_B T}\right)$ où k_B désigne la constante de Boltzmann, T la température et $V(x)$ le potentiel électrostatique. On note $D = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0 k_B T}{n_0 q^2}}$.

1. Déterminer l'équation différentielle du second ordre que vérifie $V(x)$.

2. On suppose que $qV \ll k_B T$. Résoudre alors l'équation obtenue à la question précédente.

3. Déterminer la densité surfacique de charge σ à la surface du conducteur.

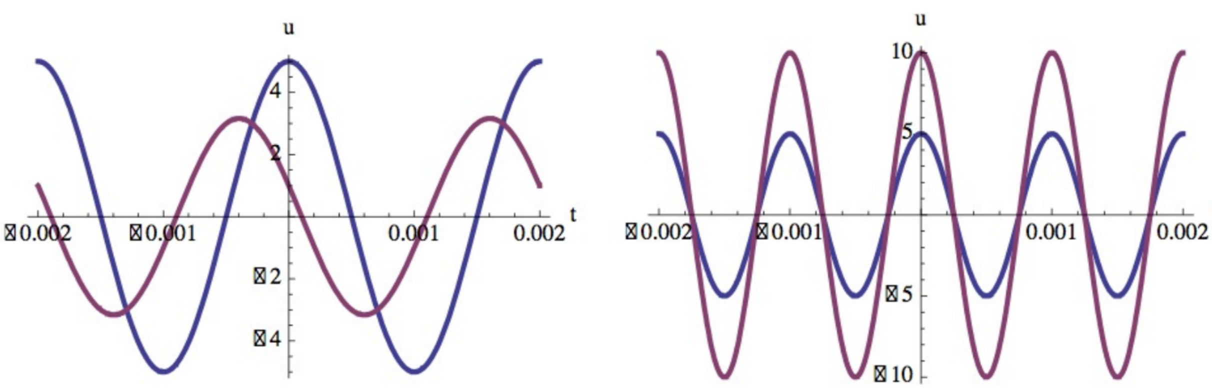
Donnée : on rappelle qu'à la surface d'un conducteur de densité surfacique σ, la composante tangentielle du champ électrique est continue et que la composante normale du champ électrique subit une discontinuité égale à $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Exercice 5 : Caractéristiques d'un filtre

On alimente un filtre de fonction de transfert :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - 1/x)}$$

en posant $x = f/f_0$ avec une tension sinusoïdale $u_e(t) = 5\cos(2\pi f t)$. On observe à l'oscilloscope les courbes ci-dessous, avec $f = 500\,\mathrm{Hz}$ (gauche) et $f = 1000\,\mathrm{Hz}$ (droite).



1. Calculer H_0, f_0 et Q.

2. Déterminer la tension de sortie $u_s(t)$ pour $f = 300\,\mathrm{Hz}$ et $f = 3000\,\mathrm{Hz}$. Représenter $u_s(t)$ pour $f = 300\,\mathrm{Hz}$.

Exercice 6 : Montage de Fraunhoffer pour les interférences (CCINP)

Le montage est composé d'une source ponctuelle S, d'une première lentille convergente, de deux trous d'Young séparés d'une distance a. Ils sont placés dans le plan focal objet d'une deuxième lentille convergente, de focale f'. L'onde est monochromatique, de longueur d'onde λ.

1. a) Tracer les rayons.
b) Déterminer la différence de marche.
c) Donner l'expression de I.
d) Quelle est l'allure des franges ? Donner l'expression de l'interfrange.

2. On place une lame d'indice n, d'épaisseur e, après un des deux trous d'Young. On observe un déplacement des franges de Δy.
a) Exprimer Δy.
b) On donne Δy, déterminer n.

3. On suppose désormais que n dépend de λ. On donne $n(\lambda) = n_0 + \dfrac{C}{\lambda^2}$, avec C et n_0 des constantes connues.
a) Montrer que l'ordre d'interférence p est une fonction de y et λ.
b) Donner les longueurs d'onde limites du visible λ_1 et λ_2.
c) Trouver la forme des franges à l'aide de $p(y = 0, \lambda_1)$ et $p(y = 0, \lambda_2)$.

Exercice 7 : Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène (CCINP)

1. Donner l'expression des niveaux d'énergie $\mathcal{E}_n$ d'une particule de masse m dans un puits de potentiel infini de longueur a.

2. On considère un modèle semi-classique de l'atome d'hydrogène, on note r la distance de l'électron au noyau. Calculer $\mathcal{E}_n$ en supposant que l'électron se trouve dans un puits de potentiel infini de longueur la demi-circonférence de l'atome.

3. L'énergie totale de l'électron, E_n, assimilable à une énergie potentielle effective, est la somme de $\mathcal{E}_n$ et de l'énergie potentielle d'interaction de l'électron avec le noyau. Donner l'expression de E_n.

4. Donner les positions r_n d'équilibre stable de l'électron. Calculer r_n pour $n \in \{1, 2, 3\}$.

5. Montrer que E_n peut s'écrire sous la forme $E_n = -\dfrac{E_0}{n^2}$. Donner l'expression et la valeur de E_0.

6. De quelle couleur est la radiation émise par un électron qui passe du niveau d'énergie 3 au 2 ?

Données : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$, $\hbar = 1{,}06 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$, $m = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

Exercice 8 : Disques et ressort (CCINP)

On considère un dispositif de deux disques de masse m liés par un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. L'ensemble est posé sur un support horizontal et peut coulisser sans frottement le long de l'axe (Oz) vertical. La hauteur du disque supérieur est repérée par son altitude $z(t)$ et on note $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ l'accélération de la pesanteur. Jusqu'à la question 5, on suppose le disque inférieur immobile.

1. Exprimer la position d'équilibre z_{eq} en fonction de m, g, k et ℓ_0.

On appuie sur le disque supérieur pour l'amener à une hauteur $z_0 < z_{eq}$, puis on le lâche sans vitesse initiale.

2. Donner l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$ en fonction de z_{eq} et $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

3. Donner l'expression de $z(t)$.

4. Exprimer la réaction $\vec{R}$ subie par le disque inférieur de la part du support.

5. Exprimer une condition sur z_0 pour laquelle le disque inférieur décolle, en fonction de z_{eq}, k, m et g.

6. On choisi $z_0 = z_{eq} - 4\dfrac{mg}{k}$. Donner l'instant t_0 auquel le disque inférieur décolle.

Exercice 9 : Masse sur un cerceau (CCINP)

Dans un repère $R'(O, x', z)$, on considère une masse M que l'on accroche à un cerceau de rayon R et de centre C en rotation autour de l'axe (Oz) avec une vitesse de rotation ω_0. On note $\theta(t)$ l'angle formé entre CM et l'axe (Oz).

1. Déterminer la vitesse de M dans le repère R', notée $\vec{v}_{M/R'}$ et la vitesse d'entrainement v_e.

2. Déterminer $\vec{a}_{M/R'}$, a_e, a_c. Exprimer également $\vec{a}_{M/R}$ par deux méthodes différentes.

3. Déterminer et représenter sur un schéma la force de coriolis et la force d'inertie d'entraînement.

4. Qu'appelle t-on "force centrifuge" ?

Exercice 10 : Cristallographie de l'or

L'or cristallise selon un réseau cubique à faces centrées. On donne $M(\text{Au}) = 197\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$.

1. Un cube d'or d'une masse $m = 1\,\text{kg}$ a une arête $L = 3{,}72\,\text{cm}$. Calculer le paramètre a de la maille cubique.

2. En déduire le rayon $R(\text{Au})$. Quelle est la compacité ?

3. Indiquer la position et le nombre de sites octaédriques par maille. Quel est le rayon maximal R_M d'un motif pouvant être inséré dans un site octaédrique sans déformation de la structure ?

Exercice 11 : Entropie échangée entre deux systèmes

1. **Interaction d'un système et d'un thermostat.**
Soit un système solide de capacité thermique C et de température T_1 plongé dans un thermostat de température T_0 avec lequel il peut échanger de l'énergie par transfert thermique. On suppose l'évolution quasi-statique de sorte à pouvoir définir $T(t)$ du système au cours de l'évolution.
   a) Quelle est la température finale du système ?
   b) Faire un bilan d'entropie pour le système en calculant ΔS, S_e et S_c.
   c) Faire un bilan d'entropie pour le thermostat en calculant ΔS_{th}, $S_{e,th}$ et $S_{c,th}$.
   d) Calculer ΔS_{tot}. Que remarque-t-on ?
2. **Interaction de deux systèmes symétriques.**
A présent, on considère deux systèmes solides de températures initiales T_{10} et T_{20} et de capacités thermiques C_1 et C_2 qui sont libre d'échanger de l'énergie par transfert thermique jusqu'à atteindre la température T_f. On suppose l'évolution quasi-statique de sorte à pouvoir définir $T_1(t)$ et $T_2(t)$ au cours de l'évolution.
   a) Calculer l'expression de la température finale T_f en fonction de T_{10}, T_{20}, C_1 et C_2.
   b) Faire un bilan d'entropie pour le système 1 en calculant ΔS_1, S_{e1} et S_{c1}.
   c) Faire un bilan d'entropie pour le système 2 en calculant ΔS_2, S_{e2} et S_{c2}.
   d) Calculer ΔS_{tot}. Que peut-on dire de l'entropie créée ?