Planche d'exercices n°3

Exercice 1 : Le jeu du chat et de la souris *CCinP*

Sur un parquet très glissant se trouve une souris S en plastique de masse m. Elle est fixée à une extrémité d'un fil inextensible de longueur L. À l'autre extrémité, pendant à travers un trou T percé dans le parquet, se trouve une masse $2m$. À $t = 0$, la masse $2m$ est juste en dessous du trou. Pour les applications numériques, on prendra $m = 100\,\text{g}$ et $L = 2{,}0\,\text{m}$.

Q.1 Trouver la relation entre l'accélération a_s de la souris et celle a_m de la masse $2m$.

Q.2 La vitesse initiale étant nulle, déterminer la position de la souris à l'instant t.

Q.3 Déterminer l'instant t_0 tel que la souris soit à $L/2$ du trou puis la vitesse de la souris à t_0.

Q.4 Un chat est sur le parquet et s'énerve. Il donne un coup de patte à la souris à t_0 et lui transmet une vitesse $v_1 = 1{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ orthogonale au fil. Déterminer et exprimer les constantes du mouvement.

Exercice 2 : Production d'un gel combustible *CCinP*

Pour créer un gel à brûler, on utilise 4 mL d'eau et 30 mL d'éthanol (de densité $d = 0{,}76$ et de masse molaire $M = 46\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$).

Q.1 Sachant que la combustion de l'éthanol forme du dioxyde de carbone et de l'eau, quelle est l'énergie libérée par la combustion de l'ensemble du gel produit ?

On peut synthétiser de l'éthanol à partir d'eau et d'éthylène C_2H_4. En laboratoire, on le fait en phase gazeuse à 300 °C et à 70 bar, avec ici $n_0(H_2O) = 0{,}6 n_0(C_2H_4)$.

Q.2 Les industriels disent consommer 4% de l'éthylène initialement présent. Qu'en penser ?

Q.3 Comment évolue la constante d'équilibre avec la température ? Expliquer alors le choix de cette température.

Q.4 Expliquer le choix de la pression.

Données :

	$C_2H_{4(g)}$	éthanol liquide	éthanol gazeux	$H_2O_{(g)}$	$CO_{2(g)}$
$\Delta_f H^0$ (en $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$)	52	−278	−235	−242	−393
S^0_m (en $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	219	160	282	189	214

Exercice 3 : Masse sur un cerceau *CCinP*

Dans un repère $R'(O, x', z)$, on considère une masse M que l'on accroche à un cerceau de rayon R et de centre C en rotation autour de l'axe (Oz) avec une vitesse de rotation ω_0. On note $\theta(t)$ l'angle formé entre CM et l'axe (Oz).

Q.1 Déterminer la vitesse de M dans le repère R', notée $\vec{v}_{M/R'}$ et la vitesse d'entrainement v_e.

Q.2 Déterminer $\vec{a}_{M/R'}$, a_e, a_c. Exprimer également $\vec{a}_{M/R}$ par deux méthodes différentes.

Q.3 Déterminer et représenter sur un schéma la force de coriolis et la force d'inertie d'entraînement.

Q.4 Qu'appelle t-on "force centrifuge" ?

Exercice 4 : Goutte d'eau *Mines-Ponts*

Une goute d'eau de rayon R et à température $T_0 = 10\,°\text{C}$ est lachée dans l'air à $T_a = -15\,°\text{C}$. Elle échange avec l'air le flux conducto–convectif $\Phi = h(T - T_a)S$. On ne prend pas en compte le phénomène de surfusion.

Q.1 Combien de temps faut-il pour que la goute soit à $T_{fus} = 0\,°\text{C}$?

Q.2 À partir du moment où la goute est à T_{fus}, quel temps faut-il pour qu'elle se solidifie complètement ?

Q.3 Comment justifier l'hypothèse formulée concernant la température dans la goutte ?

Q.4 Tracer l'évolution de la température au cours du temps depuis l'instant initial.

Données : $R = 0{,}20\,\text{mm}$, $h = 65\,\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$, $l_{fus} = 330\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, $\rho_{eau} = 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $c_l = 4{,}2\,\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$, $c_s = 2{,}1\,\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$, $\lambda_l = 0{,}6\,\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$, $\lambda_s = 2{,}1\,\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$.

Exercice 5 : Électrolyte chargé *CCinP*

On s'intéresse à un électrolyte dans lequel on considère un conducteur massif occupant tout le demi espace $x \le 0$. L'électrolyte contient des charges $+q$ positives, de nombre volumique $n_+(x) = n_0 \exp\left(-\frac{qV(x)}{k_BT}\right)$ et des charges $-q$ négatives de nombre volumique $n_-(x) = n_0 \exp\left(\frac{qV(x)}{k_BT}\right)$ où k_B désigne la constante de Boltzmann, T la température et $V(x)$ le potentiel électrostatique. On note $D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_0 q^2}}$.

Q.1 Déterminer l'équation différentielle du second ordre que vérifie $V(x)$.

Q.2 On suppose que $qV \ll k_BT$. Résoudre alors l'équation obtenue à la question précédente.

Q.3 Déterminer la densité surfacique de charge σ à la surface du conducteur.

Donnée : on rappelle qu'à la surface d'un conducteur de densité surfacique σ, la composante tangentielle du champ électrique est continue et que la composante normale du champ électrique subit une discontinuité égale à $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Exercice 6 : Rendement d'un moteur *Mines-Ponts*

On considère un moteur thermique réversible, fonctionnant avec une source chaude à la température constante T_c et une source froide à la température $T(t)$ variable, comprise entre deux températures T_0 et T_1 telles que $T_0 < T_1 < T_c$. La source froide est initialement à la température T_0 et on note C sa capacité thermique.

Q.1 Déterminer le rendement à un instant t en fonction de $T(t)$ et T_c.

Q.2 Déterminer le rendement entre les instants où la source froide passe de la température T_0 à T_1.

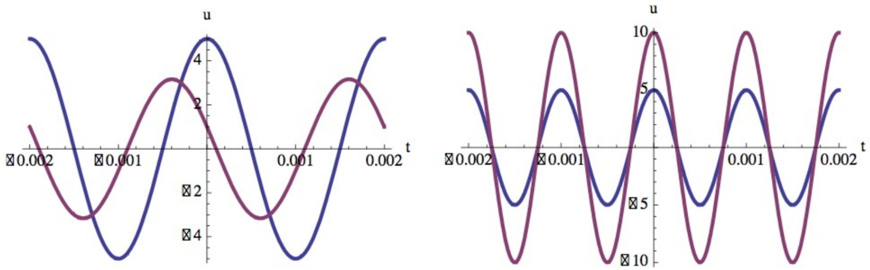
Q.3 À quelle température se trouve la source froide après que le moteur ait fourni un travail W_0 ?

Exercice 7 : Caractéristiques d'un filtre *CCinP*

On alimente un filtre de fonction de transfert :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - 1/x)}$$

en posant $x = f/f_0$ avec une tension sinusoïdale $u_e(t) = 5\cos(2\pi f t)$. On observe à l'oscilloscope les courbes ci-dessous, avec $f = 500\,\text{Hz}$ (gauche) et $f = 1000\,\text{Hz}$ (droite).



Q.1 Calculer H_0, f_0 et Q.

Q.2 Déterminer la tension de sortie $u_s(t)$ pour $f = 300\,\text{Hz}$ et $f = 3000\,\text{Hz}$. Représenter $u_s(t)$ pour $f = 300\,\text{Hz}$.

Exercice 8 : Montage de Fraunhoffer pour les interférences *CCinP*

Le montage est composé d'une source ponctuelle S, d'une première lentille convergente, de deux trous d'Young séparés d'une distance a. Ils sont placés dans le plan focal objet d'une deuxième lentille convergente, de focale f'. L'onde est monochromatique, de longueur d'onde λ.

Q.1 a) Tracer les rayons.
b) Déterminer la différence de marche.
c) Donner l'expression de I.
d) Quelle est l'allure des franges ? Donner l'expression de l'interfrange.

Q.2 On place une lame d'indice n, d'épaisseur e, après un des deux trous d'Young. On observe un déplacement des franges de Δy.
a) Exprimer Δy.
b) On donne Δy, déterminer n.

Q.3 On suppose désormais que n dépend de λ. On donne $n(\lambda) = n_0 + \dfrac{C}{\lambda^2}$, avec C et n_0 des constantes connues.
a) Montrer que l'ordre d'interférence p est une fonction de y et λ.
b) Donner les longueurs d'onde limites du visible λ_1 et λ_2.
c) Trouver la forme des franges à l'aide de $p(y = 0, \lambda_1)$ et $p(y = 0, \lambda_2)$.

Exercice 9 : Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène *CCinP*

Q.1 Donner l'expression des niveaux d'énergie $\mathcal{E}_n$ d'une particule de masse m dans un puits de potentiel infini de longueur a.

Q.2 On considère un modèle semi-classique de l'atome d'hydrogène, on note r la distance de l'électron au noyau. Calculer $\mathcal{E}_n$ en supposant que l'électron se trouve dans un puits de potentiel infini de longueur la demi-circonférence de l'atome.

Q.3 L'énergie totale de l'électron, E_n, assimilable à une énergie potentielle effective, est la somme de $\mathcal{E}_n$ et de l'énergie potentielle d'interaction de l'électron avec le noyau. Donner l'expression de E_n.

Q.4 Donner les positions r_n d'équilibre stable de l'électron. Calculer r_n pour $n \in \{1, 2, 3\}$.

Q.5 Montrer que E_n peut s'écrire sous la forme $E_n = -\dfrac{E_0}{n^2}$. Donner l'expression et la valeur de E_0.

Q.6 De quelle couleur est la radiation émise par un électron qui passe du niveau d'énergie 3 au 2 ?

Données : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$, $\hbar = 1{,}06 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$, $m = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\text{kg}$, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$.

Exercice 10 : Disques et ressort *CCinP*

On considère un dispositif de deux disques de masse m liés par un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. L'ensemble est posé sur un support horizontal et peut coulisser sans frottement le long de l'axe (Oz) vertical. La hauteur du disque supérieur est repérée par son altitude $z(t)$ et on note $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ l'accélération de la pesanteur. Jusqu'à la question 5, on suppose le disque inférieur immobile.

Q.1 Exprimer la position d'équilibre z_{eq} en fonction de m, g, k et ℓ_0.

On appuie sur le disque supérieur pour l'amener à une hauteur $z_0 < z_{eq}$, puis on le lâche sans vitesse initiale.

Q.2 Donner l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$ en fonction de z_{eq} et $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Q.3 Donner l'expression de $z(t)$.

Q.4 Exprimer la réaction $\vec{R}$ subie par le disque inférieur de la part du support.

Q.5 Exprimer une condition sur z_0 pour laquelle le disque inférieur décolle, en fonction de z_{eq}, k, m et g.

Q.6 On choisi $z_0 = z_{eq} - 4\dfrac{mg}{k}$. Donner l'instant t_0 auquel le disque inférieur décolle.
