DS 1 (2 heures)

Électronique

La calculatrice est **<u>autorisée</u>**

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

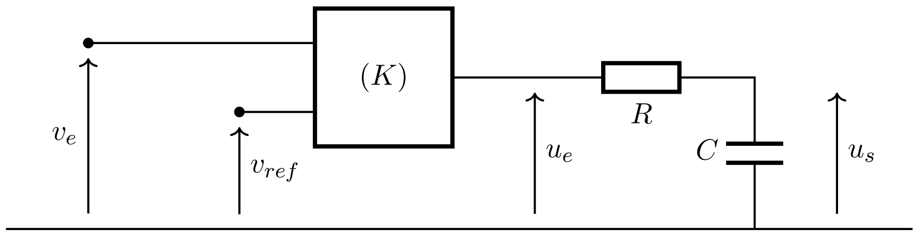
Critère	**Indicateur**
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrées.
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

Nombre de critères non respéctés	**Palier de Malus**	**Effet sur la note**
0	0	aucun
1–2	1	-3.3%
3–4	2	-6.7%
5–6	3	-10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : Principe de la détection synchrone

On s'intéresse à un système de détection composé d'un capteur qui délivre une tension électrique proportionnelle à l'intensité du signal étudié et d'un système dit de détection synchrone qui permet d'extraire des signaux électriques faibles qui sont noyés dans le bruit de la mesure. Le montage électrique est donné sur la figure suivante.



La tension d'entrée $v_e(t)$ délivrée par le capteur est multipliée par un signal de référence $v_{ref}(t)$ pour obtenir le signal $u_e(t) = K \cdot v_e \cdot v_{ref}$ avant d'être filtrée.

I – Caractérisation du filtre

On étudie tout d'abord le filtre RC. On se place en régime sinusoïdal forcé.

Q.1 À partir d'un raisonnement qualitatif prévoir la nature du filtre étudié.

Q.2 Retrouver la fonction de transfert en notation complexe $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ et mettre le résultat sous la forme canonique faisant intervenir un gain statique H_0 et une pulsation caractéristique ω_0.

Q.3 Quelle est la fréquence f_c pour laquelle $|H| = \dfrac{H_0}{\sqrt{2}}$?

Q.4 Tracer le diagramme de Bode asymptotique en gain et en phase de ce filtre.

Q.5 On suppose que $u_e = U_e \cos(2\pi f t)$:
a) Exprimer directement u_s dans les trois cas particuliers $f \ll f_c$, $f = f_c$, $f \gg f_c$.
b) Exprimer u_s sans faire aucune approximation.

II – Étude du multiplieur

Le signal d'entrée $v_e(t)$ est la somme d'un signal sinusoïdal de fréquence f_e et d'un terme de bruit que l'on notera $b(t)$ et que l'on supposera sinusoïdal de fréquence f_b : $b(t) = b_0 \cos(2\pi f_b t)$, soit $v_e(t) = V_e \cos(2\pi f_e t) + b(t)$. En réalité, le spectre de la tension de bruit comporte une multitude de fréquences $f_b > f_e$ mais pour simplifier l'étude, on ne tient compte ici que d'une seule fréquence de bruit. Uniquement pour les applications numériques, on supposera que le signal parasite a une fréquence $f_b = 600\,\mathrm{Hz}$ et que la fréquence f_e du signal d'entrée est $f_e = 500\,\mathrm{Hz}$.
Le signal de référence a la même fréquence f_e et s'écrit $v_{ref}(t) = V_{ref} \cos(2\pi f_e t)$. Il est synchrone avec le signal à mesurer.

Q.6 La constante K du multiplieur vaut 1/10. Indiquer son unité.

Q.7 Montrer que le signal u_e à la sortie du multiplieur s'écrit sous la forme d'une somme de quatre signaux dont on exprimera amplitude et fréquence. On écrira les harmoniques dans l'ordre croissant des fréquences : $u_e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$.

Q.8 Tracer le spectre en amplitude de u_e.

Q.9 Quelles sont les fréquences des deux composantes sinusoïdales du signal parasite que l'on obtient à la sortie du multiplieur ?

III – Conclusion

Q.10 Le signal à l'entrée du filtre RC est u_e déterminé précédemment. Préciser l'expression de l'amplitude des sorties s_1, s_2, s_3 et s_4 associées respectivement à e_1, e_2, e_3 et e_4.

Q.11 Comment s'écrit alors la sortie $u_s(t)$ en tenant compte des déphasages ?

Le signal parasite a une amplitude b_0 dix fois plus importante que l'amplitude V_e du signal que l'on cherche à mesurer.

Q.12 Si on souhaite atténuer l'amplitude de la composante de $u_s(t)$ associée au bruit parasite de plus basse fréquence par un facteur 1000 grâce au filtre RC, quelle valeur numérique doit on choisir pour f_c ?

Q.13 Quel est alors l'intérêt d'un tel filtre ? Préciser le signal de sortie $u_s(t)$ et commenter.

Exercice 2 : Filtrage d'une tension périodique

On se propose d'étudier différentes propriétés d'un filtre.

I – Préliminaires

On considère deux tensions $u_1(t)$ sinusoïdale et $u_2(t)$ créneau de période T et de fréquence $f = 1/T$, définies comme suit :

$$u_1(t) = U_1 \sin(2\pi f t) \qquad \text{et} \qquad u_2(t) = \begin{cases} U_2 & \text{si} \quad 0 < t \leq \dfrac{T}{2} \\ 0 & \text{si} \quad \dfrac{T}{2} < t \leq T \end{cases}$$

avec $U_2 = U_1 = 2\,\text{V}$. On montre que le signal $u_2(t)$ est décomposable en série de Fourier selon :

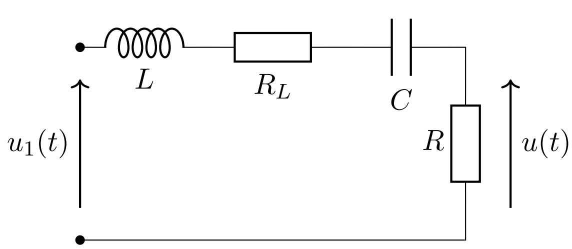
$$\underline{u}_2(t) = U_2 \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin\Big(2\pi(2n+1)ft\Big) \right]$$

Q.1 Déterminer les valeurs moyennes $< u_1 >$ et $< u_2 >$.

Q.2 Rappeler la définition de la valeur efficace. Quelles sont les valeurs efficaces de $u_1(t)$ et de $u_2(t)$? Applications numériques.

II – Étude du filtre en régime sinusoïdal forcé

On se propose de réaliser un filtre simple permettant d'isoler les diverses composantes sinusoïdales d'une tension périodique comme vérification expérimentale du théorème de Fourier.
Un dipôle est constitué par une bobine (inductance L et résistance interne R_L en série), un condensateur de capacité C et une résistance R en série. Il est alimenté par la tension sinusoïdale $u_1(t)$ d'amplitude U_1.



On étudie en régime sinusoïdal forcé la réponse $u(t)$, d'amplitude U_m, entre les bornes de la résistance R. On posera :

$$LC\omega_0^2 = 1 \qquad ; \qquad R' = R + R_L \qquad ; \qquad Q = \frac{L\omega_0}{R'}$$

Q.3 Établir la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u}}{\underline{u_1}}$.

Q.4 On définit le gain $G = U_m/U_1$. Pour quelle valeur de pulsation, G est-il maximal ? Quelle est alors la valeur de G_{max} ?
A.N. : calculer ω_0 et la fréquence f_0 associée si $L = 100\,\text{mH}$, $R_L = 32\,\Omega$ et $C = 0{,}25\,\mu\text{F}$.

Q.5 Pour réaliser le filtre on utilise une capacité de précision 5%. Quelle est alors l'incertitude sur ω_0 si on suppose une valeur exacte pour l'inductance ?

Q.6 Déterminer la largeur $\Delta\omega$ de la bande passante à -3dB en fonction de Q et de ω_0 (un calcul précis est attendu). On désire pouvoir laisser passer un signal de pulsation ω_0 tout en atténuant au mieux un signal de pulsation $2\omega_0$. Dans quel domaine faut-il choisir R pour qu'il en soit ainsi ?

Q.7 On choisit $R = 20\,\Omega$. Donner les valeurs numériques de Q et de $\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}$. Que vaut le rapport G/G_{max} lorsque $\omega = 1{,}1\,\omega_0$; $\omega = 1{,}5\,\omega_0$; $\omega = 2{,}0\,\omega_0$? Quelle est la nature de ce filtre ?

Lors d'une étude expérimentale, on applique les tensions $u_1(t)$ et $u(t)$ sur les deux voies d'un oscilloscope. La fréquence de u_1 est $f = 1{,}1 f_0$. La base de temps de l'oscilloscope est réglée sur 0,1ms/div et le gain vertical de chaque voie est de 0,5V/div.

Q.8 Représenter l'allure des signaux sur l'écran de l'oscilloscope en adoptant l'échelle : 1 div = 1 cm et en supposant que l'origine de temps (instant $t = 0$) est au centre de l'écran.

III – Séparation des composantes de Fourier de u_2

On utilise le filtre étudié dans la partie précédente avec $L = 100\,\text{mH}$; $R_L = 32\,\Omega$; $R = 20\,\Omega$ et C ajustable. Ce filtre est alimenté avec la tension $u_2(t)$ réglée sur la fréquence $f = 1{,}0\,\text{kHz}$.

Q.9 On pose $\omega = 2\pi f$. Quelles sont les pulsations ω_1, ω_2, ω_3 et ω_4 du fondamental et des trois premières harmoniques non nulles de $u_2(t)$, ainsi que leurs amplitudes associées ?

Q.10 On désire observer entre les bornes de R une tension $u(t)$ sinusoïdale de pulsation ω. Quelle valeur C_1 de C faut-il choisir ? Quelle est alors l'amplitude A_1 de la tension u observée ?
A.N. : calculer A_1.

Q.11 En toute rigueur, avec cette valeur de C_1, $u(t)$ est la somme de tensions sinusoïdales de pulsations ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, etc. Calculer l'amplitude A_2 de la tension de pulsation ω_2 et le rapport A_2/A_1. Que dire sans calculs des amplitudes associées aux autres pulsations ?

Q.12 On règle C de façon à observer successivement entre les bornes de R la manifestation des trois harmoniques suivantes de $u(t)$. Quelles valeurs successives C_2, C_3 et C_4 faut-il choisir ? Quelles sont dans chaque cas les amplitudes et les fréquences des tensions observées ?
A.N. : calculer les amplitudes des tensions observées.

• • • FIN • • •