

**DS 3 (4 heures)**  
***Thermodynamique (CCinP, E3A)***

La calculatrice est **autorisée**

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrees.
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

Nombre de critères non respectés	Palier de Malus	Effet sur la note
0	0	aucun
1-2	1	-3.3%
3-4	2	-6.7%
5-6	3	-10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

## Exercice 1 : Étude thermique d'un bâtiment

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique (FIGURE 1 ci-dessous) permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes. Cela permet de cibler les travaux d'isolation à effectuer. L'isolation peut s'effectuer par l'intérieur ou l'extérieur avec des matériaux adéquats. On pourra ensuite vérifier, à réception des travaux, l'efficacité de ces derniers.

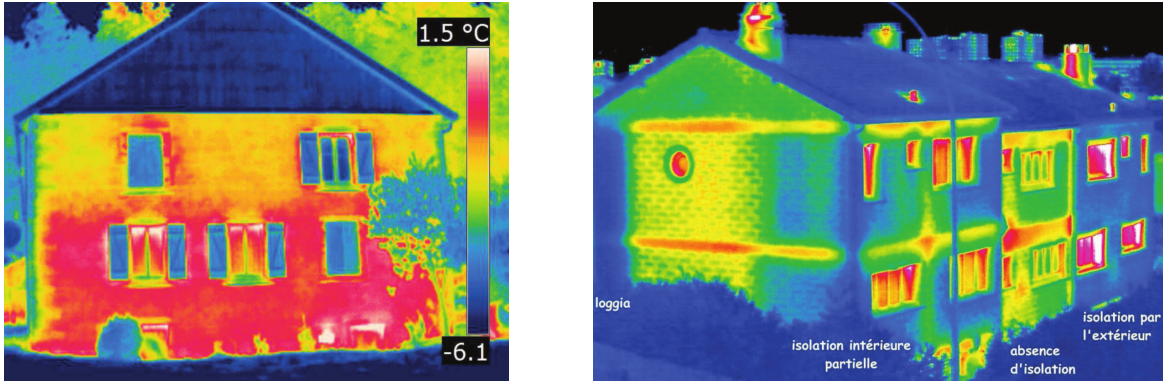


FIGURE 1 – Thermographie infrarouge

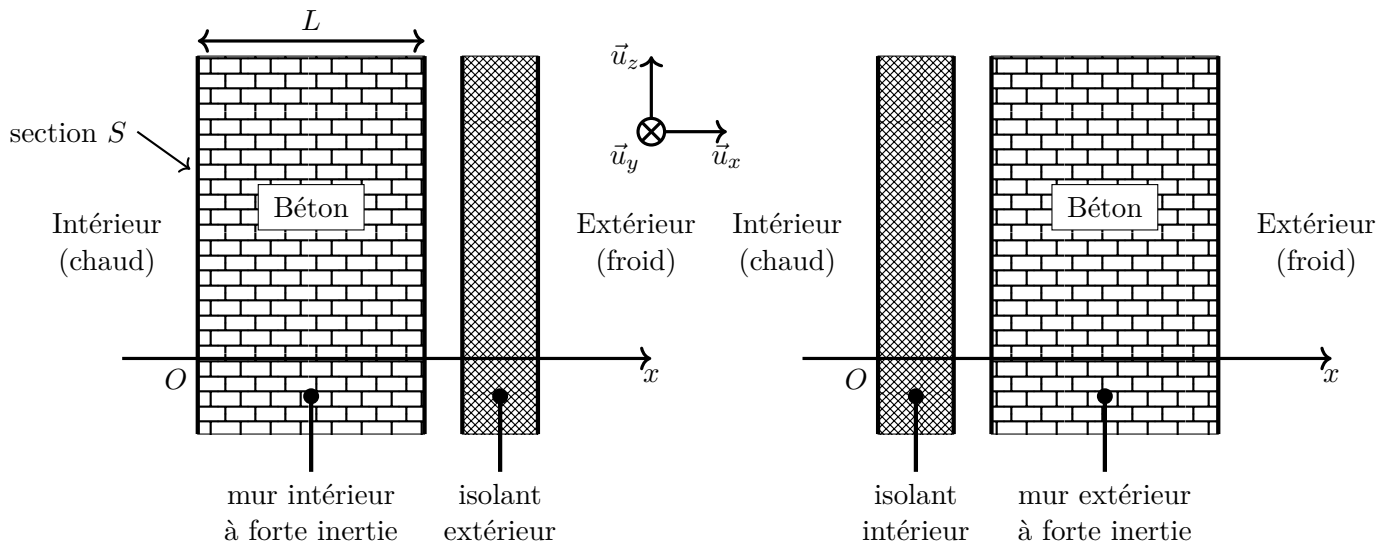


FIGURE 2 – Isolation par l'extérieur (gauche) ou par l'intérieur (droite)

### I – Préambule

#### I.A Modélisation de la pièce

On étudie une pièce parallépipédique de longueur  $a = 8$  m, de largeur  $b = 5$  m, de hauteur  $h = 2,5$  m et possédant un radiateur électrique de puissance maximale  $P = 2$  kW. Dans l'ensemble du problème, la pièce sera supposée parfaitement isolée au niveau du sol et du plafond. La capacité thermique à volume constant par unité de volume d'air est  $C_v = 1,25 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$ . On suppose pour le moment que la pièce est parfaitement calorifugée.

**Q.1** Quelle est la valeur de la capacité thermique  $C$  de la pièce ?

**Q.2** À l'aide d'un bilan d'énergie thermique appliqué à l'air de la pièce, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la température  $T(t)$  dans la pièce en fonction de  $C$  et de  $P$ .

- Q.3** Résoudre l'équation sachant que la température initiale de la pièce est  $T_0 = 10^\circ\text{C}$  puis tracer  $T(t)$ . Déterminer la durée nécessaire pour atteindre la température finale  $T_f = 20^\circ\text{C}$ .
- Q.4** Proposer un modèle électrique simple conduisant à une équation différentielle du même type. Préciser quelles sont les grandeurs électriques associées aux grandeurs thermodynamiques que sont  $T(t)$ ,  $C$  et  $P$ . Dessiner le montage électrique analogue.

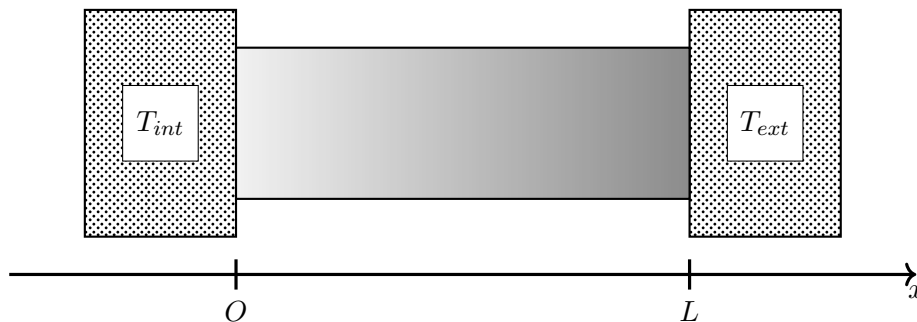
### I.B Influence des murs

La pièce est constituée d'une enceinte en béton d'épaisseur  $L = 15\text{ cm}$  et de masse volumique  $\rho = 2,2 \times 10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . On note  $c = 1,0 \times 10^3\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  la capacité thermique massique du béton et  $\lambda$  sa conductivité thermique ( $\lambda = 1,5\text{ SI}$ ).

- Q.5** Exprimer l'aire  $S_p$  de la surface de béton en contact avec l'air de la pièce en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $h$ . On ne prendra pas en compte le sol et le plafond et on négligera l'épaisseur des murs. Faire l'application numérique.
- Q.6** Exprimer le volume de béton  $V_b$  et la capacité thermique  $C_{mur}$  de l'enceinte en béton en fonction de  $S_p$ ,  $L$ ,  $\rho$  et  $c$ . Comparer numériquement  $C_{mur}$  à la capacité thermique de la pièce  $C$ . Par rapport à ces premiers résultats, quels commentaires pouvez-vous faire sur la durée de montée en température de la pièce en prenant en considération l'influence de la capacité thermique du mur ?

## II – Équation de la chaleur

On étudie la conduction thermique dans le mur modélisé par une barre de section  $S$ , de longueur  $L$  en contact avec deux thermostats de températures  $T_{int}$  et  $T_{ext}$ . On note :  $\vec{J} = j(x, t)\vec{e}_x$  le vecteur densité de flux thermique.



### II.A Généralités

- Q.7** Rappeler la loi de Fourier. Interpréter son signe. Donner une signification physique de  $j(x, t)$  et préciser son unité. Quelle est la dimension de la conductivité thermique ? En déduire son unité dans le système international.
- Q.8** À l'aide d'un bilan d'énergie thermique sur la tranche comprise entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$  du mur, établir l'équation de diffusion thermique c'est-à-dire l'équation différentielle régissant l'évolution de la température  $T(x, t)$  à l'intérieur du mur en fonction de  $\rho$ ,  $c$ , et  $\lambda$ .

### II.B Régime stationnaire

- Q.9** Rappeler la signification de *régime stationnaire*.
- Q.10** Les températures de surface seront prises égales à celles des thermostats. Résoudre l'équation de la diffusion thermique et déterminer alors la température  $T(x)$  à l'intérieur du mur à l'abscisse  $x$ . Tracer  $T(x)$ .

- Q.11** Définir et exprimer la température moyenne du mur notée  $T_{moy}$ . Indiquer la position particulière  $x_p$  où la température est égale à la température moyenne.
- Q.12** Exprimer la densité de flux  $j(x)$  qui traverse le mur. Que remarquez-vous ?
- Q.13** Calculer la puissance  $P_{min}$  que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à  $20^\circ\text{C}$  pour une température extérieure de  $10^\circ\text{C}$ . Commenter ce résultat par rapport au radiateur installé.

### III – Modélisation électrique

- Q.14** Par analogie avec la loi d’Ohm électrique, donner l’expression de la résistance thermique  $R_{mur}$  du mur étudié. Préciser son unité et calculer sa valeur.

Dans l’approche électrique et par extension du régime stationnaire, la modélisation du système composé de la pièce, du mur et du radiateur conduit au circuit électrique suivant :

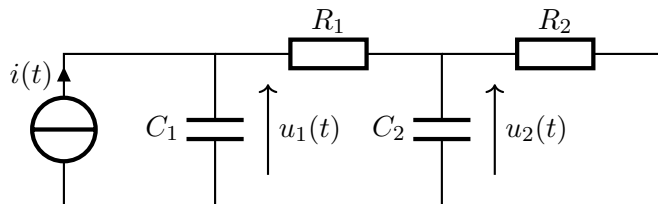


FIGURE 3 – Modélisation électrique

- Q.15** Justifier cette modélisation électrique par rapport à la première modélisation électrique. Expliciter les valeurs de  $I$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  en fonction des grandeurs  $P$ ,  $R_{mur}$ ,  $C$ ,  $C_{mur}$ , de la température de la pièce  $T(t)$ , de la température moyenne du mur  $T_{moy}(t)$  et la température extérieure  $T_{ext}$ .
- Q.16** Que devient ce circuit électrique en régime permanent continu ? Exprimer alors la tension  $u_2(t \rightarrow \infty)$ .

### IV – Isolation de la pièce

Afin de limiter sa consommation énergétique, le propriétaire décide d’isoler la pièce. Il peut disposer l’isolant à l’intérieur ou à l’extérieur du mur. Pour cela, il recouvre les murs d’un isolant de capacité thermique négligeable, de conductance thermique  $\lambda_i = 0,05 \text{ SI}$  et d’épaisseur  $e = 5 \text{ cm}$ .

- Q.17** Calculer la résistance thermique  $R_i$  relative à l’isolation de la pièce. Donner un ordre de grandeur de  $\beta$  tel que  $R_i = \beta R_{mur}$ .
- Q.18** Déterminer la nouvelle puissance nécessaire  $P'_{min}$  afin de maintenir une température dans la pièce de  $20^\circ\text{C}$  pour une température extérieure de  $10^\circ\text{C}$ . Commenter au regard des résultats précédents.
- Q.19** Modifier le schéma électrique de la FIGURE 3 pour prendre en compte l’isolation de la pièce (faire un schéma pour l’isolation intérieure et un autre pour l’isolation extérieure).
- Q.20** Quelle isolation est-il préférable de choisir pour maintenir une température la plus stable lors des variations jour/nuit ? Et pour que la maison soit chauffée rapidement en cas de retour de vacances lors desquelles le chauffage a été éteint ?

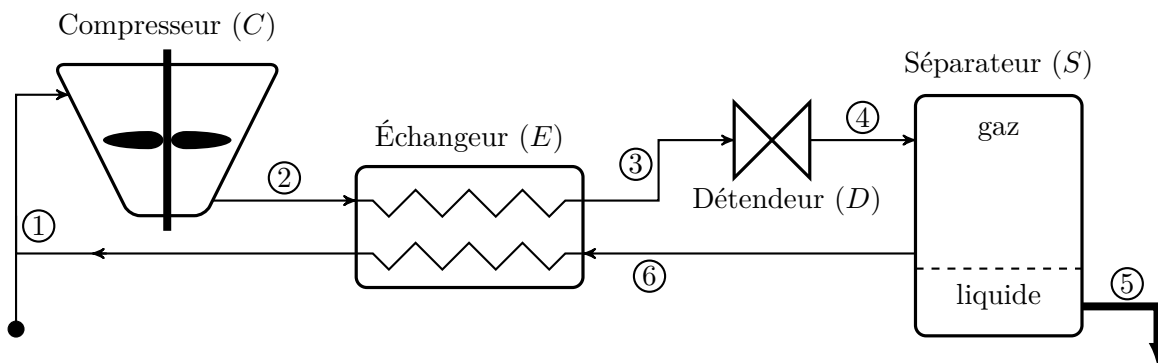
### V – Prise en compte des échanges à la surface

On prend en considération les échanges thermiques à la surface en contact avec l’air extérieur par la loi de Newton. On prendra pour le coefficient de transfert thermique de surface  $k = 10 \text{ SI}$ .

- Q.21** Rappeler la loi de Newton. Quelle est l'unité du coefficient  $k$  ?
- Q.22** Établir la relation en  $x = L$  entre le flux sortant de l'habitation  $\Phi$  et les données  $k$ ,  $S$ ,  $T_{ext}$  et  $T(L)$ .
- Q.23** Modéliser l'échange thermique en  $x = L$  par une résistance thermique notée  $R_e$ . Comparer numériquement  $R_e$  à  $R_{mur}$ .
- Q.24** Quelle est la conséquence principale de  $R_e$  sur l'installation ? Calculer la nouvelle puissance  $P''_{min}$  à délivrer afin de maintenir la température intérieure à  $20^\circ\text{C}$  pour une température extérieure de  $10^\circ\text{C}$ .
- Q.25** Comment modéliser la prise en considération du sol de la pièce ? Comment traduire l'influence de la présence d'une fenêtre dans la pièce ? Élaborer un modèle électrique plus complet de la pièce (avec isolation intérieure).
- Q.26** En revenant sur les photographies de la FIGURE 1, quel phénomène avons nous négligé ?

## Exercice 2 : Procédé Linde-Hampson pour la liquéfaction du diazote

La figure ci-dessous représente le schéma de principe du procédé LINDE-HAMPSON utilisé pour produire de l'azote liquide.



- L'azote entre dans le compresseur  $C$  dans l'état 1 ( $P_1 = 1,0$  bar et  $T_1 = 290$  K) pour y subir une compression isotherme qui l'amène à l'état 2 ( $P_2 = 100$  bar et  $T_2 = T_1 = 290$  K)
- Il est alors refroidi à pression constante ( $P_3 = P_2$ ) dans l'échangeur  $E$  jusqu'à  $T_3$
- Il est ensuite détendu jusqu'à la pression atmosphérique ( $P_4 = P_5 = P_6 = P_1 = 1,0$  bar) dans le détendeur  $D$ . L'azote sortant du détendeur  $D$  est un mélange de gaz et de liquide.
- Le liquide 5 est extrait au niveau du séparateur  $S$ , qui renvoie la vapeur sèche saturante (état 6) dans l'échangeur thermique  $E$ . C'est ce fluide froid 6 – 1 qui permet de refroidir le fluide chaud 2 – 3.
- Le diazote gazeux est ramené à l'état 1 à la sortie de l'échangeur  $E$ .

On note  $D_m$  le débit massique dans le circuit 2 – 3 – 4,  $D'_m$  le débit massique dans le circuit 6 – 1 et  $D_\ell$  le débit massique d'azote liquide qui sort du séparateur  $S$  en 5. L'étude de ce procédé de liquéfaction est effectuée en utilisant les propriétés thermodynamiques réelles lues sur le diagramme enthalpique fourni en annexe, à rendre avec la copie.

Dans tout le problème, on néglige les variations d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle de pesanteur. L'installation fonctionne en régime stationnaire.

## Préliminaires

- Q.1** Considérons une machine en régime stationnaire. Quand elle est traversée par un fluide, celui-ci y échange le travail utile  $w_u$  avec les parties mobiles de la machine et la chaleur  $q$ . On note  $h_e$  et  $h_s$  les valeurs de l'enthalpie massique du fluide à l'entrée et à la sortie de la machine. Par quelle relation entre ces grandeurs se traduit le premier principe ?
- Q.2** En notant  $s_e$  et  $s_s$  les valeurs de l'entropie massique du fluide à l'entrée et à la sortie de la machine, par quelle relation se traduit le second principe ?

Sur le diagramme fourni en annexe (à rendre avec la copie) :

- Q.3** Identifier la grandeur conservée le long de la courbe  $\mathcal{C}_1$ . En justifiant votre réponse, déterminer l'allure de l'asymptote de cette courbe à basse pression.
- Q.4** Identifier la grandeur conservée le long de la courbe  $\mathcal{C}_2$ . Justifier qualitativement le sens de variation de cette courbe.
- Q.5** Identifier et nommer les états possibles du diazote sur la courbe  $\mathcal{C}_3$ .
- Q.6** Identifier la grandeur conservée le long de la courbe  $\mathcal{C}_4$ . On considère la transformation amenant le diazote de l'état représenté par le point  $M_1$  à celui représenté par le point  $M_2$  suivant le segment  $[M_1M_2]$ . Décrire l'état du diazote en  $M$ .

## Compresseur

La compression de l'azote s'y effectue de façon isotherme et réversible de l'état 1 jusqu'à l'état 2. Pour ce faire, les parois du compresseur sont en contact avec un thermostat qui en maintient la température constante. Celle-ci sera prise égale à celle de l'azote comprimé, soit  $T_1 = 290$  K.

- Q.7** Placer les points 1 et 2 sur le diagramme de l'azote et déterminer leurs enthalpies et entropies massiques.
- Q.8** Calculer le transfert thermique fourni par le thermostat par kilogramme d'azote comprimé.
- Q.9** Calculer le travail utile massique  $w_{u,C}$  reçu par l'azote dans le compresseur.

Pour les questions suivantes, on admettra que le détendeur  $D$ , le séparateur  $S$  et l'échangeur  $E$  sont parfaitement calorifugés et ne contiennent aucune pièce mécanique mobile.

## Détendeur

- Q.10** Déterminer, en la justifiant, la nature de la transformation dans le détendeur  $D$ .
- Q.11** En déduire, en utilisant le diagramme, que la température  $T_3$  dans l'état 3 doit être inférieure à une valeur  $T_{3,max}$  pour que le fluide dans l'état 4 puisse être un mélange de liquide et de gaz. Toujours avec le diagramme, estimer la valeur de  $T_{3,max}$ .

## Séparateur

Celui-ci comporte une entrée et deux sorties. En 5, on extrait l'azote liquide saturant et en 6 la vapeur d'azote sèche saturante.

- Q.12** Placer les points 5 et 6 sur le diagramme et déterminer leurs enthalpies et entropies massiques.
- Q.13** On note  $y$  la fraction massique d'azote liquide en 4 et  $x$  la fraction massique d'azote gazeux en 4. Quelle

est la relation entre  $x$  et  $y$  ?

**Q.14** En appliquant un bilan enthalpique au séparateur (qui est parfaitement calorifugé et ne contient aucune partie mobile), montrer que l'on obtient la relation :  $h_4 = yh_5 + (1 - y)h_6$ .

### Échangeur thermique

On rappelle que le débit massique d'azote dans le circuit 2 – 3 – 4 est noté  $D_m$  et celui dans le circuit 6 – 1 est noté  $D'_m$ . On note  $\Phi$  la puissance échangée entre les circuits 2 – 3 et 6 – 1.

**Q.15** Exprimer le débit massique  $D'_m$  en fonction de  $y$  et de  $D_m$ .

**Q.16** Exprimer les transferts thermiques massiques  $q$  et  $q'$  reçus par le fluide respectivement dans les circuits 2 – 3 et 6 – 1. En déduire que  $D_m(h_3 - h_2) + D'_m(h_1 - h_6) = 0$ .

**Q.17** Déduire des deux questions précédentes une relation entre  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_6$  et  $y$ .

**Q.18** Montrer alors que :  $y = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_5}$ . Faire l'application numérique.

**Q.19** Calculer les valeurs de  $h_3$  et  $h_4$  et placer les points 3 et 4 sur le diagramme.

**Q.20** Calculer le travail  $w'_{u,C}$  fourni au niveau du compresseur par kilogramme d'azote liquide produit.

• • • FIN • • •





**Annexe du DS 3**  
(À détacher et à rendre avec la copie)

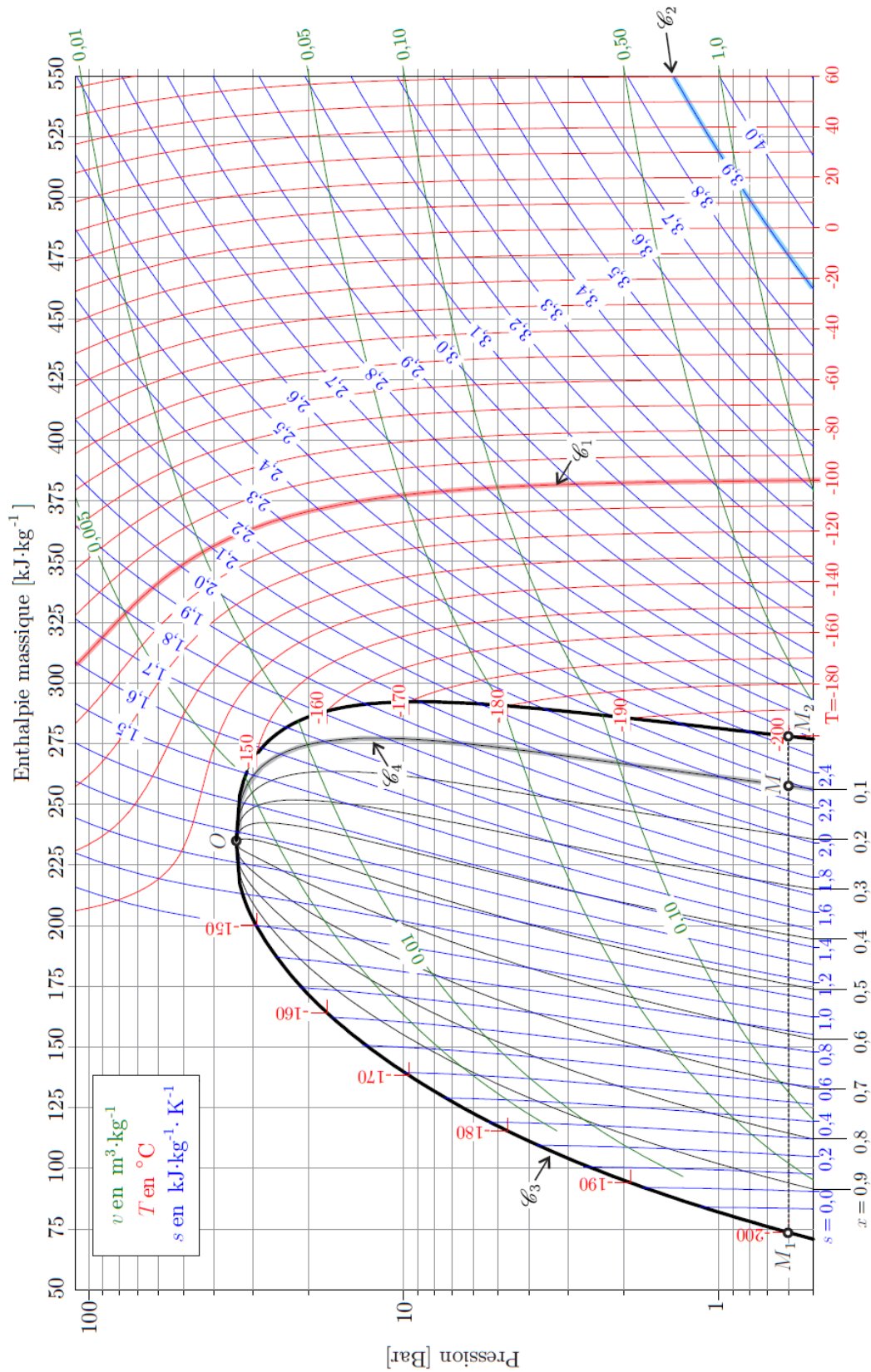


FIGURE A – Diagramme enthalpique du diazote, Exercice 2