

DS 4 (Centrale, Mines–Ponts) (4 heures)

Thermochimie, Électrostatique

La calculatrice est autorisée

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrees.
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

Nombre de critères non respectés	Palier de Malus	Effet sur la note
0	0	aucun
1–2	1	–3.3%
3–4	2	–6.7%
5–6	3	–10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : L'anémométrie à fil chaud

L'anémométrie à fil chaud est une technique permettant de mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide. Elle est basée sur l'influence de la vitesse d'écoulement du fluide sur le transfert thermique conducto-convectif d'un solide conducteur plongé dans ce fluide.

Le système le plus couramment utilisé est un petit fil cylindrique, d'un diamètre typique d_w de l'ordre de quelques micromètres, parcouru par un courant et donc chauffé par effet Joule.

Ce petit fil est fixé à des broches d'alimentation par l'intermédiaire d'une gaine d'adaptation qui permet notamment l'alimentation du fil et de fixer la longueur active du fil, notée L_w qui est ici de l'ordre de quelques millimètres.

Quelques valeurs numériques concernant certaines caractéristiques physiques du fil chaud sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

Matériau	Résistivité ρ_{20} à 20 °C ($\mu\Omega \cdot \text{cm}$)	Conductivité thermique λ_w ($\text{W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	Masse volumique μ_w ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	Capacité thermique c_w ($\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)
Tungstène	5,5	1,9	$1,93 \times 10^4$	0,14
Platine	9,8	0,72	$2,15 \times 10^4$	0,13
Platine-iridium	32	0,17	$2,16 \times 10^4$	0,13

Les applications numériques seront réalisées avec au plus 2 chiffres significatifs.

I – Étude énergétique de l'anémomètre

Le fil conducteur (en tungstène par exemple) est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I . Il est plongé dans un fluide en écoulement. On utilisera les notations suivantes :

- Caractéristiques du fil (que l'on repère avec l'indice « w » pour wire en anglais) : masse volumique μ_w , capacité thermique massique c_w , température T_w , résistivité (inverse de la conductivité) électrique ρ_w , conductivité thermique λ_w , longueur L_w et diamètre d_w .
- Caractéristiques du fluide (généralement de l'air que l'on repère lorsqu'il y a ambiguïté avec l'indice « f » pour fluide) et de l'écoulement : masse volumique μ_f , viscosité η , température T_f , pression p_f , vitesse de l'écoulement \vec{V} . Ces caractéristiques sont supposées constantes pendant la mesure.

Si l'on note h le coefficient de transfert thermique conducto-convectif, la puissance thermique surfacique cédée par le fil au fluide à travers la surface S est donnée par la loi de Newton :

$$\frac{\delta \dot{Q}_f}{dS} = h(T_w - T_f)$$

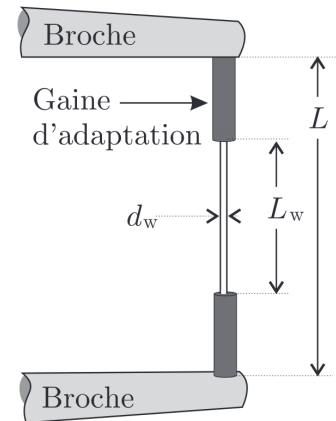


FIGURE 1 – Anémomètre

I.A Bilan d'énergie dans le fil chaud

On notera (Ox) l'axe du fil, ses extrémités étant situées en $x = \pm L_w/2$. Sa résistance électrique totale est donnée par :

$$R_w = \frac{4\rho_w L_w}{\pi d_w^2}$$

- Q.1** Exprimer la puissance \mathcal{P}_J dissipée par effet Joule dans le fil en fonction de ρ_w , L_w , d_w et I , puis la puissance volumique dissipée par effet Joule : $\mathcal{P}_v = \frac{d\mathcal{P}_J}{d\tau}$.
- Q.2** Rappeler la loi de Fourier de la conduction thermique. Définir les grandeurs intervenant dans cette loi. On dit souvent qu'il s'agit d'une loi phénoménologique. Que cela signifie-t-il ? La température est supposée homogène sur chaque section du fil d'abscisse x . Que peut-on en déduire ? Établir l'équation de diffusion thermique dans le cas d'un fil à la température $T(x, t)$ où seuls les transferts thermiques par conduction ont lieu.

On se place en régime permanent dans tout le reste de cette partie I et on suppose la vitesse \vec{V} de l'écoulement uniforme et indépendant du temps. En plus des transferts thermiques par conduction, on prend en compte les transferts thermiques par conducto-convection et ceux provenant de l'effet Joule.

- Q.3** Dans la loi de Newton, la grandeur h dépend de la vitesse \vec{V} de l'écoulement. Quelle est son unité ? Expliquer qualitativement comment varie h en fonction de $V = \|\vec{V}\|$. Expliquer alors comment évolue T_w quand V augmente.
- Q.4** En effectuant un bilan énergétique sur un élément de volume de fil compris entre les abscisses x et $x + dx$, établir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température $T_w(x, t)$.

La résistivité du fil dépend en fait de la température T_w de ce dernier. Expérimentalement, on mesure que si le fil est en contact avec un fluide à la température T_f , sa résistivité ρ_w vérifie la relation :

$$\rho_w = \rho_0[1 + \alpha(T_w - T_f)] \quad (1)$$

où ρ_0 est la résistivité à la température du fluide et $\alpha = 10^{-3} \text{K}^{-1}$ est un coefficient expérimental supposé constant. On note enfin $T_1(x) = T_w(x) - T_f$.

- Q.5** Mettre l'équation obtenue à la question précédente sous la forme :

$$\frac{d^2 T_1}{dx^2} + K_1 T_1(x) + K_2 = 0 \quad (2)$$

et exprimer les constantes K_1 et K_2 en fonction de l'intensité I et des caractéristiques du fil, du fluide et de l'écoulement. On montrera, en particulier, que $\alpha K_2 = K_1 + 4h/(d_w \lambda_w)$. Dans la plupart des anémomètres à fil chaud, K_1 est négatif. Déterminer la condition correspondante sur le coefficient conducto-convectif h .

On se place dans ce cas dans toute la suite et on pose :

$$\ell_c = \frac{1}{\sqrt{|K_1|}}$$

On considère que le contact thermique assuré par les gaines d'adaptation entre les extrémités du fil et les broches de l'anémomètre (voir FIGURE 1) se fait sans résistance thermique (contact parfait). Les broches et les gaines sont à la température T_f du fluide.

Q.6 Rappeler la définition d'une résistance thermique ainsi que son unité. Quelle est la conséquence d'un contact sans résistance thermique ?

Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (2).

En tenant compte des conditions aux limites dans le problème et de sa symétrie, montrer que $T_1(x)$ s'exprime assez simplement à partir de la fonction cosinus hyperbolique. En déduire l'expression du profil de température $T_w(x)$ dans le fil de la sonde en fonction de x , ℓ_c , K_2 , T_f et L_w .

Q.7 Déterminer la puissance thermique \dot{Q}_g cédée par le fil à l'ensemble des deux gaines d'adaptation en fonction de ℓ_c , K_2 , L_w , λ_w et d_w .

Q.8 Montrer que la moyenne spatiale $\langle T_w \rangle$ de la température du fil s'écrit selon la relation :

$$\langle T_w \rangle = T_f + K_2 \ell_c^2 \left[1 - \Lambda \tanh \left(\frac{L_w}{2\ell_c} \right) \right]$$

dans laquelle on précisera l'expression du paramètre Λ .

La FIGURE 2 représente la distribution de température dans le fil chaud pour différentes valeurs du rapport $k = \frac{L_w}{2\ell_c}$. La fonction tracée est $f(y) = \frac{T_w - T_f}{\langle T_w \rangle - T_f}$ avec $y = x/L_w$.

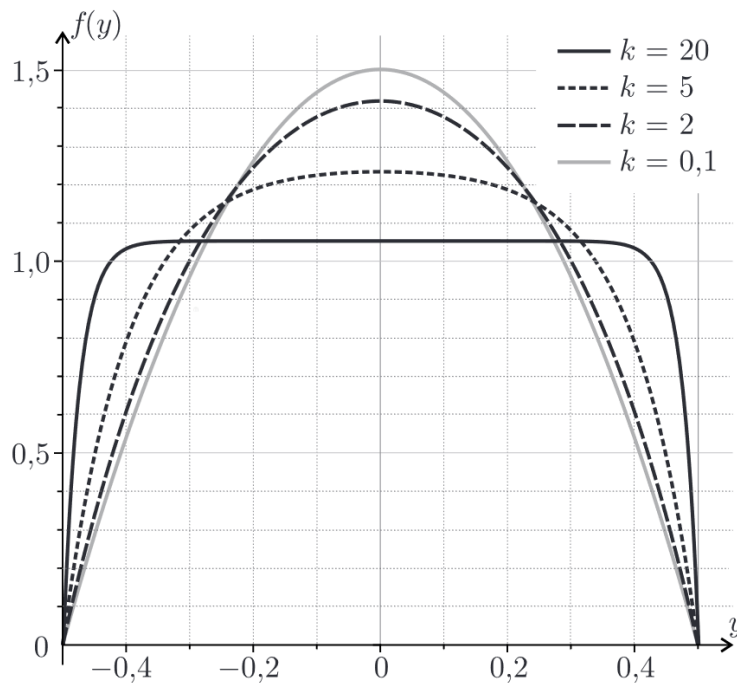


FIGURE 2 – Représentation graphique de la fonction $f(y)$ pour quatre valeurs du paramètre k .

Q.9 Pour un fil de tungstène de diamètre $d_w = 5 \mu\text{m}$, de longueur $L_w = 1,2 \text{ mm}$ et fonctionnant dans un régime de température T_w tel que $\ell_c = 30d_w$, évaluer, en faisant les approximations pertinentes, la valeur numérique du coefficient

$$\xi = \frac{T_{w,max} - T_f}{\langle T_w \rangle - T_f}$$

où $T_{w,max}$ est la température maximale atteinte dans le fil. En exploitant la FIGURE 2, commenter la valeur trouvée.

I.B Puissance thermique cédée au fluide

Q.10 Commenter les courbes de la FIGURE 2. Quelle approximation peut-on faire quant à la température T_w dans le cas d'un fil long (on précisera ce que « long » signifie ici) ?

La résistivité ρ_w du fil est toujours supposée dépendre de la température du fluide avec lequel il est en contact selon la relation (1).

Q.11 Calculer la résistance $R_{w,\infty}$ d'un fil supposé long en fonction de sa résistance R_0 à la température T_f , de α et des températures $\langle T_w \rangle$ et T_f .

Toujours dans le cadre d'un fil long, on fait l'hypothèse que la puissance thermique \dot{Q}_g cédée par le fil aux deux gaines d'adaptation est négligeable devant la puissance \dot{Q}_j dissipée par effet Joule le long du fil ou celle, notée \dot{Q}_f , correspondant aux échanges thermiques conducto-convectifs reçus par le fluide à l'interface entre le fil et le fluide.

Q.12 Déterminer, en régime permanent, l'expression de \dot{Q}_j en fonction de la différence $\langle T_w \rangle - T_f$.

Pour un fluide de viscosité η et de masse volumique μ_f , qui s'écoule à la vitesse V autour d'un obstacle fixe de taille caractéristique d_w , on définit le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e = \frac{\mu_f V d_w}{\eta}$. Il compare deux modes de transport au sein du fluide.

Q.13 Sachant que la viscosité η s'exprime en Pa · s, déterminer la dimension de \mathcal{R}_e .

On définit par ailleurs le nombre de Nusselt, $\mathcal{N}_u = \frac{h d_w}{\lambda_f}$.

Q.14 Déterminer la dimension de \mathcal{N}_u et proposer une interprétation physique de cette quantité. Comment varie \mathcal{N}_u lorsque la vitesse V du fluide s'écoulant autour du fil augmente ?

On admet que le nombre de Nusselt vérifie la loi de King $\mathcal{N}_u = A + B\sqrt{\mathcal{R}_e}$ où A et B sont des constantes connues qui ne dépendent que de la nature du fluide en écoulement.

Q.15 En exploitant l'expression de $\langle T_w \rangle$ obtenue à la Q.8 et les résultats de la Q.5, montrer que dans le cas d'un fil long on peut écrire :

$$\ell_c = \frac{d_w}{2} \theta^\nu \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{1}{\mathcal{N}_u} \frac{\lambda_w R_{w,\infty}}{\lambda_f R_0} \quad (3)$$

On précisera la valeur numérique de l'exposant ν .

Q.16 On considère de nouveau un fil de longueur L_w quelconque. Établir l'expression de la puissance thermique \dot{Q}_f associée au transfert conducto-convectif du fil vers le fluide.

On suppose que la relation (3) reste valable en ordre de grandeur pour un fil de longueur quelconque et que, de plus, le coefficient θ qu'elle fait intervenir est de l'ordre de l'unité pour toutes les mesures effectuées.

Q.17 En étudiant le rapport \dot{Q}_f/\dot{Q}_g , et sachant que dans le contexte d'étude $\mathcal{N}_u \simeq 10$ SI, justifier *a posteriori* que l'on puisse simplifier le problème en ne considérant pas les pertes dans les gaines d'adaptation sous l'hypothèse d'un fil long.

En utilisant le résultat de la question Q.12 et en supposant que l'on puisse appliquer la loi de King, montrer que, pour un fil long, la mesure de la vitesse V du fluide se ramène à une mesure de résistance. On déterminera l'expression de V en fonction notamment de $R_{w,\infty}$, R_0 et I .

II – Réponse impulsionnelle

On étudie à présent une autre technique qui utilise une réponse impulsionnelle. On néglige la conduction thermique dans le fil et entre le fil et les broches. On suppose donc, conformément à ce qui a été fait précédemment, que la température du fil est homogène et ne dépend que du temps, tout comme sa résistance toujours obtenue dans le cadre du modèle de résistivité résumé par la relation (1). Hormis la température et donc la résistance, que l'on note maintenant $T_e(t)$ et $R_e(t)$, les caractéristiques du fil sont supposées identiques à celles du fil utilisé dans la partie I.

Le fil, froid initialement (c'est-à-dire à la température du fluide environnant T_f), est traversé par une impulsion électrique d'intensité $I = 1$ A et d'une durée τ de quelques μ s, appelée « phase de chauffe », à l'issue de laquelle le fil s'est donc échauffé.

On fait ensuite passer un faible courant $I_0 = 1$ mA, dont on négligera l'influence thermique, et on mesure la tension à ses bornes en fonction du temps. On obtient ainsi l'évolution de la résistance électrique $R_e(t)$ en fonction du temps et donc celle de sa température $T_e(t)$. Les caractéristiques du régime transitoire vont dépendre notamment de la norme V de la vitesse de l'air.

Pendant la phase de chauffe, l'impulsion étant très brève, on négligera les pertes d'énergie dues à la convection de l'air autour du fil lors de cette phase. L'origine des temps $t = 0$ correspond au début de l'impulsion électrique.

Q.18 Montrer que, pendant la phase de chauffe, la température $T_e(t)$ vérifie une équation différentielle qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d(T_e - T_f)}{dt} - \frac{1}{\tau_1}(T_e - T_f) = \frac{R_0 I^2}{C} \quad (4)$$

où l'on exprimera la durée caractéristique τ_1 de montée en température et le paramètre C en fonction des paramètres du problème. Que représente C ?

Q.19 Résoudre l'équation (4) en exprimant finalement $T_e(t)$ en fonction de t , T_f , α et τ_1 .
En déduire, en fonction de τ , τ_1 et α , l'expression de l'amplitude de l'impulsion thermique $\Delta T_{e,max} = T_{e,max} - T_f$ obtenue dans le fil après qu'il ait été parcouru par l'impulsion de courant.

Q.20 Une fois l'impulsion terminée, c'est-à-dire pour $t > \tau$, le fil ne reçoit plus de courant qui le chauffe, il se refroidit par convection au contact thermique de l'air en mouvement. Déterminer la température du fil $T_e(t)$ durant cette phase dite de relaxation en fonction de t , τ , T_f , $\Delta T_{e,max}$ ainsi que d'une nouvelle durée τ_2 caractéristique de cette phase de relaxation dépendant notamment de \mathcal{N}_u .

Sur la FIGURE 3 ci-dessous le graphe de gauche indique l'allure de $T_e(t)$ mesurée lors des phases de chauffe et de relaxation au contact de deux écoulements de vitesse différente. Le graphe de droite montre de façon plus quantitative en échelle semi-logarithmique, des relevés expérimentaux de la phase de relaxation pour différentes valeurs de la norme de la vitesse de l'écoulement.

Q.21 Pendant la phase de chauffe, on constate sur la partie gauche de la FIGURE 3 que les deux courbes sont confondues. Quelle hypothèse émise plus haut ce résultat permet-il de confirmer ?

Q.22 Expliquer qualitativement comment l'analyse des courbes de la FIGURE 3 permet une autre mesure de la norme de la vitesse de l'écoulement du fluide.

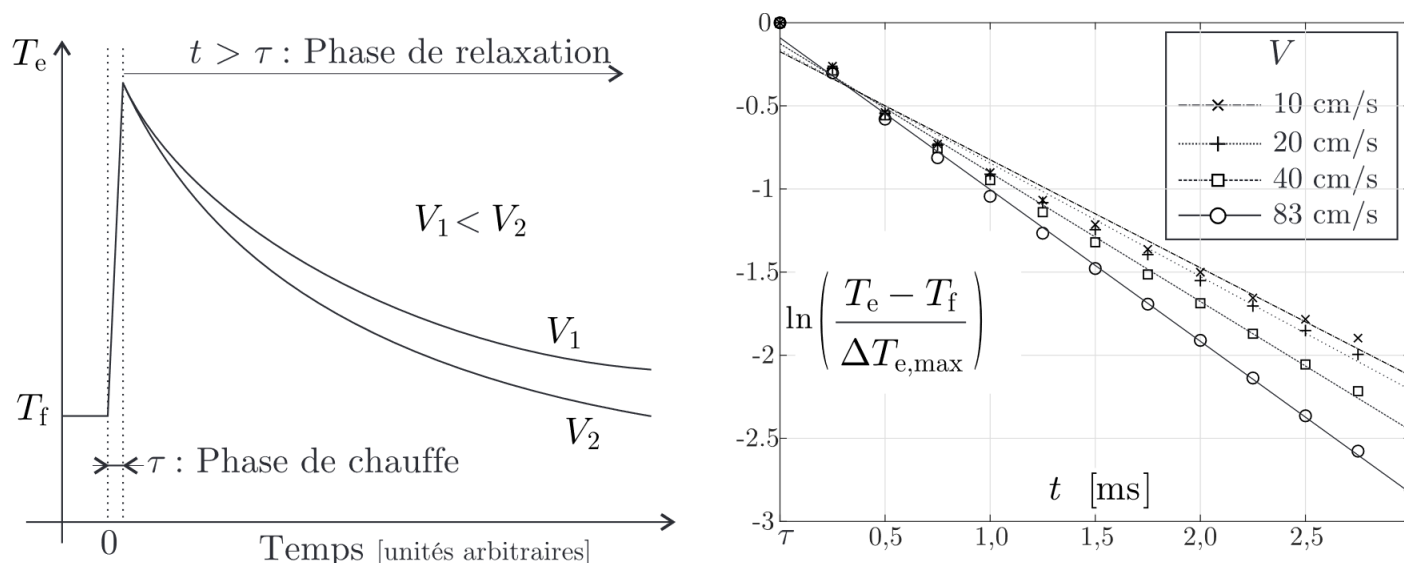


FIGURE 3 – Mesures de température du fil. Sur la figure de droite on a représenté les mesures et leurs différentes régressions linéaires.

Exercice 2 : Autour du protoxyde d'azote

Le protoxyde d'azote de formule brute N_2O est aussi connu sous le nom de gaz hilarant. C'est un gaz aux nombreux usages : il est utilisé dans les cartouches pour siphon à chantilly, dans certains aérosols, dans les kits *NOS* qui augmentent la puissance des moteurs à combustion interne, ou encore en chirurgie comme agent analgésique et anesthésique. Mais détourné de ces usages courants, il est parfois inhalé comme produit euphorisant, ce qui lui vaut une surveillance accrue par l'observatoire français des drogues et des toxicomanies. Cette pratique dangereuse et addictive, touchant souvent un public jeune et insouciant, est à proscrire absolument.

I – Le protoxyde d'azote : un gaz prétendument *fun* ?

Cette partie traite de quelques aspects de la chimie de cette molécule.

I.A La molécule N_2O

- Q.1** a) Donner la structure de Lewis des trois formes mésomères de la molécule N_2O (l'atome central est un atome d'azote). Indiquer celle qui met en défaut la règle de l'octet.
 b) Justifier par un argument simple si les deux autres formes sont équiprobables. Expliquer si on peut conclure à l'existence d'un moment dipolaire pour la molécule N_2O .

I.B Obtention du protoxyde d'azote

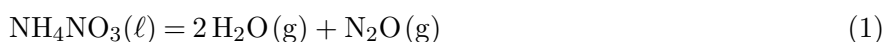
Les tableaux ci-dessous regroupent quelques données numériques utiles (à 298 K) :

	$NH_4NO_3(s)$	$H_2O(l)$	$N_2O(g)$	$N_2(g)$	$O_2(g)$
Enthalpie standard de formation $\Delta_f H^\circ$ ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)	-365,6	-285,1	82,1	-	-
Entropie molaire standard S_m° ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$)	151,1	69,9	219,9	191,3	204,8

	NH ₄ NO ₃	H ₂ O
Enthalpie standard de fusion $\Delta_{fus}H^\circ$ (kJ · mol ⁻¹)	5,86	–
Température de fusion T_{fus} (K)	443	–
Enthalpie standard de vaporisation $\Delta_{vap}H^\circ$ (kJ · mol ⁻¹)	–	40,8
Température de vaporisation T_{vap} (K)	–	373

On donne également la constante des gaz parfait $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$. On suppose les grandeurs $\Delta_f H^\circ$ et S_m° indépendantes de la température dans tout domaine délimité par deux changements d'états successifs.

Q.2 Le protoxyde d'azote est préparé par décomposition du nitrate d'ammonium fondu à 520 K selon la réaction bilan suivante :



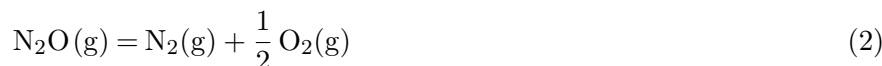
- Calculer l'enthalpie standard $\Delta_r H_1^\circ$ de la réaction (1) (on fera attention aux phases des constituants réactionnels). Cette réaction est-elle thermodynamiquement favorisée à basse ou à haute température ? Justifier votre réponse.
- Calculer les entropies molaires standards de NH₄NO₃(l) et de H₂O(g).
- En déduire l'entropie standard $\Delta_r S_1^\circ$ de la réaction (1). Justifier son signe.
- Exprimer l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G_1^\circ(T)$.
- Calculer la constante d'équilibre de la réaction (1) à 520 K. Commenter.

Q.3 Dans cette question, on considère un domaine de température tel que les états des espèces sont effectivement ceux de la réaction (1). Quelle est alors l'influence sur cet équilibre : (on justifiera les réponses à l'aide de la notion de quotient réactionnel)

- de l'ajout de vapeur d'eau à température et volume constants ?
- de l'ajout d'un gaz inerte à température et pression constantes ?

I.C Aspect cinétique de sa décomposition

Soit la réaction de décomposition de N₂O suivante, supposée totale dans le domaine de température T considéré :



À l'instant initial $t = 0$, on introduit dans un réacteur thermostaté à la température T , de volume constant V , préalablement vidé, une quantité n_i de protoxyde d'azote à la pression initiale P_i . Soit $n(t)$ la quantité de matière en protoxyde d'azote à une date ultérieure t quelconque. On suit l'évolution de la réaction en mesurant la pression totale $P(t)$ en fonction du temps. Les résultats obtenus à $T = 873 \text{ K}$ sont reportés dans le tableau ci-dessous :

t (s)	0	25	45	90
$P(t)/P_i$	1,000	1,120	1,196	1,314

Q.4 Établir l'expression de $P(t) - \frac{3}{2}P_i$ en fonction de $n(t)$, R , T et V .

Q.5 En déduire l'expression de la vitesse volumique de la réaction $v = -\frac{1}{V} \frac{dn}{dt}$ en fonction de R , T et $\frac{dP}{dt}$. La réaction est d'ordre 1 par rapport à N₂O avec k la constante de vitesse à la température T .

Q.6 Établir l'équation différentielle vérifiée par $P(t)$. On la mettra sous la forme :

$$\frac{dP}{dt} + kP = \frac{3}{2}kP_i$$

Q.7 Donner l'expression de $P(t)$ et l'allure du graphe correspondant.

La FIGURE 4 est la représentation graphique de $\ln\left(3 - 2\frac{P}{P_i}\right)$ en fonction du temps, tracée à l'aide des données du tableau ci-dessus.

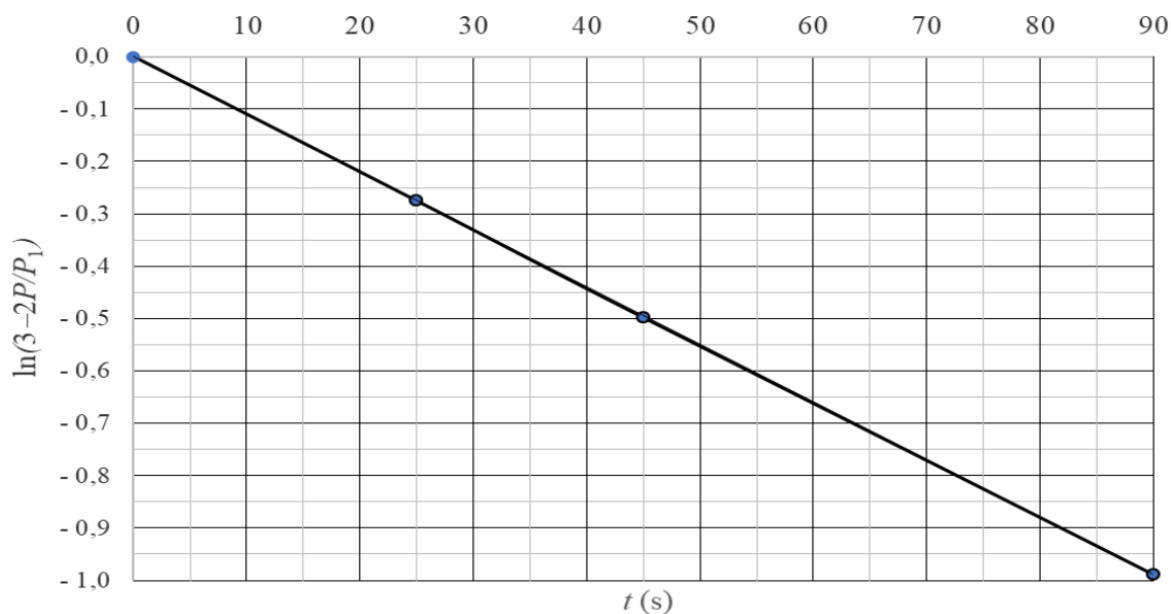


FIGURE 4 – Tracé des résultats expérimentaux au cours du temps.

Q.8 À l'aide de la FIGURE 4, déterminer la valeur de k .

Q.9 On rappelle que le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est défini comme la durée au bout de laquelle l'avancement est égal à la moitié de l'avancement final (c'est-à-dire quand $t \rightarrow \infty$) et qu'il vaut $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$ pour une réaction d'ordre 1. Calculer $t_{1/2}$ pour la réaction (2) dans les conditions de l'expérience.

Q.10 Rappeler la loi d'Arrhenius. L'énergie d'activation de la réaction est $E_a = 280 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. Calculer le temps de demi-réaction à la température $T' = 1200 \text{ K}$.

II – Des moteurs "dopés" au protoxyde d'azote

On s'intéresse dans cette partie au principe d'un moteur suralimenté. Il s'agit d'expliquer par quels procédés il est possible d'augmenter la puissance d'un moteur thermique de cylindrée donnée. On rappelle que le cheval-vapeur (symbole ch) est une unité de puissance : $1 \text{ ch} = 736 \text{ W}$.

Le bloc moteur correspond à un ensemble de 4 cylindres munis de 4 pistons. Le mouvement de chaque piston se décompose selon les 4 étapes ou "temps-moteur" (FIGURE 5), de durée totale τ , chaque "temps-moteur" ayant pour durée $\tau/4$:

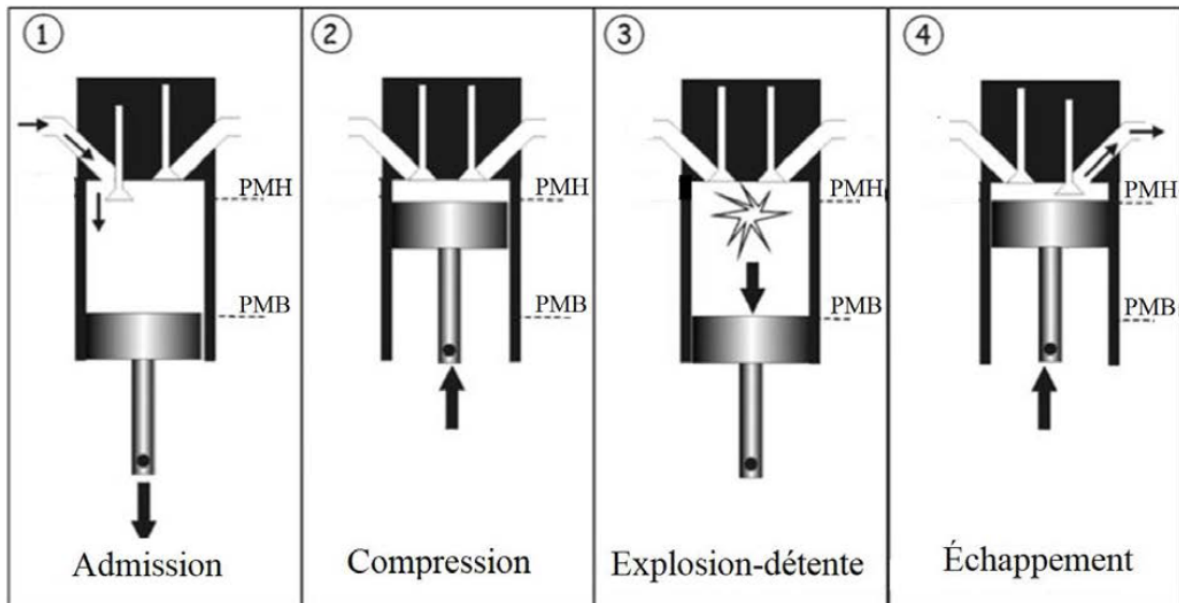


FIGURE 5 – Les quatre "temps-moteur".

Le piston évolue entre deux positions extrémales : le point mort haut (PMH) et le point mort bas (PMB), le volume du cylindre valant alors V_{min} quand le piston se trouve au PMH et V_{max} quand il est au PMB . La cylindrée unitaire est définie par $C_1 = V_{max} - V_{min}$ et $C = 4C_1$ est la cylindrée du moteur.

Les quatre pistons sont montés sur un vilebrequin, ou arbre à cames, transformant le mouvement de va-et-vient des pistons en mouvement de rotation (FIGURE 6). La fréquence de rotation du vilebrequin est notée f_v .

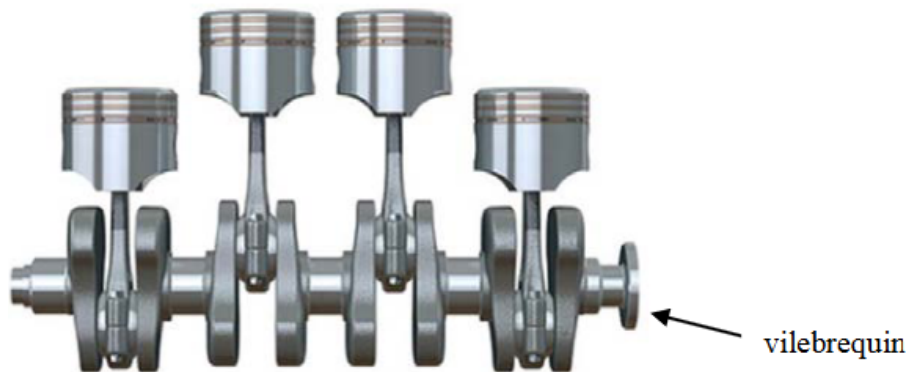


FIGURE 6 – Quatre pistons montés sur vilebrequin.

Q.11 Quel est le nombre de tours effectués par le vilebrequin au bout des quatre "temps-moteur" ? En déduire τ en fonction de f_v . Calculer τ pour $f_v = 2400$ tr/min.

Q.12 Dans un moteur automobile à combustion interne, la durée de l'étape de compression est typiquement de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes et la température atteinte en fin de compression est de l'ordre de 1200 K. En vous servant des résultats de la **Q.10**, conclure quant à l'utilisation du protoxyde d'azote dans les kits "nitro" pour moteur automobile.

Dans toute la suite, on s'intéresse au fonctionnement du moteur sur des temps longs devant τ , ce qui amène à traiter le bloc moteur comme un système ouvert traversé par un flux moyenné permanent de gaz.

Le mélange air-carburant (noté G) est assimilé à un gaz parfait de composition chimique inchangée malgré la combustion. Sa masse molaire M , ses capacités thermiques massiques à pression et à volume constants c_p et c_v , et son coefficient de Laplace $\gamma = c_p/c_v$ sont supposés indépendants des conditions de température et de pression.

II.A Combustion, débits et puissances

Considérons l'ensemble collecteur d'admission, bloc moteur représenté schématiquement sur la FIGURE 7 :

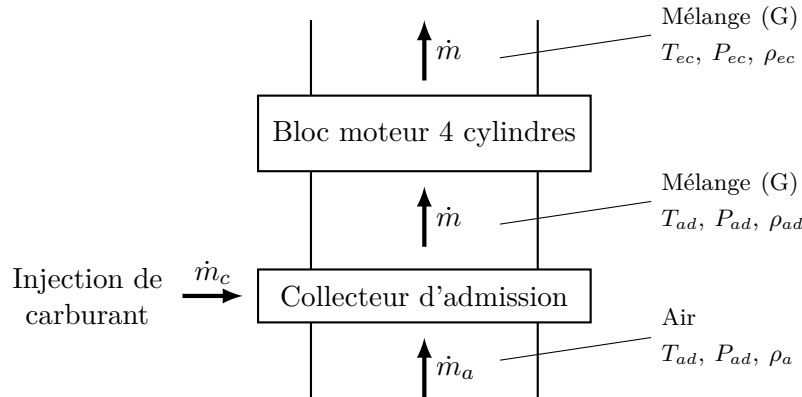
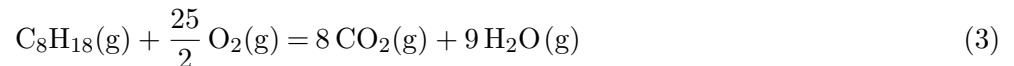


FIGURE 7 – Schéma fonctionnel de l'ensemble {collecteur d'admission, bloc moteur}.

L'air et le carburant sont mélangés dans le collecteur d'admission. Leurs débits massiques moyennés sont respectivement \dot{m}_a et \dot{m}_c . Le mélange gazeux (G) ainsi obtenu traverse le bloc moteur avec un débit massique moyenné \dot{m} .

Q.13 Quelle relation lie \dot{m}_a , \dot{m}_c et \dot{m} ?

On assimile le carburant à de l'octane C_8H_{18} , de masse molaire M_c . La réaction de combustion complète de l'octane avec le dioxygène de l'air (appelé comburant) est donnée ci-dessous :



L'air, de masse molaire M_a , est supposé constitué uniquement de dioxygène et de diazote avec pour proportions molaires : 20% en dioxygène et 80% en diazote. Le pouvoir comburivore du carburant en air, $(pco)_{air}$ est défini par le rapport des masses d'air et de carburant nécessaires pour une combustion complète dans les conditions stœchiométriques :

$$(pco)_{air} = \left. \frac{m_a}{m_c} \right|_{\text{stœchio}}$$

- Q.14** a) Établir l'expression de $(pco)_{air}$ sous la forme $(pco)_{air} = \beta \frac{M_a}{M_c}$ dans laquelle on explicitera le facteur numérique β . Calculer $(pco)_{air}$ pour $M_a = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_c = 114 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.
 b) En déduire l'expression de \dot{m} en fonction de \dot{m}_a et de $(pco)_{air}$ pour que (G) soit un mélange stœchiométrique.

Compte-tenu de la valeur de $(pco)_{air}$, on admettra dans toute la suite que : $M = M_a$ et $\dot{m} = \dot{m}_a$.

On définit aussi le pci (pouvoir calorifique inférieur) d'un carburant comme la chaleur dégagée par kilogramme de carburant brûlé dans sa réaction de combustion complète produisant exclusivement du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau.

Q.15 Soit $\Delta_r H^\circ$ l'enthalpie de réaction standard de la réaction (3). Donner la relation entre pci , M_c et $\Delta_r H^\circ$. Application numérique : calculer pci sachant que $\Delta_r H^\circ = -5000 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Q.16 Rappeler, sans la démontrer, l'expression générale du premier principe pour un fluide en écoulement permanent à travers une surface de contrôle Σ . On utilisera les notations suivantes :

- \dot{m} pour le débit massique ;
- h pour l'enthalpie massique ;
- e_c et e_p pour les énergies cinétique et potentielle macroscopiques massiques ;
- \mathcal{P}_{th} pour la puissance thermique reçue ;
- \mathcal{P}_u pour la puissance utile reçue.

On notera respectivement avec les indices e et s les grandeurs d'entrée et de sortie. On rappelle que la puissance utile reçue est la puissance mécanique transférée au fluide par toutes les surfaces mobiles en contact avec lui.

Dans toute la suite, nous conviendrons de négliger tous les termes d'énergies cinétique et potentielle macroscopiques.

Q.17 Considérons (G) à la traversée du bloc moteur. Sa température est T_{ad} à l'admission et T_{ec} à l'échappement. En appliquant, d'une part, le premier principe à (G) et en supposant, d'autre part, que la chaleur dégagée par la réaction de combustion est entièrement récupérée par (G), obtenir deux relations faisant intervenir la puissance utile \mathcal{P}_u et la puissance thermique \mathcal{P}_{th} en fonction de \dot{m} , \dot{m}_c , c_p , pci , T_{ad} et T_{ec} .

Q.18 Soit $\mathcal{P}_m = -\mathcal{P}_u$ la puissance motrice. Donner et justifier sans calcul le signe de \mathcal{P}_m .

Q.19 Montrer que \mathcal{P}_m peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathcal{P}_m = \dot{m} \left[\frac{pci}{(pco)_{air}} - c_p(T_{ec} - T_{ad}) \right]$$

Le bloc moteur joue le rôle d'une pompe. La fréquence du vilebrequin f_v , la cylindrée C et la masse volumique de (G) à l'admission ρ_{ad} , déterminent alors le débit massique \dot{m} .

Q.20 Établir l'expression de \dot{m} en fonction de ρ_{ad} , C et f_v .

II.B Cas du moteur atmosphérique : simple mais moyennement puissant

Dans le cas d'un moteur atmosphérique, l'air frais atmosphérique, de pression P_0 et de température T_0 , est directement admis dans le collecteur d'admission où il est mélangé au carburant de manière isotherme, isobare et stoechiométrique. Alors, la température d'admission vaut $T_{ad} = T_0 = 290 \text{ K}$ et la pression d'admission vaut $P_{ad} = P_0 = 1 \text{ bar}$.

Q.21 a) En écrivant la loi des gaz parfaits, exprimer puis calculer ρ_{ad} .
 b) Pour $C = 2 \text{ L}$, calculer \dot{m} , puis le débit molaire en air \dot{n}_a .
 c) Donner la valeur de la puissance motrice pour ce moteur, $\mathcal{P}_m^{\text{atmo}}$ en kilowatt puis en cheval-vapeur, avec les valeurs numériques suivantes : $c_p = 1,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, $pci = 44 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$, $(pco)_{air} = 16$, $T_{ad} = 290 \text{ K}$ et $T_{ec} = 1200 \text{ K}$.

II.C Cas du moteur turbocompressé avec kit "nitro"

Les amateurs de tuning automobile savent qu'il est possible d'augmenter ponctuellement la puissance d'un moteur par l'installation d'un kit "nitro" ou NOS (Nitrous Oxyde System). Le principe consiste à introduire dans le collecteur d'admission une masse gazeuse de protoxyde d'azote N_2O en parallèle de l'admission d'air du système d'origine. Au moment de la compression, le protoxyde d'azote se décompose en libérant du diazote et du dioxygène selon la réaction (2). Il y a alors un surplus de dioxygène disponible, ce qui permet d'augmenter la quantité de carburant à injecter et ainsi d'obtenir plus de puissance.

Q.22 Calculer le pourcentage molaire de dioxygène dans le gaz de décomposition de N_2O . Comparer au pourcentage molaire de dioxygène dans l'air. Commenter.

Considérons d'abord la situation théorique où l'air d'admission serait remplacé en totalité par N_2O .

Q.23 Le carburant utilisé est inchangé (il s'agit toujours d'octane). Calculer son pouvoir comburivore en N_2O , noté $(pci)_{N_2O}$ défini comme le rapport des masses de N_2O et de carburant nécessaires à assurer la stœchiométrie de la réaction de combustion (3). On donne la masse molaire de N_2O : $M_{N_2O} = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

La capacité thermique massique du gaz de décomposition de N_2O est $c'_p = 1,1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. En notant \dot{n}_{N_2O} le débit molaire du protoxyde d'azote, la formule de la puissance motrice devient :

$$\mathcal{P}_m^{\text{full nitro}} = \dot{n}_{N_2O} M_{N_2O} \left[\frac{pci}{(pci)_{N_2O}} - c'_p (T_{ec} - T_{ad}) \right]$$

On donne pour ce moteur muni de son kit NOS : $T_{ad} = 330 \text{ K}$, $T_{ec} = 630 \text{ K}$ et $\dot{n}_{N_2O} = 3,7 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q.24 Calculer la puissance $\mathcal{P}_m^{\text{full nitro}}$ qui pourrait être obtenue dans ce cas théorique et la comparer à la valeur $\mathcal{P}_m^{\text{atmo}}$.

En pratique, pour éviter que le moteur ne s'endommage, on s'autorise une multiplication par quatre de la puissance $\mathcal{P}_m^{\text{atmo}}$. L'admission de N_2O vient alors en complément de l'admission d'air. Les débits molaires en air et en N_2O sont alors $\dot{n}_a = 3,2 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\dot{n}_{N_2O} = 0,5 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q.25 Le kit NOS monté est constitué de deux bouteilles de contenance 7300 g de N_2O chacune. Calculer la durée maximale du "boost" réalisable avec ce kit.

● ● ● FIN ● ● ●