

COLLE TROIS EN UN

I. EXERCICES : TOUT SUR LES EVN

II. COURS et EXERCICES : FONCTIONS VECTORIELLES DE LA VARIABLE RÉELLE

I. Dérivée en un point, fonctions de classe C^1

Si u est une application **linéaire** de F dans un \mathbb{K} -ev, G et si $f \in C^1(I, F)$ dérivée de $u \circ f$.

Soient F, G et H trois \mathbb{K} -ev et B une application **bilinéaire** de $F \times G$ dans H . Si $f \in C^1(I, F)$ et $g \in C^1(I, G)$

alors \square $B(f, g) \in C^1(I, H)$ et $(B(f, g))' = B(f', g) + B(f, g')$.

Composition : Soit I et J , 2 intervalles de \mathbb{R} , soit $f \in C^1(I, F)$ et $\varphi \in C^1(J, \mathbb{R})$ telle que $\varphi(J) \subset I$, alors

\square $f \circ \varphi \in C^1(J, F)$ et $(f \circ \varphi)' = \varphi' \cdot (f' \circ \varphi)$.

Dérivabilité et Base de F II. Fonctions de classe C^k - Formule de Leibniz

III. Intégrale sur un segment

 \square **Théorème**

Soit $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_p)$ une **base** de E et soit f une **fonction vectorielle, continue par morceaux** de $I = [a, b]$ dans E , un \mathbb{K} -espace vectoriel normé de dimension finie p .

On définit les **fonctions coordonnées** de f : f_1, \dots, f_p de I dans \mathbb{K} par la **relation** :

On a alors

$\left(\int_{[a,b]} f_1(x) dx \right) e_1 + \dots + \left(\int_{[a,b]} f_p(x) dx \right) e_p$ ne dépend pas de la base \mathcal{B} choisie et ne dépend donc que de f .

Linéarité, Modification d'une fonction en un nombre finie de valeurs, Chasles**Intégrale de la borne supérieure**

\square **Théorème fondamental** : Soit I un intervalle de \mathbb{R} et $a \in I$.

i) Si f est continue par morceaux de I dans E alors $F : x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est C^0 sur I .

ii) Si f est C^0 sur I alors $F : x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est une primitive de f ($F' = f$). F est C^1 sur I . Plus précisément, F est la primitive de f qui s'annule en a .

Somme de Riemann - Inégalité triangulaire**Techniques de calcul : CDV et IPP**

IV. \square **Inégalité des Accroissements Finis et Formules de Taylor (T.R.I. - I.T.L. et T.Y.)**

II. EXERCICES Tout sur l'intégration sur un segment de la MPSI

Cauchy-Schwarz, Somme de Riemann, intégration des fonctions complexes : application : $\int e^t \sin t dt$, étude de la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$, Changement de variables ... et **Primitives des fonctions usuelles** :

Mes chers étudiants doivent savoir effectuer entre autre le calcul des primitives des fractions rationnelles, des fractions trigonométriques (règle de Bioche), des fonctions du type $\int R(x, \sqrt{ax+b}) dx$, $\int R(x, \sqrt{x^2+1}) dx$, $\int R(x, \sqrt{x^2-1}) dx$, $\int R(x, \sqrt{1-x^2}) dx$.

Prévisions : Fonctions intégrables