

DS 5 (CCinP) (4 heures)***Électromagnétisme***

La calculatrice est **autorisée**

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte. Les résultats doivent être **encadrés**.

En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie comme indiqué dans les tableaux suivants qui stipulent les critères et les effets sur la note le cas échéant :

Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture	L'écriture ne ralentit pas la lecture.
Respect de la langue	La copie ne comporte pas de fautes d'orthographe ni de grammaire.
Clarté de l'expression	La pensée du candidat est compréhensible à la première lecture.
Propreté de la copie	La copie comporte peu de ratures, réalisées avec soin et les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrees.
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet sont bien identifiées et les réponses sont numérotées avec le numéro de la question. La pagination est correctement effectuée.
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence.

Nombre de critères non respectés	Palier de Malus	Effet sur la note
0	0	aucun
1–2	1	–3.3%
3–4	2	–6.7%
5–6	3	–10%

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

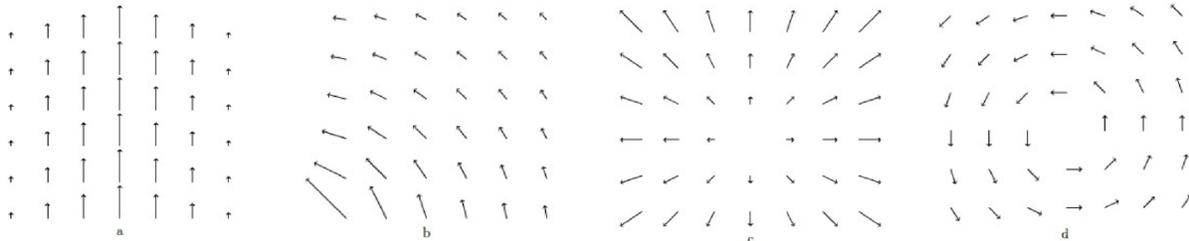
Exercice 1 : À propos du champ magnétique

I – Propriétés du champ magnétique

Q.1 Le champ magnétique est dit à flux conservatif. Écrire cette propriété sous forme intégrale puis indiquer ce que cela signifie concrètement par une phrase.

La figure ci-dessous donne quatre cartes de champ qui représentent une coupe dans un plan perpendiculaire à l'axe (Oz) de champs vectoriels \vec{A} , invariants par translation suivant l'axe (Oz). Sur la carte b , seul un quart du plan a été représenté. Les champs sont de l'une des trois formes ci-dessous :

$$\alpha : \vec{A} = A(x, y)\vec{u}_y \quad \beta : \vec{A} = A(r, \theta)\vec{u}_r \quad \gamma : \vec{A} = A(r, \theta)\vec{u}_\theta$$



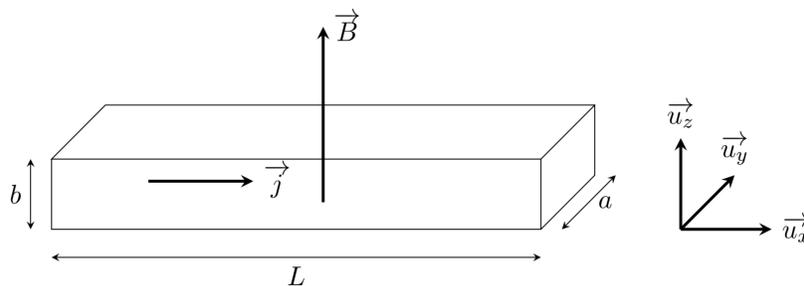
Q.2 Attribuer à chaque carte l'expression de \vec{A} qui convient. Indiquer dans chaque cas de quelle(s) coordonnée(s) dépend sa composante et si le champ peut être à flux conservatif ou non.

Q.3 Parmi les cartes de champs proposées, lesquelles sont celles d'un champ à circulation conservative ?

Q.4 Énoncer le théorème d'Ampère. En déduire (pour les cartes de champ concernées) si des courants sont présents et leur sens éventuel.

II – Effet Hall

On réalise dans un matériau métallique une plaquette parallélépipédique de grande longueur L suivant (Ox), de largeur a et d'épaisseur b . Cette plaquette est parcourue par une densité de courant uniforme et permanente $\vec{j} = j\vec{u}_x$ avec $j > 0$. On note I l'intensité électrique, supposée positive, à travers une section droite perpendiculaire à (Ox) (voir ci-dessous).



Q.5 On part d'un état où il n'y a pas de champ magnétique et on suppose que les électrons de conduction ont tous la même vitesse \vec{v} . On établit à l'instant $t = 0$ un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B} = B\vec{u}_z$.

a) Quelle est l'action du champ magnétique sur un électron de conduction ?

- b) Que se passe-t-il pendant le régime transitoire? Montrer qualitativement qu'il apparaît alors un champ électrique \vec{E}_H . À ce champ électrique est associé un potentiel électrique V et une différence de potentiel se crée entre les points A et C situés sur les faces latérales parallèles au plan (Oxz) et tels que $\vec{AC} = a\vec{u}_y$. La différence de potentiel $V_C - V_A$ est nommée V_H . Quel est son signe?

- Q.6**
- a) En appliquant le principe fondamental de la dynamique à un électron de conduction en régime permanent, exprimer le champ de Hall \vec{E}_H en fonction, entre autre, de \vec{B} .
- b) Donner la relation liant le vecteur densité de courant volumique \vec{j} à la vitesse de déplacement des électrons dans la plaquette, à n_e (nombre d'électrons de conduction par unité de volume) et à e (charge élémentaire).
- c) Montrer que $V_H = \frac{R_H I B}{b}$ où R_H est la constante de Hall à expliciter en fonction de n_e et e .

Q.7 Applications numériques :

- a) Le matériau est un ruban métallique de masse volumique μ et de masse molaire M . Chaque atome met en jeu un électron libre pour la conduction. Déterminer l'expression et la valeur numérique de n_e .
- b) En déduire la valeur de V_H si $B = 0,1 \text{ T}$, $M = 64 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $\mu = 8,92 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, $I = 1,00 \text{ A}$ et $b = 0,1 \text{ mm}$.
- c) Les valeurs choisies pour I et B sont-elles réalistes? Le signe des porteurs de charge mobiles, s'il est inconnu, peut-il être déterminé dans cette expérience? Comment?
- d) L'apparition de matériaux semi-conducteurs comme l'arséniure d'indium InAs a permis d'obtenir des tensions de Hall plus élevées. Pourquoi? On donne pour $I = 100 \text{ mA}$, $|V_H| = 126,7 \text{ mV}$. Calculer la valeur du champ magnétique B avec $n_e = 1,7 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$, $b = 0,1 \text{ mm}$, $a = 1 \text{ cm}$ et $L = 3 \text{ cm}$.
- e) La constante de Hall R_H varie avec la température suivant la loi $R_H(T) = A \exp\left(\frac{E}{RT}\right)$ où A est une constante, E est homogène à une énergie molaire et T est la température exprimée en Kelvin. Quelles sont, à votre avis, les raisons de cette variation?
- f) Avec E de l'ordre de $17 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, supposée constante dans l'intervalle de température considéré, calculer la variation relative de la constante de Hall lorsque la température s'élève de 10 K par rapport à la température ambiante prise égale à 300 K .

Exercice 2 : Création de champs magnétiques intenses

L'imagerie médicale a besoin de champ magnétique intense, permanent et uniforme. On se propose ici de dimensionner une bobine dans laquelle règne un champ magnétique de 2 T .

On rappelle que la résistance électrique R d'un conducteur de conductivité électrique γ , de section S et de longueur L est donnée par $R = \frac{L}{\gamma S}$.

I – Création d'un champ magnétique intense à l'aide d'un solénoïde

I.A Caractéristiques de la bobine à température ambiante

On suppose pour le moment que la bobine est maintenue à température ambiante $T = 300 \text{ K}$. La bobine (FIGURE 1) est assimilée à un solénoïde d'axe (Oz) , de longueur L , de rayon R_{moy} avec $R_{moy} \ll L$. Les effets de bords sont négligés, le solénoïde est donc considéré comme infini. Il est constitué de spires jointives d'un fil de cuivre de diamètre d et de conductivité électrique γ_{Cu} . Chaque spire est parcourue par un courant I . Il comporte p couches de bobinage superposées.

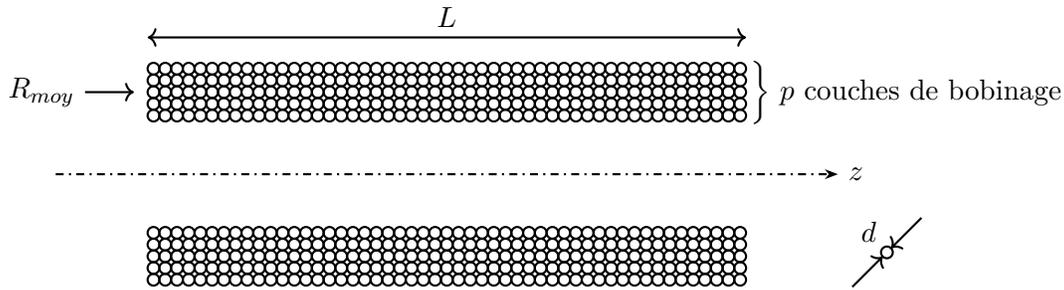


FIGURE 1 – Bobine comportant plusieurs couches de bobinage

- Q.1** Sur une seule couche de bobinage, combien y-a-t-il de spires jointives par unité de longueur de solénoïde ? Combien de spires par unité de longueur n comporte ce solénoïde ?
- Q.2** Déterminer soigneusement, en fonction de d , p , I et μ_0 , l'expression du champ magnétique créé à l'intérieur du solénoïde. Calculer le nombre de bobinage p nécessaire pour avoir $B = 2,0 \text{ T}$ avec $d = 3,0 \text{ mm}$ et $I = 35 \text{ A}$.
- Q.3** En assimilant le rayon de chaque spire au rayon moyen R_{moy} , exprimer la longueur de fil L_{fil} nécessaire à la réalisation de cette bobine en fonction de R_{moy} , d , p et L . Évaluer L_{fil} avec $L = 1,8 \text{ m}$ et $R_{moy} = 50 \text{ cm}$.
- Q.4** Exprimer la résistance électrique R_{elec} de la bobine en fonction de γ_{Cu} , de L_{fil} et de d . Évaluer alors la puissance P_J , dissipée par effet Joule dans la bobine. Commenter.

I.B Caractéristiques de la bobine refroidie

Pour diminuer la puissance dissipée, on peut envisager de refroidir le conducteur en cuivre par l'intermédiaire d'un bain d'azote liquide. On peut alors imposer dans un conducteur de cuivre de même diamètre $d = 3 \text{ mm}$, un courant plus important $I' = 80 \text{ A}$. On réduit ainsi le nombre de spire de la bobine et donc sa résistance électrique ainsi que son rayon moyen. On suppose donc maintenant que la bobine est maintenue à la température de 77 K .

- Q.5** Quel est alors le nombre de couches de bobinage p' à superposer pour obtenir un champ magnétique de 2 T ? En assimilant la rayon de chaque spire au nouveau rayon moyen $R'_{moy} = 40 \text{ cm}$, évaluer la nouvelle puissance P'_J dissipée par effet Joule dans la bobine.

Compte-tenu du coût de la réfrigération à 77 K , il faut tenir compte de l'efficacité de la machine thermique assurant le maintien de cette basse température. La machine frigorifique en question fonctionne de manière réversible entre une source chaude T_c et une source froide T_f par l'intermédiaire d'un fluide caloporteur.

- Q.6** Exprimer l'efficacité η_r de cette machine en fonction de T_f et T_c . Effectuer l'application numérique avec $T_f = 77 \text{ K}$ et $T_c = 300 \text{ K}$.
- Q.7** Évaluer alors la puissance minimale P' à apporter à la machine frigorifique pour absorber la puissance P'_J dissipée dans la bobine en cuivre refroidi. Commenter.

II – Puissance dissipée dans le supraconducteur lors des régimes transitoires

L'utilisation des supraconducteur permet d'éliminer les pertes par effet Joule mais si les supraconducteurs sont dépourvus de pertes en régime continu, il n'en est pas de même en régime variable. Pour les bobines alimentées en régime continu, ces pertes ont lieu lors des deux régimes transitoires qui correspondent en début d'utilisation de la bobine à l'installation du courant dans le conducteur, puis en fin d'utilisation de la bobine, lors de la redescende à zéro de ce courant.

On se propose ici de déterminer l'ordre de grandeur de la puissance dissipée par unité de longueur du conducteur lors de la première montée de courant, dans une situation dite de champ propre, c'est-à-dire lorsqu'une portion de conducteur est soumise aux variations temporelles du champ magnétique qu'il crée sur lui-même. On assimile le supraconducteur (FIGURE 2 (gauche)) à un fil rectiligne infini suivant l'axe (Oz), de rayon R . On adopte les coordonnées cylindriques $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

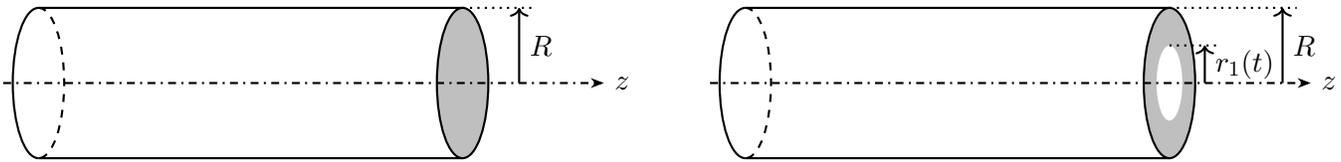


FIGURE 2 – Supraconducteur (gauche) et répartition du courant dans le supraconducteur (droite)

Compte-tenu des invariances du problème, la densité volumique de courant dans le supraconducteur, notée \vec{j}_e , ne dépend que de r et est portée par le vecteur \vec{e}_z : $\vec{j}_e = j_e(r)\vec{e}_z$. Pour un courant de transport I donné, la densité de courant n'est pas uniforme dans le supraconducteur, son amplitude vaut soit $\pm j_0$ soit 0, avec j_0 une constante.

Q.8 Déterminer en fonction de j_0 et de R , la valeur maximale I_c , dite valeur critique du courant de transport de ce conducteur.

On ne s'intéresse ici qu'à la première montée du courant $I(t)$ dans le supraconducteur. On suppose que cette première montée s'effectue pendant une durée T , suivant une consigne en rampe de sorte que : $I(t) = I_0 \frac{t}{T}$ avec I_0 la valeur finale du courant dans le supraconducteur.

Ce courant se distribue de façon à protéger le centre du supraconducteur de toute variation de champ magnétique, de sorte qu'il se répartit, à un instant t de cette première étape, à la périphérie du supraconducteur dans la zone : $r_1(t) < r < R$ (FIGURE 2 (droite)) :

$$j_e(r, t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } r < r_1(t) \\ j_0 & \text{pour } r > r_1(t) \end{cases}$$

Q.9 On définit par $u = \frac{I_0}{I_c}$ le taux d'utilisation du supraconducteur. Exprimer u en fonction de j_0 , R et I_0 .

Q.10 Déterminer la relation qui existe entre $I(t)$, j_0 , $r_1(t)$ et R . En déduire l'expression de $r_1(t)$ en fonction de R , u , T et t . Exprimer alors $r_1(T)$ en fonction de u et R .

Q.11 À l'aide des propriétés de symétries et d'invariance, préciser de quelle(s) variable(s) de l'espace dépend le champ magnétique \vec{B} dans le supraconducteur et par quel(s) vecteur(s) de base il est porté.

Q.12 Par application du théorème d'Ampère, dans l'approximations des régimes quasi-stationnaires, sur un contour que l'on précisera, déterminer à l'instant t le champ magnétique dans la zone $0 < r < r_1(t)$. De même, déterminer en fonction de μ_0 , j_0 et $r_1(t)$, le champ magnétique dans la zone $r_1(t) < r < R$. Tracer l'allure de $\|\vec{B}\|$ en fonction de r à un instant t , pour $0 < r < R$.

On donne, en régime variable, l'équation différentielle reliant le champ électrique \vec{E} au champ magnétique \vec{B} :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

appelée équation de Maxwell-Faraday. On admettra que toute contribution du champ électrique qui ne dépend que de l'espace ou que du temps sera assimilée à la fonction nulle.

Q.13 Que vaut le champ électrique pour $r < r_1(t)$? En remarquant que le champ électrique est continu en $r_1(t)$ et qu'il peut s'écrire sous la forme $\vec{E} = E(r, t)\vec{e}_z$, montrer que

$$E(r, t) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi T} \ln\left(\frac{r}{r_1(t)}\right)$$

pour $r_1(t) < r < R$.

Dans un milieu conducteur, la densité volumique locale et instantanée de puissance dissipée par effet Joule est donnée par $p_v(r, t) = \vec{j}(r, t) \cdot \vec{E}(r, t)$.

Q.14 Donner l'expression de cette densité volumique de puissance dissipée dans le supraconducteur dans les zones $r < r_1(t)$ et $r_1(t) < r < R$.

Q.15 Par intégration sur l'espace, en déduire, en fonction de μ_0 , I_0 , T , L_{supra} , u et t , l'expression de la puissance $P(t)$ dissipée dans une longueur L_{supra} de supraconducteur à l'instant t lors de la première montée de courant.

Q.16 Par intégration sur le temps, déterminer l'énergie Q dissipée lors de la première montée du courant dans le supraconducteur. Est-il utile d'augmenter la durée T d'établissement de ce courant pour réduire l'énergie dissipée dans le supraconducteur?

Q.17 La machine frigorifique qui assure le refroidissement du supraconducteur à 4,2K a une efficacité de $1,5 \times 10^{-3}$. On donne $I_0 = 445$ A, $L_{supra} = 14$ km et $u = 0,7$. Évaluer l'énergie consommée Q_r par le réfrigérateur devant absorber l'énergie Q dissipée lors de cette première montée de courant. Commenter.

Exercice 3 : Téléphonie mobile de 4^o génération

Les trois parties de ce problème sont indépendantes. Toutefois, la compréhension et la réalisation de la première partie permettent d'aborder plus rapidement les deux dernières parties.

On s'intéresse à l'un des deux standards de télécommunication de la quatrième génération de la téléphonie mobile (4G), dit « Long Term Evolution – Advanced ». Il est constitué, en France, de deux bandes de fréquences dites 800 MHz et 2600 MHz. Par le déploiement de technologies particulières, des débits supérieurs à 30Mbit/s pour des mobiles en mouvement sont visés.

L'espace est défini par un repère orthonormé direct $R = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et on considère un point M de l'espace repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) . On pose $\vec{OM} = \vec{r}$.

Données :

- célérité des ondes électromagnétiques dans le vide (ou dans l'air) : $c = 3 \times 10^8$ m · s⁻¹
- permittivité diélectrique du vide (ou de l'air) : $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$ F · m⁻¹
- perméabilité magnétique du vide (ou de l'air) : $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H · m⁻¹

I – Propagation dans l'air

On considère dans un premier temps que les champs $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$ ne sont pas nécessairement ceux d'une Onde Plane Progressive Sinusoïdale (OPPS ou OPPH).

Q.1 Donner, en les nommant, les équations de Maxwell sous leurs formes locales dans l'air en l'absence de sources.

Q.2 Établir l'équation de propagation en champ électrique et en déduire l'expression de la vitesse de propagation de l'onde, en fonction des données de l'énoncé.

On considère à présent que le champ $\vec{E}(M, t)$ est celui d'une OPPS polarisée rectilignement parallèlement à \vec{e}_x se propageant suivant les z croissants et dont la formulation générale est donnée par l'expression complexe

$$\vec{E}(M, t) = \underline{\vec{E}}_m \exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})]$$

\vec{k} est le vecteur d'onde de norme constante k , ω est la pulsation et $\underline{\vec{E}}_m$ est une constante complexe vectorielle.

Q.3 Préciser et justifier l'expression de \vec{k} et la direction de $\underline{\vec{E}}_m$.

Q.4 Donner l'expression de $\vec{E}(M, t)$ en fonction des coordonnées de M et en projection dans la base cartésienne associée à R .

Q.5 Expliciter les deux termes de l'équation de propagation en fonction de k , ω et $\underline{\vec{E}}(M, t)$. En déduire la relation de dispersion du milieu.

Q.6 Expliciter alors le champ $\vec{B}(M, t)$ dans la base cartésienne en fonction de $\underline{\vec{E}}_m$, c , k et ω .

Q.7 En notant $\underline{\vec{E}}_m = E_m e^{j\varphi}$, φ étant une constante, expliciter les champs réels $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$.

Q.8 Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{R}(M, t)$ en fonction des champs, ainsi que son interprétation physique. Quelle est sa dimension physique ?

Q.9 Montrer que la valeur moyenne temporelle de la norme de $\vec{R}(M, t)$ peut s'écrire $\|\langle \vec{R}(M) \rangle\| = \alpha c \varepsilon_0 E_m^2$ pour les champs précédents. On donnera la valeur de la constante α .

Q.10 Dans le cas d'une antenne réelle, l'hypothèse de l'OPPS n'est valable que localement. On sait alors que la valeur de $\langle \vec{R}(M, t) \rangle$ dépend de la distance d à l'antenne, de la puissance P_a d'alimentation et de son gain G , lequel dépend de la direction d'observation. On peut ainsi écrire :

$$4\pi d^2 \|\langle \vec{R}(d) \rangle\| = P_a G$$

Exprimer l'amplitude E_m du champ en fonction de c , ε_0 , P_a , G et d .

Il est parfois nécessaire de privilégier un sens de fonctionnement de l'antenne. L'énergie rayonnée par une antenne est alors répartie de manière inégale dans l'espace et il existe des directions privilégiées, appelées « lobes de rayonnement ». Ces différentes directions peuvent être visualisées à l'aide du diagramme de rayonnement réalisé en trois dimensions. Le lobe le plus important est appelé « lobe principal ». Il est dirigé vers l'avant de l'antenne. Les lobes secondaires, moins importants, sont dirigés vers l'arrière ou sur les côtés de l'antenne.

La norme sanitaire pour ce type de rayonnement est actuellement, en France, $E_{max} = 61 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. Elle correspond à un seuil défini sur la base des effets thermiques (échauffement) liés au champ électromagnétique. À titre de comparaison, la norme en Italie, Russie, Pologne et Chine est de $E_1 = 6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q.11 Dans le cadre d'une implantation urbaine, il se peut que certains locaux interceptent le lobe principal. En considérant dans ce cas une puissance $P_a = 50 \text{ W}$, un gain $G = 63$ et une distance $d = 100 \text{ m}$, calculer l'intensité du champ E_{m1} . Commenter le résultat.

Q.12 Une autre possibilité d'être exposé au rayonnement d'une antenne relais concerne le lobe secondaire orienté vers le sol. Dans ce cas le gain est plus faible, mais la distance également. Calculer, pour la même puissance $P_a = 50 \text{ W}$, le champ E_{m2} dans le cas où $G = 2$ et $d = 10 \text{ m}$. Commenter le résultat.

II – Réflexion d'une OPPS

II.A Par un métal conducteur parfait

De façon préliminaire, on considère une interface air-métal parfait dans le plan $z = 0$. L'air occupe l'espace des $z < 0$ et le métal celui des $z > 0$. L'onde incidente est une OPPS se propageant dans l'air, polarisée selon \vec{e}_x et qui arrive normalement à l'interface. On note $\underline{E}_{mi} = E_m e^{j\varphi}$ et \underline{E}_{mr} respectivement, les amplitudes complexes des champs incident et réfléchi. On note \vec{k}_i et \vec{k}_r , les vecteurs d'ondes associés respectifs. On admet que l'onde réfléchie a la même polarisation que l'onde incidente.

- Q.13** Exprimer les champs électrique $\vec{E}_i(M, t)$ et magnétique $\vec{B}_i(M, t)$ incidents en fonction de \underline{E}_{mi} , z , ω , t et $k = \|\vec{k}\| = \frac{\omega}{c}$.
- Q.14** Exprimer les champs électrique $\vec{E}_r(M, t)$ et magnétique $\vec{B}_r(M, t)$ réfléchis en fonction de \underline{E}_{mr} , z , ω , t et k .
- Q.15** On admet que le champ électrique est continu à l'interface entre les deux matériaux et qu'il est nul dans le métal. En déduire la valeur du coefficient de réflexion en champ électrique : $\underline{r} = \frac{\underline{E}_{mr}}{\underline{E}_{mi}}$.
- Q.16** Déterminer l'expression du champ total réel $E_{total}(M, t)$. Quel type d'onde est-ce ?
- Q.17** Représenter l'amplitude de $E_{total}(M, t)$ en fonction de la position de M pour trois valeurs différentes de t .
- Q.18** Localiser et nommer les points remarquables de la représentation.
- Q.19** Donner la distance d_m entre un point d'oscillation nulle et un point d'oscillation maximale adjacents en fonction de la longueur d'onde λ de l'onde.

II.B Par un mur de béton

On remplace à présent le métal parfait par du béton. On reprend l'ensemble du problème et des notations considérées précédemment. On donne le nouveau coefficient de réflexion en champ $\underline{r} = r e^{j\alpha}$ dans la gamme de fréquence de la bande 2600 MHz avec $r = 0,386$ et $\alpha = 169^\circ$.

- Q.20** Mettre le champ total $\vec{E}_{total}(M, t)$ dans l'air sous la forme $\vec{E}_{total}(M, t) = \underline{f}(z)\vec{E}_i(M, t)$ et exprimer $\underline{f}(z)$ en fonction de r , α , z et k .
- Q.21** En constatant que $\|\vec{E}_{total}\| = |\underline{f}(z)| \cdot \|\vec{E}_i\|$, exprimer les valeurs réelles maximale $\|\vec{E}_{total}\|_{max}$ et minimale $\|\vec{E}_{total}\|_{min}$ de l'amplitude de $\|\vec{E}_{total}\|$ en fonction de r et E_m .
- Q.22** Pour le coefficient de réflexion donné ci-dessus pour le béton, calculer le rapport $\rho = \frac{\|\vec{E}_{total}\|_{max}}{\|\vec{E}_{total}\|_{min}}$ également appelé Rapport d'Onde Stationnaire (ou ROS).
- Q.23** Donner la distance d_m entre un minimum et un maximum adjacents.
- Q.24** Pour un véhicule se déplaçant à $v = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vers le mur, calculer le temps qui s'écoule entre un maximum et un minimum de champ. En quoi cela peut-il affecter la communication ?

Données

Constantes :

Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$

Conductivité électrique du cuivre : $\gamma_{Cu}(77 \text{K}) = 3,8 \times 10^8 \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$; $\gamma_{Cu}(300 \text{K}) = 6,0 \times 10^7 \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$

Formulaire mathématique :

Fonction $f(x)$	Primitive $F(x)$
$x \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$	$\frac{x^2}{2} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right) - \frac{x^2}{4} + cste$
$\ln(1 - \alpha x)$	$\frac{(1 - \alpha x) - (1 - \alpha x) \ln(1 - \alpha x)}{\alpha} + cste$

Opérateurs vectoriels en coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(a) = \frac{\partial a}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial a}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial a}{\partial z} \vec{e}_z \quad ; \quad \text{div}(\vec{A}) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

● ● ● FIN ● ● ●